

Cours VII : Optique ondulatoire

Programme officiel : *On se limite aux situations telles qu'une description en termes d'ondes scalaires est suffisante. Le programme d'optique géométrique reste limité à celui qui est défini en première année.*

1 Modèle scalaire de la lumière

La lumière est une onde électromagnétique obéissant aux équations de Maxwell et plusieurs phénomènes lumineux tels que les interférences n'ont pas d'explication en optique géométrique. Il faut donc repartir sur une théorie de l'optique plus élaborée, l'optique ondulatoire.

1.1 De l'électromagnétisme à l'optique géométrique

La lumière étant une onde électromagnétique est n'est décrite correctement que par la donnée du champ électromagnétique $\{\vec{E}, \vec{B}\}$, dont la structure générale est très complexe. Mais plusieurs types de simplifications sont possibles.

1.1.1 Optique géométrique

Pour une onde plane progressive dans un milieu LHI transparent, on a vu au chapitre VI-7.3.2 que l'on pouvait caractériser l'onde par :

- sa direction de propagation $\vec{u}$
- sa vitesse de propagation $v = \frac{c}{n}$, où n est l'indice du milieu

Ces deux quantités sont justement celles qui décrivent localement un rayon lumineux tel qu'il a été défini en optique géométrique. On a d'ailleurs montré lors d'exercices qu'il était possible de retrouver les lois de Snell-Descartes à partir des équations de Maxwell. Cependant, le modèle de l'optique géométrique n'est valide que dans certains cas de figure.

Une source ponctuelle émet une onde lumineuse dont la structure est sphérique. Il y a décroissance en $1/r$ de l'amplitude des oscillations pour une nécessaire conservation de l'énergie. Les surfaces équiphases sont des sphères, d'où le nom d'onde sphérique.

Cependant, localement, à grande distance de la source, on peut assimiler l'onde sphérique à une onde plane. Les variations de phase deviennent prépondérantes devant la variation d'amplitude et cette dernière peut être considérée comme constante. C'est le cadre de l'optique géométrique.

L'optique géométrique est caractérisée par le domaine des longueurs d'onde faibles devant la longueur d typique de la variation de l'amplitude de l'onde :

$$\lambda \ll d$$

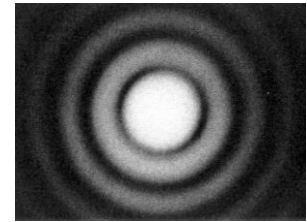
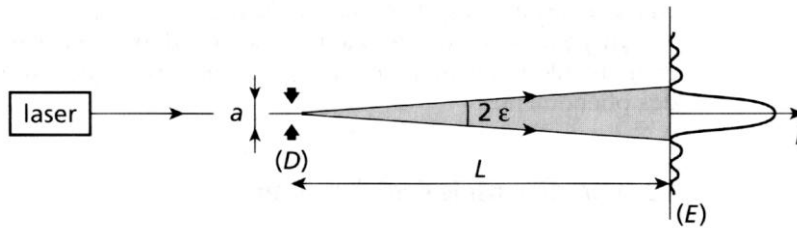
Remarque :

Cette condition impose d'utiliser des instruments d'optiques (lentilles, miroirs,...) de taille plus importante que la longueur d'onde.

1.1.2 Limites de l'optique géométrique

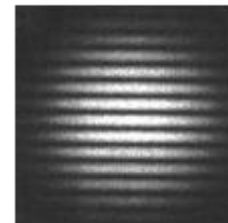
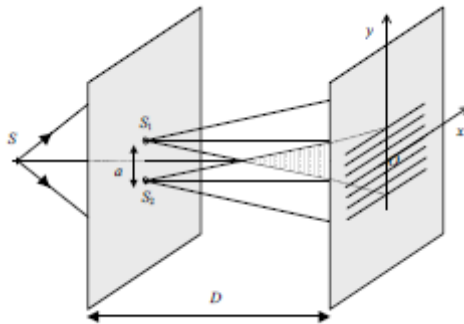
La notion de rayon lumineux suppose qu'on ne s'intéresse qu'à un mince pinceau de lumière. On place alors un diaphragme devant une source de lumière quasi ponctuelle et monochromatique. Pour essayer de caractériser ce rayon lumineux, on va petit à petit diminuer l'ouverture du diaphragme. Or, plus celle-ci diminue et plus le faisceau de lumière émergent s'élargit. En effet, on se rapproche alors de la limite d'application de l'optique géométrique, puisque la longueur typique a se rapproche de la valeur de la longueur d'onde.

C'est le phénomène de diffraction (pas au programme).

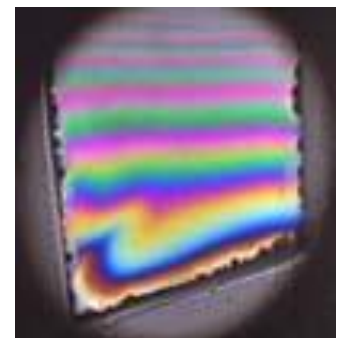
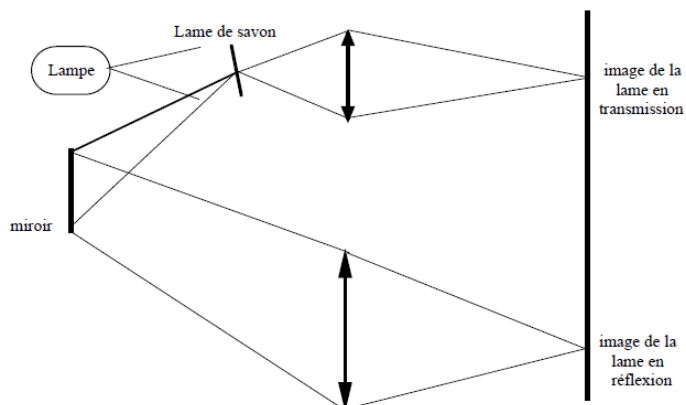


Voici l'expérience réalisée par Thomas Young en 1809. Un écran opaque, percé de deux petits trous, est éclairé par une source S quasi ponctuelle et monochromatique. On observe la lumière atteignant un écran placé un peu plus loin. Sur l'écran sont alternées des bandes claires et sombres. Si l'optique géométrique était respectée, on ne devrait voir sur l'écran que deux points lumineux.

Cette expérience met en évidence le phénomène d'interférences, étudié au prochain chapitre.



Prenons une lumière blanche. Cette lumière éclaire une bulle de savon. En projetant l'image de la bulle sur un écran, on voit se former des bandes de couleurs sombres et lumineuses. Ces bandes mettent en évidence une décomposition du spectre de la lumière blanche associé à un phénomène d'interférences, que ne peut expliquer l'optique géométrique.



1.2 Modèle scalaire de la lumière

1.2.1 Définition du modèle

D'après les observations précédentes, il apparaît donc nécessaire au-delà de l'approximation de l'optique géométrique de garder une trace de la phase de l'onde et de son amplitude.

Pour une onde électromagnétique polarisée rectilignement, le champ électrique se met sous la forme :

$$\vec{E}(M, t) = s(M, t) \vec{v}$$

où $\vec{v}$ est le vecteur unitaire dans la direction de polarisation.

Comme ce dernier est constant, on peut l'omettre et donc ne garder qu'une grandeur scalaire, que l'on appelle **vibration lumineuse** ou **amplitude lumineuse**.

Définition :

Dans le cadre de l'approximation de la grandeur scalaire, l'onde lumineuse est décrite par un scalaire : l'**amplitude lumineuse** $s(M, t)$.

Remarque :

Ce modèle ne permet pas de rendre compte des expériences de polarisation. Il n'est donc valable que dans les deux cas suivants :

- la lumière est polarisée rectilignement avec la même direction en tout point
- la lumière est non polarisée partout.

1.2.2 Notion d'éclairement

On appelle **éclairement** en un point M la puissance lumineuse moyenne reçue par unité de surface sur un capteur placé en M :

$$\varepsilon(M) = \frac{\delta P}{\delta S}$$

où δP est la puissance moyenne reçue par le capteur, et δS la surface du capteur.

La lumière étant une onde électromagnétique, sa puissance découle du calcul du vecteur de Poynting d'où :

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = c\varepsilon_0 E^2(M, t) \vec{u} = c\varepsilon_0 s^2(M, t) \vec{u}$$

La puissance lumineuse moyenne reçue est donc proportionnelle à la valeur moyenne de l'amplitude lumineuse au carré, il en va de même pour l'éclairement.

Définition :

L'**éclairement** (ou **intensité lumineuse**) est proportionnel à la moyenne temporelle du carré de l'amplitude lumineuse au point M :

$$\varepsilon(M) = K \langle s^2(M, t) \rangle \quad (1)$$

Avec :	ε	=	Eclairement en lux
	K	=	Constante de proportionnalité
	s	=	Amplitude lumineuse en $V.m^{-1}$

Remarque :

En optique ondulatoire, on ne fait que comparer les éclairagements en deux points, on ne détermine pas de valeur numérique de l'éclairement. La valeur de la constante K n'est donc pas utile à connaître. Elle est souvent prise égale à 1.

1.2.3 Les récepteurs lumineux

Les récepteurs lumineux ne sont sensibles qu'à la valeur moyenne de la puissance lumineuse qu'ils reçoivent, c'est-à-dire à l'éclairement, d'où l'importance de cette grandeur physique.

En effet, les récepteurs lumineux (photocellules, pellicules photo, œil,...) ont des temps de réponse τ_r très grands devant la période des ondes lumineuses dans le visible $T = 10^{-14}$ s :

- pour l'œil, τ_r est de l'ordre de 0,1 s
- pour une photodiode, τ_r est de 10^{-6} s
- pour une pellicule photo, τ_r est de l'ordre de 10^{-1} s à 10^{-2} s.

Le détecteur moyenne donc (sur une durée τ_r) le signal qui lui est envoyé.

1.3 Propagation d'une vibration scalaire**1.3.1 Lumière monochromatique**

L'onde lumineuse est ici considérée comme une onde monochromatique, on peut donc écrire son amplitude lumineuse sous la forme :

$$s(M, t) = A(M) \cos(\omega t - \varphi(M)) \quad (2)$$

Avec :	s	=	Amplitude lumineuse en $V.m^{-1}$
	A	=	Amplitude en $V.m^{-1}$
	ω	=	Pulsation en $rad.s^{-1}$
	φ	=	Retard de phase

Propriétés :

- la **période** et la **fréquence** de l'onde sont définies comme :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{et} \quad f = \frac{\omega}{2\pi}$$

- Dans le vide, la lumière se propage à la **célérité** $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$ quelque soit la fréquence.
- Dans un milieu transparent d'**indice de réfraction** n, la **vitesse** de l'onde lumineuse est :

$$v = \frac{c}{n}$$

- On appelle **longueur d'onde** d'une onde lumineuse monochromatique dans un milieu homogène isotrope la période spatiale de l'onde, égale à la distance parcourue par l'onde lumineuse pendant une durée égale à sa période, la longueur d'onde dans le vide est notée λ_0 :

$$\lambda = vT = \frac{c}{n}T = \frac{c}{nf} \quad \text{et} \quad \lambda_0 = cT = \frac{c}{f} = n\lambda$$

- **L'éclairement** se met alors sous la forme pour K = 1:

$$\varepsilon(M) = \langle s^2(M, t) \rangle = \langle A^2(M) \cos^2(\omega t - \varphi(M)) \rangle = \frac{A^2(M)}{2}$$

Remarque :

En notation complexe, on peut écrire l'amplitude lumineuse et l'éclairement sous la forme :

$$\underline{s}(M, t) = \underline{A}(M) \exp(i(\omega t - \varphi(M))) \quad (3)$$

$$\varepsilon(M) = \frac{1}{2} \Re(\underline{s}(M, t) \underline{s}^*(M, t)) \quad (4)$$

En effet :

$$\begin{aligned} \varepsilon(M) &= \frac{1}{2} \Re(\underline{A}(M) \exp(i(\omega t - \varphi(M))) \underline{A}^*(M) \exp(-i(\omega t - \varphi(M)))) \\ &= \frac{1}{2} \Re(\underline{A}(M) \underline{A}^*(M)) \\ &= \frac{1}{2} A^2(M) \end{aligned}$$

Rappel :

Les longueurs d'onde du visible dans le vide s'étendent de 400 nm (UV) à 750 nm (IR) environ. L'ordre des couleurs est : violet, bleu, vert, jaune, orange, rouge.

λ_0 (nm)	< 400	500	550	590	630	> 750
f (Hz)	$> 7,5 \cdot 10^{14}$	$6 \cdot 10^{14}$	$5,5 \cdot 10^{14}$	$5,1 \cdot 10^{14}$	$4,8 \cdot 10^{14}$	$< 4,0 \cdot 10^{14}$
Couleur	ultra violet	bleu	vert	jaune orangé	rouge	infra rouge

1.3.2 Phase d'une onde lumineuse monochromatique

L'amplitude $A(M)$ peut dépendre du point M (c'est par exemple le cas pour une onde sphérique), mais dans la plupart des cas envisagés, ce ne sera pas le cas (cas d'une onde plane). On va donc considérer dans cette partie que A ne dépend pas de M et $A = A_0$.

Un signal sinusoïdal est émis d'un point source S et se propage dans un milieu d'indice n constant. Sa phase à l'origine est φ_0 . Le signal au point M reproduit le signal au point S avec un retard égal à :

$$\tau = \frac{SM}{v}$$

Or, on préfère utiliser la notion de **chemin optique**, (SM) , qui dans un tel milieu (n constant) s'écrit :

$$(SM) = nSM$$

On peut alors écrire l'**amplitude lumineuse** de l'onde sous la forme :

$$s(M, t) = A_0 \cos(\omega(t - \tau) - \varphi_0) = A_0 \cos\left(\omega\left(t - \frac{(SM)}{c}\right) - \varphi_0\right)$$

Remarque :

On aurait pu envisager une onde sphérique alors l'amplitude de l'onde se met sous la forme :

$$A(M) = \frac{A_0}{SM}$$

Le retard de phase reste lui le même.

1.3.3 Chemin optique

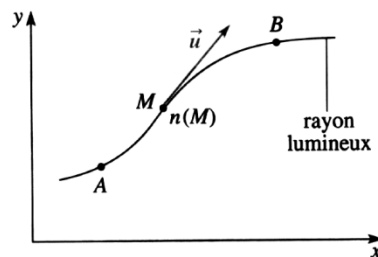
Dans le cas général, l'indice peut varier de façon continue, et le rayon est courbe. On généralise alors la notion de chemin optique et l'expression du déphasage.

Définition :

Pour un milieu quelconque, on définit le **chemin optique** sur un rayon lumineux curviligne quelconque de A à B par :

$$L_{AB} = (AB) = \int_A^B n(M) ds \quad (5)$$

Avec : (AB) = Chemin optique de A à B en m
 n = Indice de réfraction du milieu
 s = Abscisse curviligne en m



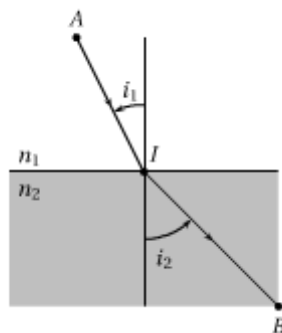
Remarques :

- On peut donc interpréter le chemin optique comme le chemin parcouru dans le vide pendant la durée réelle mise pour aller de A à B dans le milieu d'indice n.
- Si le milieu est homogène (n constant) :

$$(AB) = nAB$$

Exemple :

Considérons le cas de la réfraction d'une onde lumineuse lorsqu'elle rencontre un dioptre :



Le temps de parcours de A à B s'écrit :

$$t_{AB} = \frac{AI}{v_1} + \frac{IB}{v_2}$$

On en déduit l'expression du chemin optique :

$$L_{AB} = (AB) = \frac{c}{v_1} AI + \frac{c}{v_2} IB = n_1 AI + n_2 IB$$

1.3.4 Retard de phase

On alors peut réécrire l'amplitude de l'onde en un point M :

$$s(M, t) = A_0 \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} (SM) - \varphi_0 \right) \quad (6)$$

Avec : s	=	Amplitude lumineuse en $V.m^{-1}$
A_0	=	Amplitude en $V.m^{-1}$
ω	=	Pulsation en $rad.s^{-1}$
λ_0	=	Longueur d'onde dans le vide en m
(SM)	=	Chemin optique en m
φ_0	=	Phase à l'origine

Définition :

La variation de phase d'une monochromatique, à cause de sa propagation entre deux points A et B, se met sous la forme :

$$\varphi(B) - \varphi(A) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (AB) \quad (7)$$

Avec : φ	=	Retard de phase
λ_0	=	Longueur d'onde dans le vide en m
(AB)	=	Chemin optique de A à B en m

Démonstration :

$$\varphi(B) - \varphi(A) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (SB) + \varphi_0 - \frac{2\pi}{\lambda_0} (SA) - \varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} [(SB) - (SA)] = \frac{2\pi}{\lambda_0} (AB)$$

1.3.5 Surface d'onde

Définition :

On appelle **surface d'onde** relative au point source S une surface formée des points M tels que (SM) = constante, ou encore, ce qui est équivalent, $\varphi(M) = \text{constante}$.

Exemple :

Les surfaces d'ondes dans un milieu homogène (n constant) sont caractérisées par :

$$(SM) = nSM = cte$$

- Cas d'une onde sphérique : ce sont donc des sphères centrées en S.
- Cas d'une onde plane : ce sont des plans.

Remarque :

Ces surfaces d'onde correspondent aux surfaces équiphases définies dans le cadre de l'électromagnétisme.

Conséquence :

Entre deux surfaces d'onde, le chemin optique est constant quel que soit le rayon lumineux choisi.

Théorème de Malus (hors programme) :

Les surfaces d'ondes sont orthogonales aux rayons lumineux.

1.4 Stigmatisme

1.4.1 Rappels

Définition :

Un système optique (S) est dit **rigoureusement stigmatique** pour un couple de points A et B si tout rayon lumineux passant par A passe par A' après avoir traversé le système (S).

On dit encore que A et A' sont conjugués par rapport à (S).

Remarques :

- Le stigmatisme rigoureux est parfois impossible à réaliser. On se contente en général du **stigmatisme approché**. Alors, tous les rayons issus du point objet A passent au voisinage immédiat d'un point A'.

- On se place alors dans les **conditions de Gauss** : tous les rayons lumineux qui traversent le système optique font avec l'axe des angles faibles : ces rayons sont dits **paraxiaux**.

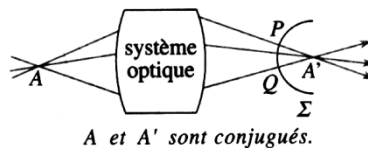
1.4.2 Stigmatisme en optique ondulatoire

Deux points appartenant à la même surface d'onde de la source A sont à même chemin optique de A.

Propriété :

Le chemin optique est conservé entre deux points conjugués :

$$(AA') = cte \quad \text{si } A \text{ et } A' \text{ sont conjugués}$$



A retenir et savoir faire :

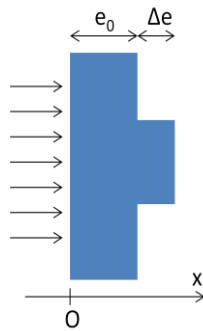
- Connaître la signification physique du chemin optique.
- Savoir calculer le chemin optique d'une onde lumineuse et le retard de phase associé.
- Savoir exprimer l'amplitude scalaire lumineuse d'une onde optique.

1.5 Exercices d'application

1.5.1 Surface d'onde après une lame présentant un défaut d'épaisseur

Une onde plane arrive en incidence normale sur une lame présentant un défaut d'épaisseur.

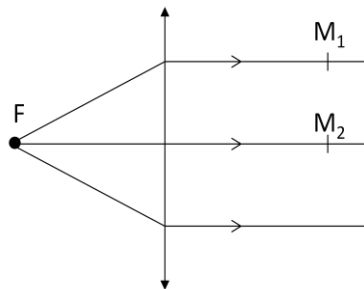
- Donner la forme de la surface d'onde avant et après la lame.
- Quelle est la différence de phase, après la lame à la même abscisse x , entre un rayon ayant traversé le défaut et un autre ne l'ayant pas traversé ?
- Donner un analogue mécanique, en athlétisme, de cette situation.



1.5.2 Transformation des surfaces d'onde par une lentille convergente

On place une source ponctuelle au foyer objet F d'une lentille convergente.

- Quelle est la forme des surfaces d'onde avant la lentille pour l'onde émise par la source ponctuelle placée en F ?
- Qu'en est-il après la lentille ?
- Que dire des chemins optiques (FM_1) et (FM_2) ?
- Comment est-ce possible, vu les distances respectives parcourues ?



1.6 Exercices

1.6.1 Interprétation de l'optique géométrique avec les surfaces d'onde

Un objet ponctuel (réel) A donne comme image par un miroir plan le point A' .

- Situer l'image A' . Est-elle réelle ou virtuelle ? Peut-on observer cette image ?
- Qu'en est-il pour un objet A virtuel ? Comment réaliser un objet virtuel expérimentalement ?
- Le stigmatisme entre A et A' est-il rigoureux ou approché ?
- Quelles sont les surfaces d'onde issues de A avant la réflexion ?
- Quelles sont les surfaces d'ondes après la réflexion ? De quel point semblent-elles issues ?
- Réaliser un schéma et mettre en évidence le théorème de Malus.

1.6.2 Calculs de chemins optiques

On considère une lentille mince convergente, dans l'air ; 2 cas :

- elle est éclairée par une source ponctuelle placée dans le plan focal objet, hors du foyer ;
- elle reçoit un faisceau de lumière parallèle sous une incidence α

Dans les deux cas, on posera $PM = a$.

Calculer les différences de chemin optique suivantes :

a) $(AQ) - (AP)$

b) $(AM) - (AP)$

c) $(QA) - (PA)$

d) $(MA) - (PA)$

