

Cours VII : Optique ondulatoire

2 Interférences

2.1 Interférences non localisées entre deux ondes monochromatiques totalement cohérentes

2.1.1 Superposition de deux sources ponctuelles monochromatiques

On s'intéresse à deux sources ponctuelles (lumineuses en optique) notées S_1 et S_2 qui émettent des ondes planes monochromatiques de pulsations respectives ω_1 et ω_2 . Les deux signaux sont d'amplitudes respectives :

$$s_1(S_1, t) = A_{01} \cos(\omega_1 t - \varphi_{01})$$

$$s_2(S_2, t) = A_{02} \cos(\omega_2 t - \varphi_{02})$$

Les déphasages φ_{02} et φ_{01} sont appelé déphasages initiaux des sources 1 et 2.

Les deux signaux émis par les deux sources se propagent et atteignent le point M :

$$s_1(M, t) = A_{01} \cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{\lambda_0}(S_1 M) - \varphi_{01}\right) = A_{01} \cos(\omega_1 t - \varphi_1(M))$$

$$s_2(M, t) = A_{02} \cos\left(\omega_2 t - \frac{2\pi}{\lambda_0}(S_2 M) - \varphi_{02}\right) = A_{02} \cos(\omega_2 t - \varphi_2(M))$$

La lumière étant une onde électromagnétique, on peut utiliser le théorème de superposition, l'onde résultante en M est donc :

$$s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t)$$

On s'intéresse alors à l'éclairement résultant en M (K est pris égal à 1) :

$$\begin{aligned} \varepsilon(M) &= \langle s^2(M, t) \rangle = \langle (s_1(M, t) + s_2(M, t))^2 \rangle \\ &= \langle s_1^2(M, t) + s_2^2(M, t) + 2s_1(M, t)s_2(M, t) \rangle \\ &= \langle s_1^2(M, t) \rangle + \langle s_2^2(M, t) \rangle + 2\langle s_1(M, t)s_2(M, t) \rangle \\ &= \varepsilon_1(M) + \varepsilon_2(M) + 2\langle s_1(M, t)s_2(M, t) \rangle \end{aligned}$$

On remarque donc que l'éclairement résultant est la somme des éclairissements dus à chacune des sources si elles étaient allumées séparément et d'un troisième terme qui traduit le phénomène d'interférences.

On peut mettre ce troisième terme sous la forme suivante où :

- le premier terme a toujours une valeur moyenne nulle (car ω_1 et $\omega_2 > 0$)
- le second terme reste non nul si $\omega_1 = \omega_2$ et pour une différence de phase $\varphi(M)$ constant dans le temps.

$$\begin{aligned}
 \langle s_1(M, t) s_2(M, t) \rangle &= \langle A_{01} \cos(\omega_1 t - \varphi_1(M)) A_{02} \cos(\omega_2 t - \varphi_2(M)) \rangle \\
 &= \underbrace{\left\langle \frac{A_{01} A_{02}}{2} \cos((\omega_1 + \omega_2)t - (\varphi_1(M) + \varphi_2(M))) \right\rangle}_{=0} \\
 &\quad + \left\langle \frac{A_{01} A_{02}}{2} \cos((\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_2(M) - \varphi_1(M)) \right\rangle \\
 &= \left\langle \frac{A_{01} A_{02}}{2} \cos((\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_2(M) - \varphi_1(M)) \right\rangle
 \end{aligned}$$

L'éclairement résultant se met alors sous la forme :

$$\begin{aligned}
 \varepsilon(M) &= \varepsilon_1(M) + \varepsilon_2(M) + 2\sqrt{\varepsilon_1(M)\varepsilon_2(M)} \langle \cos((\omega_1 - \omega_2)t + \varphi(M)) \rangle \\
 \text{avec } \varphi(M) &= \varphi_2(M) - \varphi_1(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \{ (S_2 M) - (S_1 M) \} + \varphi_2 - \varphi_1
 \end{aligned}$$

L'éclairement résultant de deux sources lumineuses monochromatiques n'est pas toujours la somme de leurs deux intensités. Un terme supplémentaire, dit **d'interférences**, peut s'y rajouter. Sa valeur est déterminée par la différence de phase $\varphi(M)$ entre les deux ondes au point M.

2.1.2 Cohérence des sources

Définition :

Deux sources sont dites **cohérentes**, lorsque l'éclairement résultant n'est pas la somme des éclairagements, il y a en plus un terme d'interférence.

$$\varepsilon(M) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + 2\sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2} \cos(\varphi(M)) \quad (1)$$

Avec : ε_1 = Eclairement de la première source en lux
 ε_2 = Eclairement de la seconde source en lux
 $\varphi(M)$ = Différence de phase entre les deux ondes au point M

Lorsqu'elles n'interfèrent pas entre elles, elles sont dites **incohérentes**. L'éclairement est la somme des éclairagements de chacune des deux sources.

$$\varepsilon(M) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (2)$$

Propriété :

Deux sources cohérentes sont nécessairement **synchrones** : elles ont même pulsation.

Remarque :

- Cette condition est nécessaire mais non suffisante.
- Prenons deux sources laser émettant la même longueur d'onde, on n'observe pas le phénomène d'interférences. En effet, une source émet une multitude de sinusoides de durée finie, appelées trains d'onde. Ceux-ci ont des déphasages initiaux qui varient de manière aléatoire. Il faut que les deux intensités appartiennent au même train d'onde pour avoir un déphasage initial constant et donc pour que le phénomène d'interférences se produise. Il faut donc obtenir deux sources secondaires issues d'une même source. C'est le rôle d'un interféromètre.

2.1.3 Description du champ d'interférences

On s'intéresse ici au terme d'interférences défini précédemment et qui ne dépend que de la différence de phase entre les deux ondes au point M :

$$2\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_2} \cos(\varphi(M))$$

Définition :

Le **champ d'interférences** est le lieu des points M pouvant être atteints par les deux signaux. On parle aussi de zone de recouvrement des faisceaux.

L'éclairement va dépendre de la position du point M. Pour une valeur de $\varphi(M)$ donnée, appelée **état d'interférences**, correspond un éclairement constant.

Le lieu des points M contigus de même éclairement, donc de même phase, est appelé **frange d'interférences**.

L'éclairement en M peut alors prendre toutes les valeurs entre :

$$\varepsilon_{\max} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + 2\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_2} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{\min} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - 2\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_2}$$

L'éclairement est maximum si les deux ondes sont en phase :

$$\varphi(M) = 0[2\pi]$$

On parle **d'interférences constructives** et de **franges brillantes**, ou claires, ou lumineuses.

L'éclairement est minimum si les deux ondes sont en opposition de phase :

$$\varphi(M) = \pi[2\pi]$$

On parle **d'interférences destructives** et de **franges sombres**, ou foncées.

Remarque :

- La valeur moyenne de l'éclairement (valeur moyenne spatiale) est $\varepsilon_1(M) + \varepsilon_2(M)$, ce qui est conforme à la conservation de l'énergie. Le phénomène d'interférence change la répartition de l'énergie dans l'espace mais ne modifie pas l'énergie totale.

- Dans le cas particulier où les deux ondes ont le même éclairement $\varepsilon_0(M)$, l'expression de l'éclairement devient :

$$\varepsilon(M) = 2\varepsilon_0(1 + \cos(\varphi(M)))$$

Pour certains points de l'espace, on peut donc avoir un éclairement nul.

- Entre deux franges lumineuses (ou deux franges sombres) consécutives, $\varepsilon(M)$ varie de 2π .
- Entre une frange lumineuse et une frange sombre adjacentes, $\varepsilon(M)$ varie de π .

Définition :

On appelle **différence de marche** au point M la longueur :

$$\delta(M) = \frac{\lambda_0}{2\pi} \varphi(M) = \delta_{\text{géo}}(M) + \delta_{\text{sup}} = (S_2M) - (S_1M) + \delta_{\text{sup}} \quad (3)$$

Avec :	$\delta(M)$	=	Différence de marche au point M en m
	λ_0	=	Longueur d'onde dans le vide en m
	$\varphi(M)$	=	Différence de phase au point M
	$\delta_{\text{géo}}(M)$	=	Différence de marche géométrique au point M en m
	$\delta_{\text{sup}}(M)$	=	Différence de marche supplémentaire au point M en m
	(S_iM)	=	Chemin optique parcouru par l'onde entre S_i et M en m

Remarque :

- La différence de marche supplémentaire inclut tous les déphasages qui ne dépendent pas de la géométrie. En particulier, elle inclut les déphasages initiaux dus aux sources. Or, ceux-ci sont la plupart du temps en phase :

$$\varphi_{01} = \varphi_{02} \Rightarrow \delta_{\text{sup}} = 0 \Rightarrow \varphi(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_{\text{géo}}(M)$$

Dans la suite, on prendra le terme δ_{sup} nul.

Définition :

On appelle **ordre d'interférence** en M le rapport :

$$p(M) = \frac{\varphi(M)}{2\pi} = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} \quad (4)$$

Avec : $p(M)$ = Ordre d'interférence au point M
 $\varphi(M)$ = Différence de phase au point M
 $\delta(M)$ = Différence de marche au point M en m

Propriété :

Dans le cas de franges brillantes, on a :

$$\varphi(M) = 0[2\pi] \Leftrightarrow \delta(M) = 0[\lambda_0] \Leftrightarrow p(M) \text{ est un entier}$$

Dans le cas de franges sombres, on a :

$$\varphi(M) = \pi[2\pi] \Leftrightarrow \delta(M) = \frac{\lambda_0}{2}[\lambda_0] \Leftrightarrow p(M) \text{ est un demi-entier}$$

2.1.4 Contraste d'une figure d'interférenceDéfinition :

Le contraste ou visibilité des franges est donné par le rapport :

$$C = \frac{\varepsilon_{\text{max}} - \varepsilon_{\text{min}}}{\varepsilon_{\text{max}} + \varepsilon_{\text{min}}} \quad (5)$$

Avec : C = Contraste
 ε_{max} = Eclairement maximum en lux
 ε_{min} = Eclairement minimum en lux

Remarque :

- Le contraste est compris entre 0 et 1. Il donne une indication pour savoir qu'il est facile de distinguer les franges claires des sombres.

- Un contraste nul correspond à des franges claires de même intensité que les franges sombres : il n'y a pas d'interférences.

- Un contraste maximum est obtenu quand les franges sombres sont totalement obscures, soit $\varepsilon_{\text{min}} = 0$. C'est le cas lorsque les deux ondes ont le même éclairement $\varepsilon_0(M)$, alors $C = 1$.

Propriété :

On peut réécrire l'éclairement total au point M sous la forme :

$$\varepsilon(M) = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)(1 + C \cos(\varphi(M)))$$

2.1.5 Allure des franges d'interférences

On étudie les interférences produites à partir d'une source primaire ponctuelle, donnant naissance par un système optique approprié (interféromètre) à deux sources secondaires S_1 et S_2 mutuellement cohérentes. On suppose que le milieu est homogène d'indice égal à n .

Définition :

On parle dans ce cas **d'interférences non localisées**, car elles existent dans tout le domaine de l'espace où les ondes issues de S_1 et S_2 se superposent

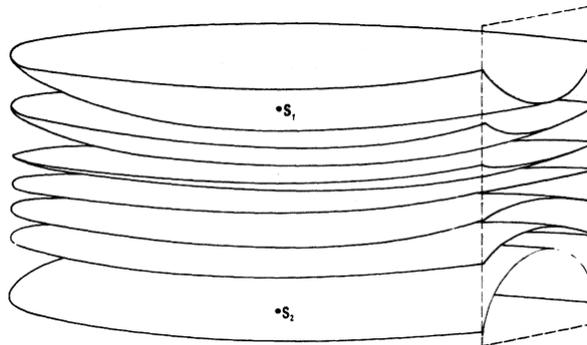
On suppose de plus que les ondes ont la même pulsation, ω , et la même amplitude, A_0 . Ainsi, chacune des sources produit séparément un éclairement égal à ε_0 au point M . La différence de marche supplémentaire est nulle. La superposition des deux ondes donne naissance à des interférences. Ainsi, l'éclairement du champ d'interférence se met sous la forme :

$$\varepsilon(M) = 2\varepsilon_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M) \right) \right)$$

Les franges d'interférences sont le lieu des points M telles que $\delta(M) = \text{constante}$, soit avec nos hypothèses :

$$\delta(M) = (S_2M) - (S_1M) = \text{cte} \Leftrightarrow n(S_2M - S_1M) = \text{cte}$$

Il s'agit d'hyperboloïdes de révolution de foyers S_1 et S_2 .

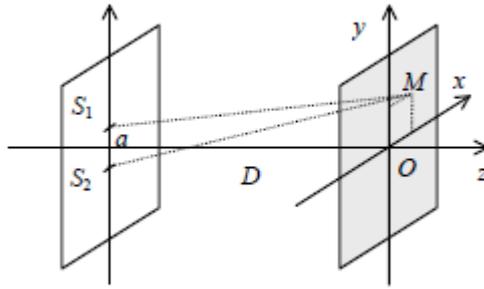


On ne peut pas donner l'allure générale de l'intersection de ces hyperboloïdes avec des plans. Il y a cependant deux cas particuliers :

- l'intersection avec un plan perpendiculaire à l'axe des sources secondaires (S_1S_2) : les franges brillantes sont alors des cercles
 - l'intersection avec un plan parallèle à (S_1S_2) : les franges brillantes sont alors des hyperboles.
- Dans les conditions habituelles des expériences d'optique (distances S_1S_2 petite devant la distance d'observation), ces hyperboles peuvent être assimilées à des droites.

2.1.5.1 Plan d'observation parallèle à S_1S_2

On exprime $S_2M - S_1M$ au point M , de coordonnées (x,y) situé au voisinage de O sur un écran placé à la distance D du plan des sources S_1 et S_2 .



On a alors :

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y \quad \overrightarrow{OS_1} = \frac{a}{2}\vec{e}_y - D\vec{e}_z \quad \overrightarrow{OS_2} = -\frac{a}{2}\vec{e}_y - D\vec{e}_z$$

$$\overrightarrow{S_1M} = \overrightarrow{S_1O} + \overrightarrow{OM} = x\vec{e}_x + \left(y - \frac{a}{2}\right)\vec{e}_y + D\vec{e}_z \Rightarrow S_1M = \sqrt{x^2 + \left(y - \frac{a}{2}\right)^2 + D^2}$$

$$\overrightarrow{S_2M} = \overrightarrow{S_2O} + \overrightarrow{OM} = x\vec{e}_x + \left(y + \frac{a}{2}\right)\vec{e}_y + D\vec{e}_z \Rightarrow S_2M = \sqrt{x^2 + \left(y + \frac{a}{2}\right)^2 + D^2}$$

En supposant que :

$$D \gg a, |x|, |y| \gg \lambda$$

On peut effectuer un développement limité au second ordre en a/D , x/D et y/D :

$$\begin{aligned} S_1M &= \sqrt{x^2 + \left(y - \frac{a}{2}\right)^2 + D^2} \\ &= D\sqrt{1 + \left(\frac{x}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2 + \left(\frac{a}{2D}\right)^2 - \frac{ay}{D^2}} \\ &\approx D\left(1 + \frac{1}{2}\left(\left(\frac{x}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2 + \left(\frac{a}{2D}\right)^2 - \frac{ay}{D^2}\right)\right) \end{aligned}$$

$$S_2M \approx D\left(1 + \frac{1}{2}\left(\left(\frac{x}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2 + \left(\frac{a}{2D}\right)^2 + \frac{ay}{D^2}\right)\right)$$

Alors, pour la différence de marche, on obtient :

$$\delta(M) = n(S_2M - S_1M) \approx nD \frac{ay}{D^2} \approx n \frac{ay}{D}$$

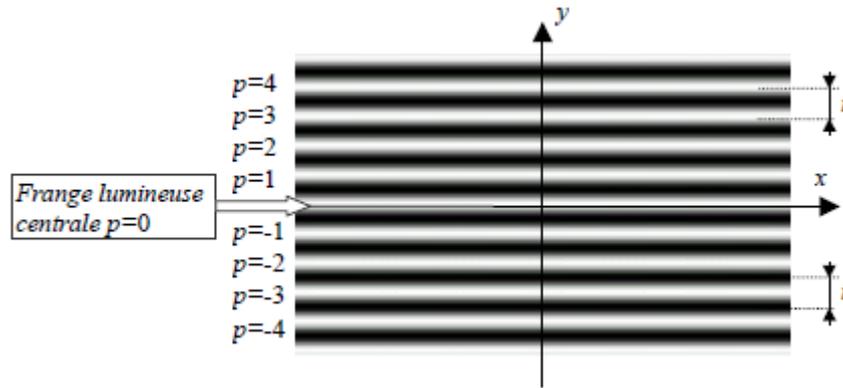
L'éclairement ne dépend que de la seule coordonnée y : les franges d'interférences sont donc des segments de droites parallèles à l'axe des x donc perpendiculaires à S_1S_2 .

$$\varepsilon(M) = 2\varepsilon_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi n a y}{\lambda_0 D}\right)\right)$$

La répartition d'intensité lumineuse sur le plan d'observation est périodique. La période de la fonction est appelée **l'interfrange** et notée i :

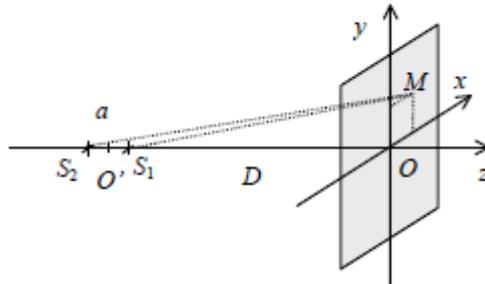
$$i = \frac{\lambda_0 D}{na} \Rightarrow \varepsilon(M) = 2\varepsilon_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi y}{i}\right) \right)$$

La valeur particulière de l'ordre d'interférence, $p = 0$, correspond à la frange située sur le plan médiateur de S_1S_2 , donc en $y = 0$.



2.1.5.2 Plan d'observation perpendiculaire à S_1S_2

Soit maintenant M situé dans un plan perpendiculaire à S_1S_2 .



On suppose toujours que :

$$D \gg a, |x|, |y| \gg \lambda$$

$$S_1M = \sqrt{x^2 + y^2 + \left(D - \frac{a}{2}\right)^2} \quad \text{et} \quad S_2M = \sqrt{x^2 + y^2 + \left(D + \frac{a}{2}\right)^2}$$

On pose :

$$\rho^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow \begin{cases} S_1M = \sqrt{\rho^2 + \left(D - \frac{a}{2}\right)^2} \\ S_2M = \sqrt{\rho^2 + \left(D + \frac{a}{2}\right)^2} \end{cases}$$

On peut effectuer un développement limité au troisième ordre en ρ/D et a/D :

$$\begin{aligned}
S_1 M &= \sqrt{\rho^2 + \left(D - \frac{a}{2}\right)^2} \\
&= D \sqrt{1 + \left(\frac{\rho}{D}\right)^2 + \left(\frac{a}{2D}\right)^2 - \frac{a}{D}} \\
&\approx D \left(1 + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\rho}{D}\right)^2 + \left(\frac{a}{2D}\right)^2 - \frac{a}{D} \right) \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{8} \left(\left(\frac{\rho}{D}\right)^2 + \left(\frac{a}{2D}\right)^2 - \frac{a}{D} \right)^2 + \frac{1}{16} \left(\left(\frac{\rho}{D}\right)^2 + \left(\frac{a}{2D}\right)^2 - \frac{a}{D} \right)^3 \right) \\
&\approx D \left(1 - \frac{a}{2D} + \frac{1}{2} \left(\frac{\rho}{D}\right)^2 + \frac{1}{2} \underbrace{\left(\frac{a}{2D}\right)^2}_{=0} - \frac{1}{8} \left(\frac{a}{D}\right)^2 + \frac{2}{8} \left(\frac{\rho}{D}\right)^2 \frac{a}{D} + \frac{2}{8} \underbrace{\left(\frac{a}{2D}\right)^2 \frac{a}{D}}_{=0} - \frac{1}{16} \left(\frac{a}{D}\right)^3 \right) \\
&\approx D \left(1 - \frac{a}{2D} + \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{D^2} + \frac{1}{4} \frac{\rho^2 a}{D^3} \right)
\end{aligned}$$

$$S_2 M \approx D \left(1 + \frac{a}{2D} + \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{D^2} - \frac{1}{4} \frac{\rho^2 a}{D^3} \right)$$

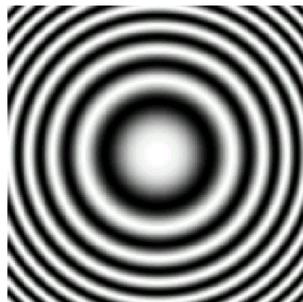
Alors, pour la différence de marche, on obtient :

$$\delta(M) = n(S_2 M - S_1 M) \approx nD \left(\frac{a}{D} - \frac{1}{2} \frac{\rho^2 a}{D^3} \right) \approx na \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{D^2} \right)$$

L'éclairement ne dépend que de la seule coordonnée ρ : les franges d'interférences sont donc des cercles centrés sur l'axe $S_1 S_2$, on leur donne le nom d'anneaux.

$$\varepsilon(M) = 2\varepsilon_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi na}{\lambda_0} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{D^2} \right) \right) \right)$$

La répartition d'intensité lumineuse sur le plan d'observation n'est pas périodique. Les anneaux vont en se resserrant.



On introduit l'ordre d'interférence p :

$$p = \frac{na}{\lambda_0} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{D^2} \right)$$

On remarque que la différence de marche au centre correspond à na , on la note δ_0 . On note également l'ordre d'interférence au centre, p_0 (non nul dans ce cas). Alors :

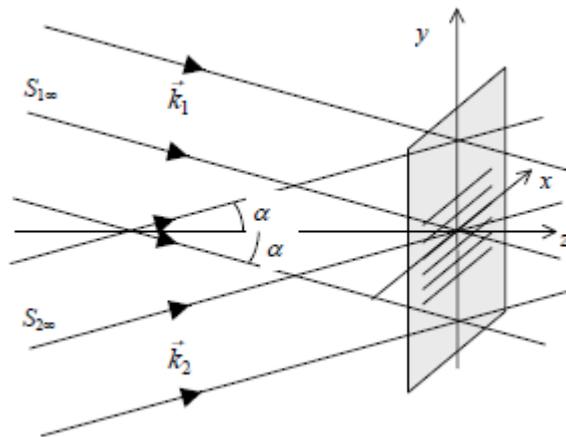
$$p = \frac{\delta_0}{\lambda_0} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{D^2} \right) = p_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{D^2} \right)$$

On peut alors exprimer le rayon de l'anneau p en fonction de p_0 tel que :

$$\rho_p = D \sqrt{2} \sqrt{\frac{p_0 - p}{p_0}}$$

2.1.5.3 S_1 et S_2 à l'infini : interférences de deux ondes planes

Lorsque les sources S_1 et S_2 sont à l'infini, il n'est plus question pour obtenir la différence de phase en un point M du champ d'interférences d'évaluer $\delta_{\text{géo}}$ puisque (S_2M) et (S_1M) sont infinis.



Il faut alors revenir à l'expression de définition de la phase d'une OPPM :

$$\varphi = \omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0$$

Si \vec{u}_1 et \vec{u}_2 sont les vecteurs unitaires sur les directions de propagation des ondes (1) et (2), la différence de phase en M est donc :

$$\begin{aligned} \varphi(M) &= \varphi_1(M, t) - \varphi_2(M, t) = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r} \\ (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) &= -2k \sin \alpha \vec{u}_y \Rightarrow \varphi(M) = -2ky \sin \alpha = -\frac{4\pi n y \sin \alpha}{\lambda_0} \end{aligned}$$

L'éclairement ne dépend que de la seule coordonnée y : les franges d'interférences sont donc des segments de droites parallèles à l'axe des x donc perpendiculaire à $\vec{k}_1 - \vec{k}_2$.

La répartition d'intensité lumineuse sur le plan d'observation est périodique d'interfrange :

$$i = \frac{\lambda_0}{2n \sin \alpha} \approx \frac{\lambda_0}{2n\alpha} \text{ si } \alpha \text{ petit}$$

2.1.6 Deux types d'interféromètres

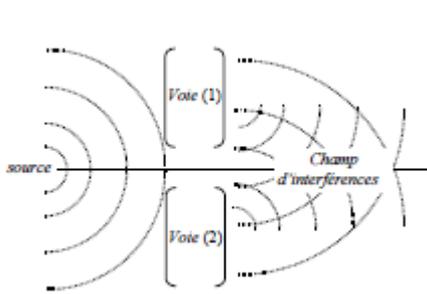
Afin de réaliser des interférences lumineuses, il faut faire appel à un dispositif qui permette de créer deux ou plusieurs ondes cohérentes entre elles : l'interféromètre. Il en existe deux types :

- Dispositif à division du front d'onde :

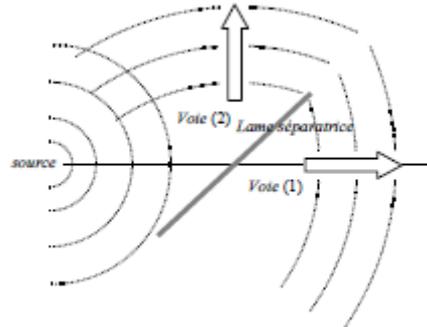
Les deux ondes qui interfèrent sont donc issues d'une division géométrique de l'onde incidente issue de la source. Exemple : les fentes d'Young.

- Dispositif à division d'amplitude :

Les deux ondes qui interfèrent sont donc issues d'une division énergétique de l'onde incidente issue de la source. Exemple : l'interféromètre de Michelson.



Division du front d'onde



Division d'amplitude

2.2 Interférences par division du front d'onde

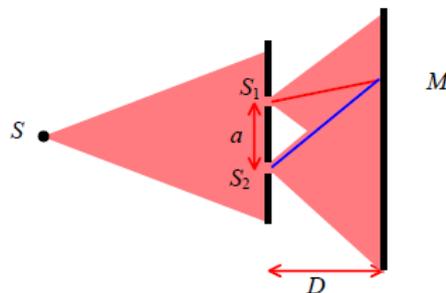
2.2.1 Trous d'Young

2.2.1.1 Description du dispositif

Deux trous S_1 et S_2 identiques et de très petite dimension (rayon de l'ordre du dixième de millimètre, ou moins), sont percés dans un écran opaque et distants de a (de l'ordre de quelques millimètres) : la lumière incidente est diffractée par chacun d'eux et les ondes réémises se superposent dans toute une partie de l'espace.

Eclairés par une source ponctuelle S monochromatique de longueur d'onde λ_0 , ils se comportent donc comme deux sources secondaires cohérentes.

La source S est placée à la même distance de chacun d'entre eux. L'observation se fait sur un écran parallèle à S_1S_2 placé à une distance D .



2.2.1.2 Description du champ d'interférences

Le domaine où sont théoriquement observables les interférences correspond au demi-espace situé après la traversée du plan des trous d'Young : les interférences ne sont pas localisées.

Conformément au calcul développé en 2.1.5.1, (la source S étant équidistante des sources secondaires S_1 et S_2), la différence de marche se met sous la forme :

$$\delta = (SM)_2 - (SM)_1 = (SS_2) + (S_2M) - (SS_1) - (S_1M) = (S_2M) - (S_1M) \approx n \frac{ay}{D}$$

En supposant que les deux ondes interférant ont le même éclairement ε_0 , la répartition de l'éclairement sur l'écran peut alors se mettre sous la forme :

$$\varepsilon(M) = 2\varepsilon_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi n a y}{\lambda_0 D} \right) \right)$$

Les franges d'interférences sont donc des segments de droite, parallèles à l'axe des x et séparées d'un interfrange :

$$i = \frac{\lambda_0 D}{na}$$

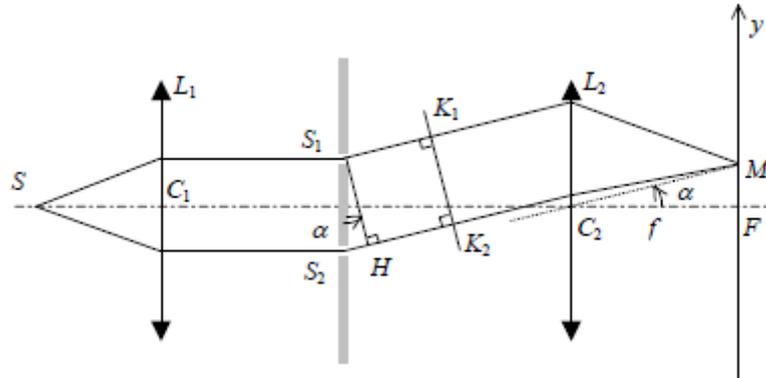
Pour augmenter la luminosité des franges, il est possible d'utiliser des fentes étroites, de même largeur, et de longueur b et placées parallèlement aux franges observées précédemment.

- Si c'est la source qui est remplacée par une fente, alors chacun des points de la fente émet une onde incohérente et on peut donc sommer les éclaircissements sans changer la figure d'interférences.

- Si ce sont les trous qui sont remplacés par des fentes, la figure d'interférences n'est pas non plus modifiée car elle ne dépend pas au premier ordre de x .

2.2.1.3 Montage avec lentilles

Autre possibilité pour améliorer la luminosité des franges, ajouter deux lentilles au dispositif. La source ponctuelle S est placée au foyer d'une lentille convergente L_1 , et on met l'écran dans le plan focal image d'une autre lentille convergente L_2 .



Il faut alors reprendre le calcul de la différence de marche. On a toujours :

$$\delta = (SM)_2 - (SM)_1 = (SS_2) + (S_2M) - (SS_1) - (S_1M)$$

S_1 et S_2 sont conjugués avec S , on a donc toujours :

$$(SS_2) = (SS_1)$$

Les points K_1 et K_2 sont eux-mêmes conjugués avec M , car ils appartiennent à la même surface d'onde. En particulier, S_1 et H sont conjugués avec M , d'où :

$$(HM) = (S_1M)$$

Alors la différence de marche peut se mettre sous la forme :

$$\delta = (S_2M) - (S_1M) = (S_2H) + (HM) - (S_1M) = (S_2H) = nS_2H$$

L'utilisation des lentilles impose d'être dans les conditions de Gauss, les rayons sont donc peut inclinés, et on a :

$$S_2H = a \sin \alpha \approx a \tan \alpha \approx a \frac{MF}{C_2F} \approx a \frac{y}{f}$$

En supposant que les deux ondes interférant ont le même éclairement ε_0 , la répartition de l'éclairement sur l'écran peut alors se mettre sous la forme :

$$\varepsilon(M) = 2\varepsilon_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi n a y}{\lambda_0 f} \right) \right)$$

L'expression est donc tout à fait semblable à celle obtenue pour une observation sur un écran à distance finie D au remplacement près de D par f . L'interfrange i s'écrit donc :

$$i = \frac{\lambda_0 f}{na}$$

2.2.1.4 Translation de la source

On suppose que la source S , placée à une distance D' des fentes, se déplace en S' avec $y' = SS'$. En un point $M(y)$, la différence de marche δ que présentent les vibrations issues de S' devient :

$$\delta = (S'S_2) + (S_2M) - (S'S_1) - (S_1M)$$

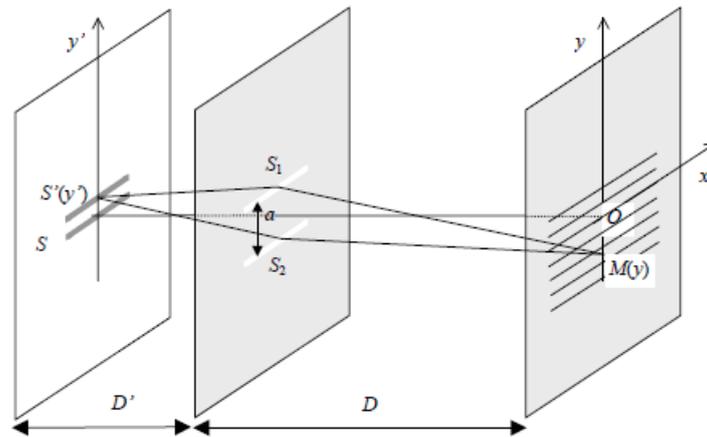
D'après le calcul en 2.1.5.1, et par un calcul analogue, on a :

$$(S_2M) - (S_1M) \approx n \frac{ay}{D} \quad \text{et} \quad (S'S_2) - (S'S_1) \approx n \frac{ay'}{D'}$$

En supposant que les deux ondes interférant ont le même éclairement ε_0 , la répartition de l'éclairement sur l'écran peut alors se mettre sous la forme :

$$\varepsilon(M) = 2\varepsilon_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} na \left(\frac{y}{D} + \frac{y'}{D'} \right) \right) \right)$$

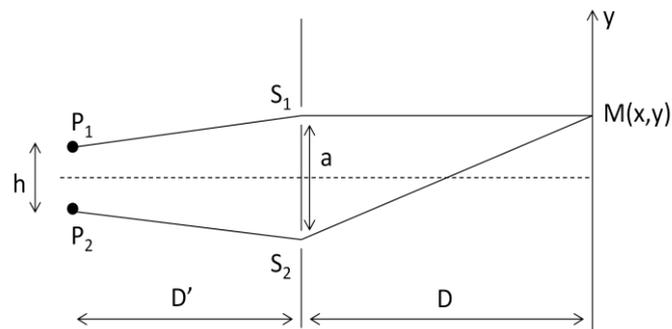
Le système des franges d'interférence se translate donc "en bloc".



2.2.1.5 Etude du contraste

2.2.1.5.1 Source constituée de deux points

On considère une source monochromatique constituée de deux points P_1 et P_2 , séparés d'une distance h et qui éclaire deux trous d'Young.



Les deux points sources P_1 et P_2 sont incohérents. Ainsi, pour obtenir l'éclairement résultant, il suffit de sommer les éclairements, ε_1 et ε_2 , créés par chacune des deux sources séparément. En utilisant la formule de l'éclairement trouvée en 2.2.1.4, on obtient :

$$\varepsilon_1(M) = 2\varepsilon_{0,1} \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} na \left(\frac{y}{D} + \frac{h}{2D'} \right) \right) \right)$$

$$\varepsilon_2(M) = 2\varepsilon_{0,2} \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} na \left(\frac{y}{D} - \frac{h}{2D'} \right) \right) \right)$$

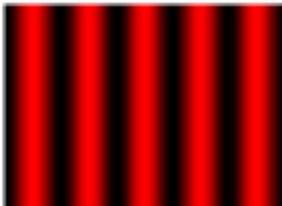
Alors, en supposant que les deux sources ont même luminosité et en les sommant :

$$\begin{aligned} \varepsilon(M) &= \varepsilon_1(M) + \varepsilon_2(M) \\ &= 2\varepsilon_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} na \left(\frac{y}{D} + \frac{h}{2D'} \right) \right) \right) + 2\varepsilon_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} na \left(\frac{y}{D} - \frac{h}{2D'} \right) \right) \right) \\ &= 2\varepsilon_0 \left(2 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} na \left(\frac{y}{D} + \frac{h}{2D'} \right) \right) + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} na \left(\frac{y}{D} - \frac{h}{2D'} \right) \right) \right) \\ &= 2\varepsilon_0 \left(2 + 2 \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} na \frac{y}{D} \right) \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} na \frac{h}{2D'} \right) \right) \\ &= 4\varepsilon_0 \left(\underbrace{1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{nah}{2D'} \right)}_{\text{visibilité}} \underbrace{\cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{nay}{D} \right)}_{\text{interférences}} \right) \end{aligned}$$

On trouve en facteur du terme d'interférences un terme appelé visibilité, noté V , qui va moduler l'éclairement sur l'écran. L'éclairement varie maintenant entre $4\varepsilon_0(1-|V|)$ et $4\varepsilon_0(1+|V|)$ et non plus 0 et $8\varepsilon_0$ (qui serait obtenu si les deux points sources étaient superposés). Les franges sombres ne sont plus tout à fait noires et les franges brillantes au maximum : le contraste a diminué.

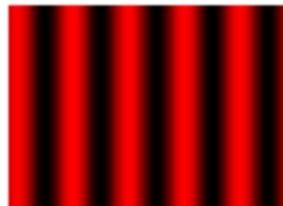
$$C = \frac{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}}{\varepsilon_{\max} + \varepsilon_{\min}} = \frac{4\varepsilon_0(1+|V|) - 4\varepsilon_0(1-|V|)}{4\varepsilon_0(1+|V|) + 4\varepsilon_0(1-|V|)} = |V|$$

Figure d'interférences produite par la source P_1 seule



+

Figure d'interférences produite par la source P_2 seule



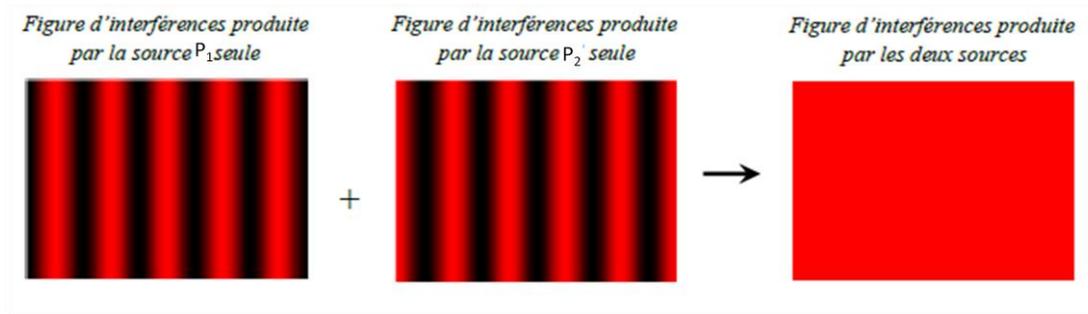
→

Figure d'interférences produite par les deux sources



En fait, chacune des deux sources crée sa propre figure d'interférences avec le même interfrange. La figure finale est la superposition des deux. Selon la distance entre les deux sources :

- si les franges claires de l'une correspondent aux franges sombres de l'autre, on pourra obtenir un brouillage de la figure : anti-coïncidence



- si les franges claires de l'une correspondent aux franges claires de l'autre, la figure sera bien contrastée : coïncidence



Remarque :

- On peut utiliser ce même raisonnement pour expliquer pourquoi lorsque l'on a une source étendue selon y , on observe un brouillage de la figure d'interférences. En pratique, pour s'y soustraire, il faut que la source soit plus fine qu'une certaine longueur appelée : longueur de cohérence spatiale.

- Ce résultat est à la base de l'interférométrie stellaire.

2.2.1.5.2 Source constitué d'un doublet

On considère une source ponctuelle délivrant deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 très proches telles que $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \ll \lambda_1, \lambda_2$. On utilise, par exemple, une lampe à vapeur de sodium. Les deux longueurs d'onde sont incohérentes. L'éclairement total observé sur l'écran sera donc la somme des éclairagements correspondant à chaque longueur d'onde. On obtient donc les deux éclairagements, ε_1 et ε_2 :

$$\varepsilon_1(M) = 2\varepsilon_{0,1} \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_1} \frac{na y}{D} \right) \right)$$

$$\varepsilon_2(M) = 2\varepsilon_{0,2} \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_2} \frac{na y}{D} \right) \right)$$

Alors, en supposant que les deux sources ont même luminosité et en les sommant :

$$\begin{aligned}
\varepsilon(M) &= \varepsilon_1(M) + \varepsilon_2(M) \\
&= 2\varepsilon_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi nay}{\lambda_1 D}\right) \right) + 2\varepsilon_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi nay}{\lambda_2 D}\right) \right) \\
&= 2\varepsilon_0 \left(2 + \cos\left(\frac{2\pi nay}{\lambda_1 D}\right) + \cos\left(\frac{2\pi nay}{\lambda_2 D}\right) \right) \\
&= 2\varepsilon_0 \left(2 + 2\cos\left(\pi \frac{nay}{D} \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}\right)\right) \cos\left(\pi \frac{nay}{D} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)\right) \right) \\
&= 4\varepsilon_0 \left(1 + \cos\left(\pi \frac{nay}{D} \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_1\lambda_2}\right)\right) \cos\left(\pi \frac{nay}{D} \left(\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1\lambda_2}\right)\right) \right)
\end{aligned}$$

Comme λ_1 et λ_2 sont très proches, on peut les prendre égales à leur moyenne λ_0 tel que :

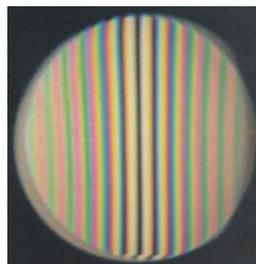
$$\begin{aligned}
\varepsilon(M) &= 4\varepsilon_0 \left(1 + \cos\left(\pi \frac{nay}{D} \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}\right)\right) \cos\left(\pi \frac{nay}{D} \left(\frac{2\lambda_0}{\lambda_0^2}\right)\right) \right) \\
&= 4\varepsilon_0 \left(\underbrace{1 + \cos\left(\pi \frac{nay}{D} \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}\right)\right)}_{\text{visibilité}} \underbrace{\cos\left(\frac{2\pi nay}{\lambda_0 D}\right)}_{\text{interférences}} \right)
\end{aligned}$$

On trouve en facteur du terme d'interférences un nouveau terme appelé visibilité, noté V, qui va moduler l'éclairement sur l'écran. Les conséquences sont les mêmes qu'en 2.2.1.5.1. Le contraste va diminuer et suivant la valeur de $\Delta\lambda$, on pourra observer un brouillage de la figure.

Remarque :

- On peut utiliser ce même raisonnement pour expliquer pourquoi lorsque l'on a une source à spectre étendu ($\Delta\lambda$ autour de λ_0), donc non monochromatique, on observe un brouillage de la figure d'interférences. En pratique, pour s'y soustraire, il faut que la longueur de cohérence temporelle qui est reliée à la largeur spectrale de la source et s'interprète comme la longueur d'un train d'onde soit faible devant la différence de marche optique.

-En lumière blanche, on observera donc une zone d'interférences excessivement réduite. A peu de chose près, on n'observera qu'une frange blanche brillante autour de $\delta \approx 0$ (3 μm max) encadrée de deux zones sombres irisées. Au-delà, on a du blanc quasiment uniforme, qu'on appelle blanc d'ordre supérieur. Il se distingue de la lumière blanche car il a un spectre cannelé : il manque certaines radiations. Son spectre présente donc des raies noires, appelées cannelures.

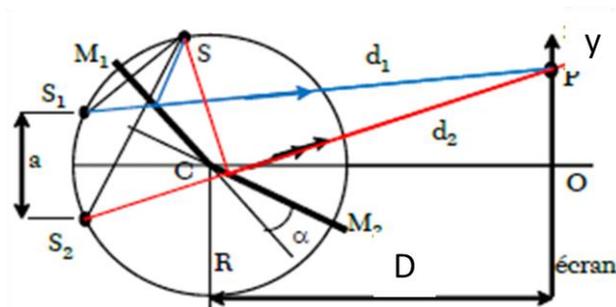


2.2.2 Miroirs de Fresnel

2.2.2.1 Description du dispositif

Une source ponctuelle S de lumière monochromatique de longueur d'onde λ_0 éclaire deux miroirs plans d'arête commune Oy qui font entre eux un angle faible $\alpha \ll 1$ (de quelques minutes). On observe sur un écran éloigné normal à la direction moyenne des rayons réfléchis. Un cache empêche la lumière d'atteindre directement l'écran. Une partie des rayons lumineux émis par S se réfléchit sur le miroir M_1 (resp M_2) en semblant provenir d'un point image S_1 (resp S_2) symétrique de S par rapport au miroir. Les sources S_1 et S_2 images de S se comportent comme des sources secondaires cohérentes distantes de a issues de la division du front d'onde. Les trajets optiques des rayons sont différents : on peut donc voir apparaître des interférences non localisées.

- S est à la distance $R = SC$ de l'arête commune des deux miroirs.
- L'écran est placé à la distance $D = CO$ de C .
- On suppose que $D \gg R$.



2.2.2.2 Description du champ d'interférences

Les sources S_1 et S_2 sont perpendiculaires à la direction de propagation moyenne et l'écran d'observation est parallèle à la droite des sources. On se ramène donc au cas étudié en 2.1.5.1, et on a donc la différence de marche suivante :

$$\delta = (S_2M) - (S_1M) \approx n \frac{ay}{D+R}$$

Les franges sont pratiquement des droites perpendiculaires au plan de la figure et à Ox avec un interfrange :

$$i = \frac{\lambda_0(D+R)}{na}$$

On peut aussi remarquer que S , S_1 et S_2 appartiennent au même cercle de centre C et de rayon R , donc :

$$S_1S_2 \approx 2\alpha R \Rightarrow \delta \approx n \frac{2\alpha Ry}{D+R}$$

En supposant que les deux ondes interférant ont le même éclairement ε_0 , la répartition de l'éclairement sur l'écran peut alors se mettre sous la forme :

$$\varepsilon(M) = 2\varepsilon_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi n 2\alpha Ry}{\lambda_0(D+R)} \right) \right)$$

Remarque :

- L'intérêt de ce dispositif est de pouvoir faire varier la distance entre S_1 et S_2 , en jouant sur l'angle α entre les miroirs.

- Contrairement au cas des trous d'Young, aucun phénomène de diffraction ne vient se superposer au phénomène d'interférences. En effet, le recouvrement des faisceaux est un simple effet d'optique géométrique.

- Une réflexion sur un miroir provoque un déphasage supplémentaire de π (vu en électromagnétisme en 7.6). Mais ici, cela a lieu pour chacun des miroirs et il n'y a pas lieu d'en tenir compte pour le calcul de δ .

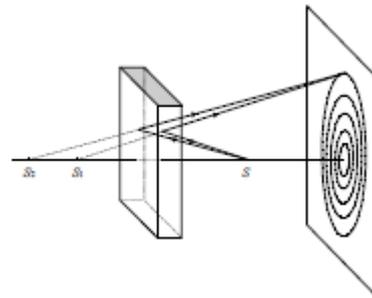
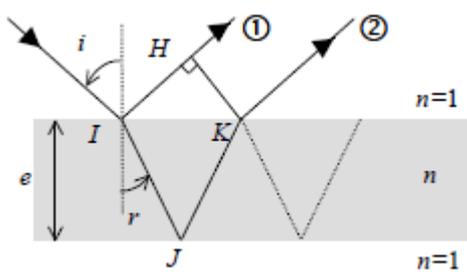
2.3 Interférences par division d'amplitude

2.3.1 Franges d'égal inclinaison d'une lame à faces parallèles

2.3.1.1 Description du dispositif

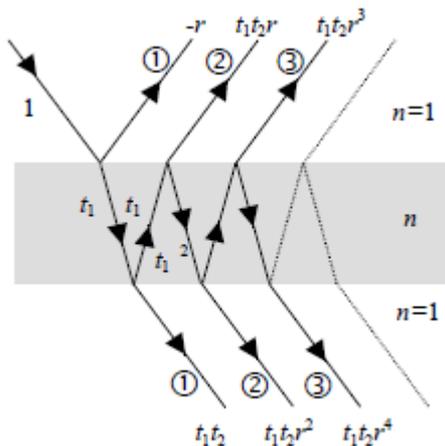
Soit une lame à faces parallèles taillée dans un matériau transparent homogène d'indice n placée dans l'air. Un rayon incident arrive avec un angle i par rapport à la normale sur une face de la lame. A l'interface air-matériau, le rayon est en partie réfléchi et réfracté avec un angle r par rapport à la normale en I. Ce même rayon réfracté atteint l'interface matériau-air où il est de nouveau réfléchi et réfracté avec un angle i par rapport à la normale en J. On va donc étudier les interférences entre les rayons 1 et 2 émergents par réflexion de la lame à faces parallèles.

On suppose que la source S est ponctuelle et nous observons les interférences sur un écran (E) placé parallèlement à la lame. La lame d'air donne de S , par symétrie, deux sources secondaires cohérentes ponctuelles S_1 et S_2 . Sur un écran parallèle à la lame, perpendiculaire à S_1 et S_2 , on observe donc des franges circulaires.



Remarque :

- Les rayons 1 et 2 ne sont pas les seuls à émerger de la lame à faces parallèles. Cependant, en observant les coefficients de réflexion et transmission aux interfaces, on s'aperçoit que seuls ces deux rayons sont d'amplitudes équivalentes, les amplitudes des autres rayons étant négligeables.



Pour $n = 1,5$: $r = 0,2$, $t_1 = 0,8$ et $t_2 = 1,2$:

[signal lumineux V_{II}] [signal lumineux incident]	(1)	(2)	(3)
Réflexion	0,20	0,19	0,0076
Transmission	0,96	0,038	0,0015

- On peut aussi obtenir des interférences par transmission mais elles seront peu contrastées : les amplitudes des deux premiers rayons étant très différentes.

2.3.1.2 Description du champ d'interférences

Le plan des sources S_1 et S_2 étant perpendiculaire à l'écran, on pourrait utiliser la formule de la différence de marche trouvée en 2.1.5.2. Cependant, ici un calcul plus simple peut être réalisé. En effet, K et H se trouve sur la même surface d'onde, on aura donc le même chemin optique de K à M et de H à M, d'où :

$$\begin{aligned}\delta_{géo} &= (IM)_2 - (IM)_1 = (IJK) + (KM) - (IH) - (HM) = (IJK) - (IH) \\ (IJK) &= 2nIJ = 2n \frac{e}{\cos r} \quad \text{et} \quad (IH) = IK \cos\left(\frac{\pi}{2} - i\right) = IK \sin i = 2e \tan r \sin i \\ \delta_{géo} &= 2n \frac{e}{\cos r} - 2e \tan r \sin i\end{aligned}$$

D'après les lois de Snell-Descartes :

$$\sin i = n \sin r \quad \Rightarrow \quad \delta_{géo} = 2n \frac{e}{\cos r} - 2ne \tan r \sin r = 2ne \left(\frac{1 - \sin^2 r}{\cos r} \right) = 2ne \cos r$$

A cette différence de marche géométrique, il faut rajouter une différence de marche supplémentaire dû à la réflexion air-verre (déphasage supplémentaire de π), on a donc :

$$\delta = 2ne \cos r + \frac{\lambda_0}{2}$$

En supposant que les deux ondes interférant ont le même éclairement ε_0 , la répartition de l'éclairement sur l'écran peut alors se mettre sous la forme :

$$\begin{aligned}\varepsilon(M) &= 2\varepsilon_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \left(2ne \cos r + \frac{\lambda_0}{2} \right) \right) \right) \\ &= 2\varepsilon_0 \left(1 + \cos \left(\frac{4\pi ne \cos r}{\lambda_0} + \pi \right) \right) \\ &= 2\varepsilon_0 \left(1 - \cos \left(\frac{4\pi ne \cos r}{\lambda_0} \right) \right)\end{aligned}$$

La différence de marche dépendant de l'angle d'inclinaison des rayons, on appellera ce type de franges, des **franges d'égale inclinaison**.

Remarque :

- Pour les interférences par transmission, on a la même expression pour la différence de marche géométrique mais aucune différence de marche supplémentaire n'est introduite.

- On retrouve la même formule qu'en passant par la différence de marche trouvée en 2.1.5.2.

- Dans le cas d'une lame d'air, $n = 1$, et on a donc :

$$\delta = 2e \cos r + \frac{\lambda_0}{2} = 2e \cos i + \frac{\lambda_0}{2}$$

- On retrouvera cette différence de marche dans le cadre de l'étude du Michelson étudié en lame d'air pour lequel la différence de marche supplémentaire est compensée et sera donc nulle :

$$\delta = 2e \cos i$$

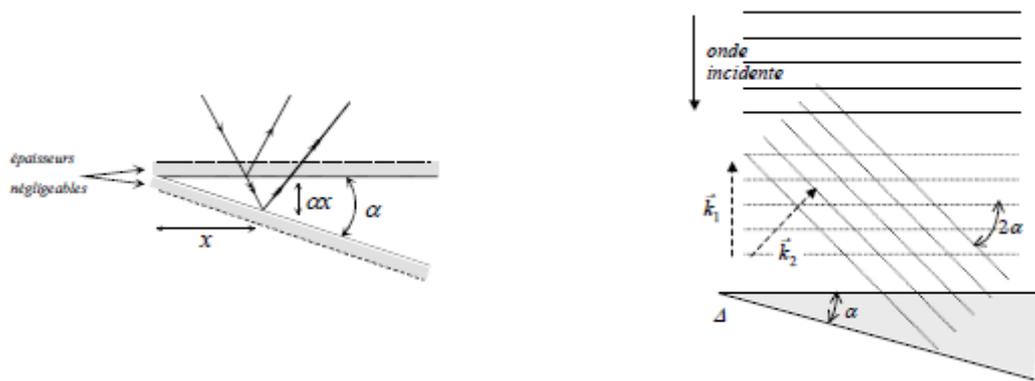
2.3.2 Frange d'égalé épaisseur d'une lame

2.3.2.1 Description du dispositif

On considère le cas d'une lame d'air enfermée entre deux lames de verre faisant entre elles un angle α . De plus, on supposera que :

- l'angle α est faible,
- les lames de verre sont d'épaisseur négligeable, on les réduira à un plan.

Prenons le cas d'une source à l'infini : l'onde incidente est donc une onde plane. Par réflexion sur les deux faces du coin d'air, on obtient deux ondes planes cohérentes dont les directions de propagation (et les plans d'onde) font entre elles un angle 2α (angle faible, comme α). Sur un écran placé perpendiculairement à la direction de propagation moyenne, on obtient des franges rectilignes parallèles à l'arête Δ du coin d'air, d'après 2.1.5.3.



2.3.2.2 Description du champ d'interférences

On peut réutiliser la formule donnée en 2.1.5.3 pour une source à l'infini dans ce cas, la différence de marche se met sous la forme :

$$\delta_{\text{géo}} = \frac{\lambda_0}{2\pi} \varphi(M) = nx \sin 2\alpha = x \sin 2\alpha \approx 2\alpha x \quad \text{car } n=1 \text{ et } \alpha \ll 1$$

A la distance x de l'arête du coin d'air, on peut aussi dire que la distance parcourue par le rayon est égale à $2x \sin \alpha$ et donc pour $\alpha \ll 1$:

$$\delta_{\text{géo}} = 2\alpha x$$

Une des deux réflexions s'effectue sur un dioptre air verre et apporte un déphasage de π d'où :

$$\delta = 2\alpha x + \frac{\lambda_0}{2}$$

Les franges d'interférences donc des segments de droite $x = \text{cte}$ parallèles à l'arête du coin : on retrouve bien le résultat annoncé.

En supposant que les deux ondes interférant ont le même éclairement ε_0 , la répartition de l'éclairement sur l'écran peut alors se mettre sous la forme :

$$\varepsilon(M) = 2\varepsilon_0 \left(1 + \cos \left(\frac{4\pi\alpha x}{\lambda_0} + \pi \right) \right) = 2\varepsilon_0 \left(1 - \cos \left(\frac{4\pi\alpha x}{\lambda_0} \right) \right)$$

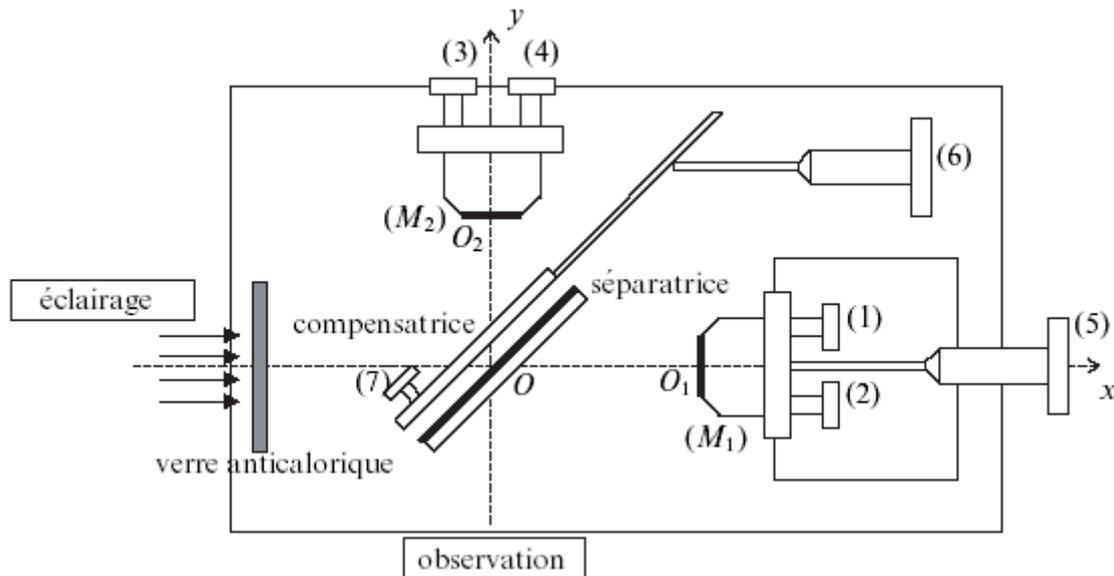
Les franges sont appelées **franges d'égalé épaisseur** puisqu'elles dépendent de l'épaisseur du coin d'air.

2.3.3 Interféromètre de Michelson

L'interféromètre de Michelson est un dispositif interférentiel à division d'amplitude. Il porte le nom de son inventeur, Albert Michelson (1852–1931, prix Nobel de Physique en 1907), qui espérait, en vain, montrer à l'aide de ce dispositif que la vitesse de la lumière dépend du référentiel dans lequel on l'étudie. Cette expérience, et en particulier l'échec rencontré par Michelson dans son entreprise, fait partie des expériences fondatrices de la théorie de la relativité générale.

2.3.3.1 Description du dispositif

L'interféromètre de Michelson, vu de dessus, est schématisé sur la figure suivante :



Il est constitué de :

- deux miroirs quasi orthogonaux (M_1) et (M_2), dont la planéité est assurée à $\lambda/20$ ou $\lambda/40$, l'angle entre les deux miroirs est $\pi/2 + \alpha$, avec $\alpha \approx 10^{-3}$ rad
- deux lames de verre quasiment parallèles, orientées à $\pi/4$ des miroirs :
 - une lame dont une des faces a été traitée pour être semi réfléchissante, appelée séparatrice et notée S_p
 - une autre lame identique à la séparatrice mais non traitée, appelée compensatrice
- des différents vis de réglage :
 - les vis de rotation rapide (1) et (2)
 - les vis de rotation lente (3) et (4)
 - la vis (5), de chariotage de (M_1) en translation rectiligne le long de référence O_x
 - les vis de réglage en rotation de la compensatrice (6) et (7).

Il y a en outre un verre anticalorique placé à l'entrée de l'interféromètre dont le rôle est d'arrêter le rayonnement infrarouge qui pourrait chauffer et détériorer les éléments de l'interféromètre.

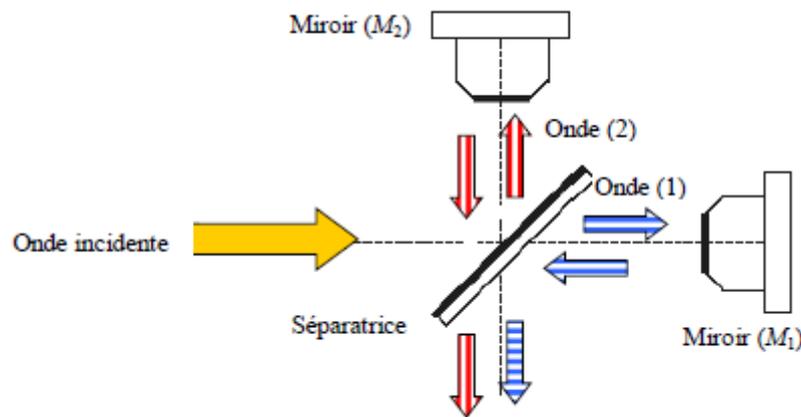
Les axes (OO_1) et (OO_2) sont appelés les "bras" de l'interféromètre.

2.3.3.2 Création des interférences

L'onde incidente est divisée en deux ondes secondaires par la lame séparatrice, qui réalise la division d'amplitude :

- la première onde secondaire, l'onde (1), est transmise en direction du miroir (M_1) ;
- la deuxième onde secondaire, l'onde (2), est réfléchiée en direction du miroir (M_2).

Après réflexion sur le miroir (M_1), l'onde (1) est réfléchi vers la sortie de l'interféromètre. Après réflexion sur le miroir (M_2), l'onde (2) est transmise vers la sortie de l'interféromètre. En sortie de l'interféromètre, les ondes (1) et (2), qui ont parcouru des chemins optiques différents au sein de l'interféromètre, se superposent au moins partiellement : on observe donc des interférences. La forme des franges d'interférences obtenues dépend du réglage de l'interféromètre.



En pratique, on utilisera toujours l'interféromètre de Michelson dans une des deux configurations suivantes pour observer des interférences :

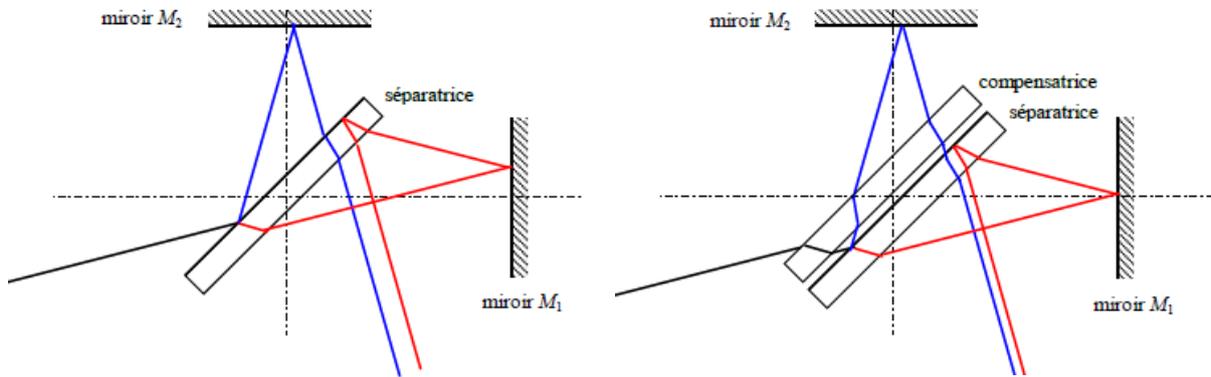
<p>- configuration en lame d'air Les miroirs (M_1) et (M_2) sont alors rigoureusement orthogonaux aux axes Ox et Oy respectivement mais la distance OO_1 diffère de la distance OO_2 ; la différence entre ces deux distances est appelée épaisseur de la lame d'air.</p>	<p>- configuration en coin d'air Les miroirs (M_1) et (M_2) sont alors sensiblement équidistants de la compensatrice ($OO_1 \approx OO_2$) mais, en revanche, ils ne sont pas rigoureusement orthogonaux aux axes Ox et Oy.</p>

2.3.3.3 Rôle de la compensatrice

Le dispositif séparateur, qui réalise la division d'amplitude, comprend, en plus de la séparatrice, une lame compensatrice. Il s'agit d'une lame de verre classique, réalisée dans le même matériau que la lame séparatrice, et de même épaisseur que cette dernière.

Le rôle de la lame compensatrice est de rattraper la différence de chemin optique qui existe entre les deux ondes secondaires après leur passage à travers la lame séparatrice.

En l'absence de compensatrice, l'onde (1) traverse trois fois la lame séparatrice alors que l'onde (2) ne la traverse qu'une seule fois. En présence de la compensatrice, chaque onde traverse quatre fois la même épaisseur de verre.



Dans toute la suite, on supposera donc que la séparatrice et la compensatrice sont deux lames d'épaisseur nulle.

2.3.3.4 Schéma équivalent

Pour pouvoir tracer les rayons lumineux et calculer les chemins optiques avec plus de facilité, on a recours à un schéma équivalent du Michelson. Pour cela, on replie le miroir M_1 , ainsi que la source S par rapport à la séparatrice. Ils se retrouvent alors en M'_1 et S' .

Marche réelle des rayons dans l'interféromètre	Schéma équivalent après repliage / séparatrice

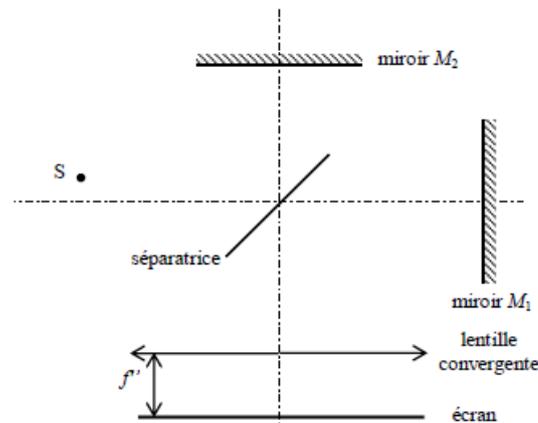
2.4 Interférences localisées dans le cas d'une source étendue

Utiliser une source étendue à l'entrée d'un dispositif optique permet de fournir une lumière plus intense. Cependant, ceci peut s'accompagner d'un brouillage de la figure d'interférence comme montré en 2.2.1.5.1. L'interféromètre de Michelson permet cependant d'observer sur une certaine surface des interférences bien contrastées, même avec une source étendue. Les interférences sont alors dites localisées.

2.4.1 Michelson utilisé en lame d'air

2.4.1.1 Cohérence spatiale

Lorsque les miroirs M_1 et M_2 sont parallèles, les interférences à l'infini restent bien contrastées quelle que soit la taille de la source : on dit que les interférences sont localisées à l'infini. Il faut donc placer un écran loin des miroirs ou encore placer l'écran au foyer image d'une lentille convergente.



2.4.1.2 Description du champ d'interférences

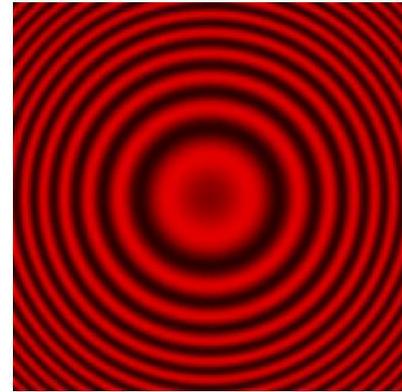
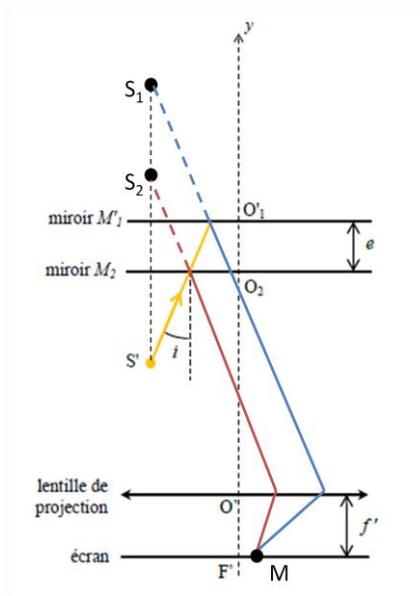
L'utilisation du schéma équivalent nous ramène dans le cas étudié au 2.3.1 des franges d'égale inclinaison d'une lame à face parallèle. Dans le cas présent, la lame est composée d'air d'où $n = 1$. La différence de marche supplémentaire est compensée par la compensatrice, alors :

$$\delta(M) = 2e \cos i \approx 2e \left(1 - \frac{i^2}{2} \right) \approx 2e \left(1 - \frac{\rho^2}{2f'^2} \right) \quad \text{car } i \ll 1$$

où : i est l'angle que forme le rayon incident avec la normale au miroir M_2

ρ est le rayon de l'anneau passant par le point M.

Les franges créées par le Michelson en lame d'air à faces parallèles sont circulaires appelées anneaux d'égale inclinaison. On fait varier l'épaisseur de la lame d'air e en chariotant le miroir (M_1).



De la même manière qu'en 2.1.5.2, on peut essayer de calculer le rayon des anneaux lumineux. L'ordre d'interférence sur l'écran vaut :

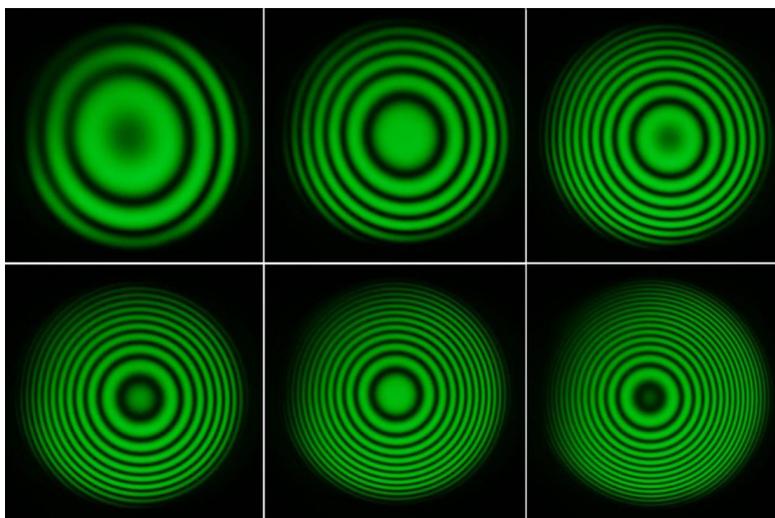
$$p(M) = \frac{2e}{\lambda_0} \cos i$$

Il est donc maximal au centre et $p_0 = 2e/\lambda_0$. Les anneaux lumineux numéro m est caractérisé par un ordre p entier tel que pour l'inclinaison i_m du rayon ou le rayon ρ_m de l'anneau :

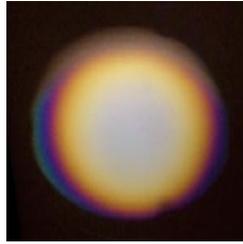
$$p = p_0 (1 - \cos i_m) \approx p_0 \left(\frac{i_m^2}{2} \right) \approx p_0 \frac{\rho_m^2}{2f'^2}$$

Quand on augmente l'épaisseur e de la lame d'air, l'ordre d'interférence au centre augmente, le nombre des anneaux brillants augmente et les anneaux semblent naître au centre du champ d'interférences et grossir progressivement.

Pour un Michelson réglé en lame d'air éclairé par une source monochromatique émettant la longueur d'onde $\lambda = 546 \text{ nm}$, on fait varier l'épaisseur de la lame d'air de successivement 0,25 mm, 0,5 mm, 0,75 mm, 1,0 mm, 1,25 mm à 1,5 mm.



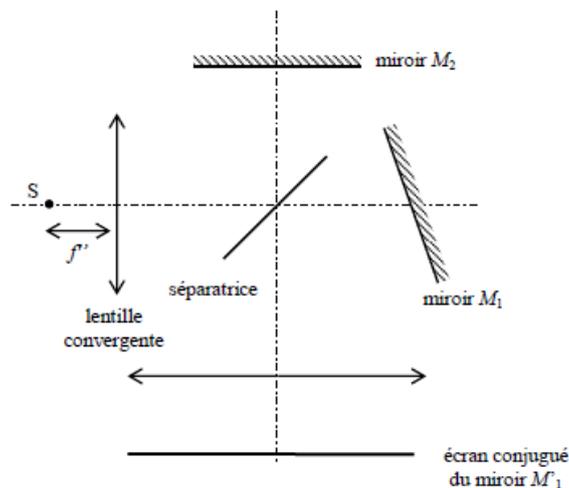
Lorsque l'épaisseur de la lame d'air tend vers 0, la différence de marche tend vers 0. L'écran devient uniformément éclairé, c'est ce qu'on appelle la **teinte plate**. On parle de **contact optique** puisque M'_1 et M_2 coïncident et $e = 0$ et $\alpha = 0$. On connaît alors parfaitement l'état de l'interféromètre et décider de l'utiliser dans l'un de ses deux réglages principaux : lame d'air ou coin d'air.



2.4.2 Michelson utilisé en coin d'air

2.4.2.1 Cohérence spatiale

Lorsque les miroirs M'_1 et M_2 font un petit angle, les interférences restent bien contrastées au niveau des miroirs tant que ceux-ci sont éclairés quasi normalement en lumière monochromatique : on dit que les interférences sont localisées sur les miroirs. Il faut donc faire l'image des miroirs sur l'écran à l'aide d'une lentille convergente. De plus, afin d'éclairer les miroirs en lumière quasi parallèle, on place un diaphragme près de la lampe et on le met au foyer d'une lentille convergente d'assez courte focale.



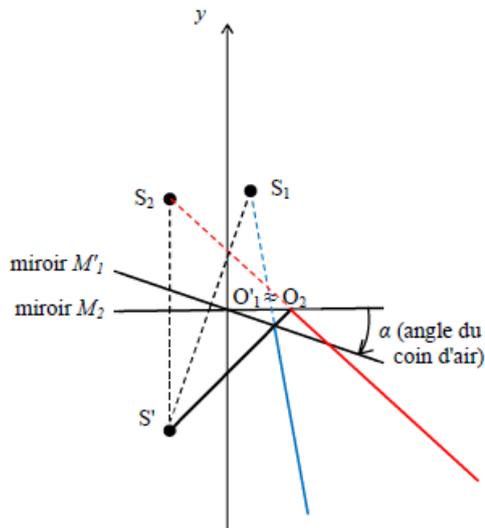
2.4.2.2 Description du champ d'interférences

L'utilisation du schéma équivalent nous ramène dans le cas étudié au 2.3.2 des franges d'égale épaisseur d'une lame. La différence de marche supplémentaire est compensé par la compensatrice, alors :

$$\delta(M) \approx 2\alpha x \quad \text{car } \alpha \ll 1$$

où : α est l'angle que forment les deux miroirs entre eux
 x est l'abscisse du point M.

Les franges créées par le Michelson en coin d'air sont rectilignes appelées franges d'égale épaisseur. Leur direction est parallèle à l'arête commune aux deux miroirs.



Si la distance e entre les deux miroirs n'est pas nulle, on a la différence de marche suivante :

$$\delta(M) \approx 2e + 2\alpha x$$

Ceci a pour effet de translater en bloc le système de franges.

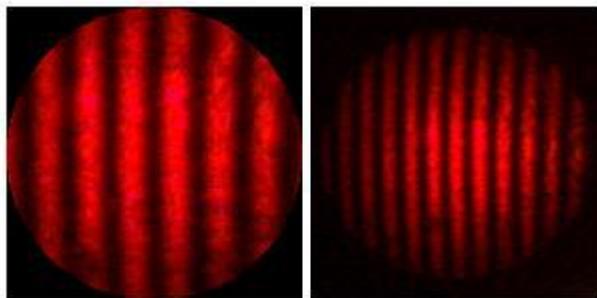
L'interfrange vaut alors sur les miroirs :

$$i = \frac{\lambda_0}{2\alpha}$$

L'interfrange étant une fonction décroissante de α :

- si α est trop grand, l'interfrange est trop petit pour être visible à l'oeil nu
- pour passer du réglage en coin d'air au réglage en lame d'air, il faut s'arranger pour augmenter l'interfrange de plus en plus en touchant aux vis.

Pour un Michelson réglé en coin d'air éclairé par une source monochromatique émettant la longueur d'onde $\lambda = 632 \text{ nm}$, on fait varier l'angle du coin d'air entre deux valeurs.



2.4.3 Applications

2.4.3.1 En frange d'égale inclinaison

Reprenons le cas d'une source constituée d'un doublet évoqué en 2.2.1.5.2, l'éclairement se met sous la forme :

$$\varepsilon(M) = 4\varepsilon_0 \left(1 + \cos \left(\pi \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} \right) \delta(M) \right) \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M) \right) \right)$$

Entre deux franges brillantes, on a :

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta\delta_1 = 2\pi \Leftrightarrow \Delta\delta_1 = \lambda_0$$

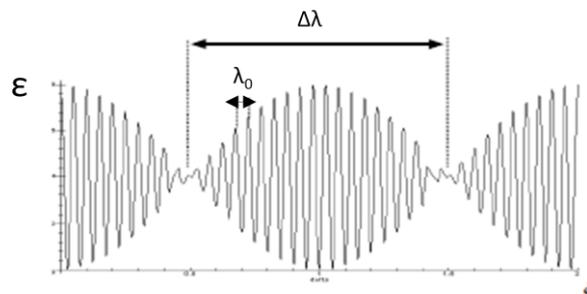
Entre deux annulations du contraste, on a :

$$\pi \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} \right) \Delta\delta_2 = \pi \Leftrightarrow \Delta\delta_2 = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$$

Soit N le nombre de franges entre deux annulations du contraste successives, alors :

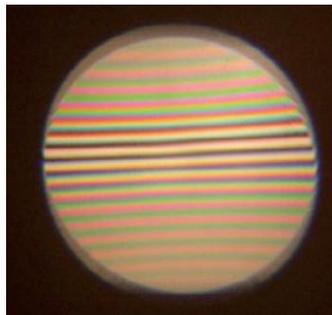
$$N = \frac{\Delta\delta_2}{\Delta\delta_1} = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}$$

On peut donc mesurer un écart de longueur d'onde.



2.4.3.2 En frange d'égale épaisseur

Il s'agit ici par exemple de contrôler la planéité d'un miroir ou l'épaisseur d'une lame d'indice n. Dans le premier cas, on remplace l'un des miroirs, dans le second cas, on insère la lame dans un des bras de l'interféromètre. On éclaire pour cela l'interféromètre par une lumière blanche pour pouvoir suivre le déplacement de la frange centrale, aussi appelée achromatique (voir exercice 2.6.1).



A retenir et savoir faire :

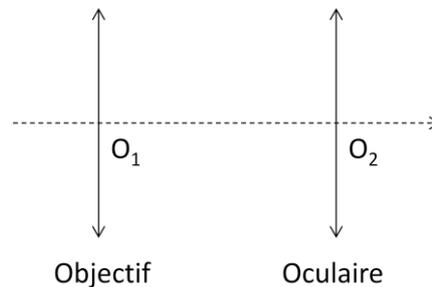
- Connaître l'éclairement en un point de l'écran lors de l'interférence de deux ondes monochromatiques cohérentes et savoir le calculer.
- Savoir calculer la différence de phase, différence de marche et l'ordre d'interférence en un point du champ d'interférence.
- Savoir exprimer le contraste d'une figure d'interférence.
- Savoir calculer, pour les dispositifs interférentiels classiques (miroirs de Fresnel et fentes ou trous d'Young), la différence de marche, la différence de phase, l'ordre d'interférence, le contraste, l'interfrange, ...
- Savoir décrire un interféromètre de Michelson, réaliser les calculs associés et connaître la localisation des franges dans le cas d'une source étendue

2.5 Exercices d'application

2.5.1 Interférences observées au travers d'un viseur

Un viseur est constitué de deux lentilles (objectif et oculaire) de focales respectives f_1 et f_2 , et centrées en O_1 et O_2 .

- De quel côté doit-on placer l'objet à observer, et où placer l'œil ? Où doit être l'image de l'objet par le viseur pour permettre une observation sans fatigue ?
- Déterminer la distance objectif-oculaire d pour qu'un objet placé à la distance $2f_1$ devant l'objectif donne son image à l'infini.
- Cet objet est une petite règle et il existe un micromètre (assimilable à une règle graduée transparente) dans le plan focal objet de l'oculaire. Que voit-on et quel est l'intérêt du dispositif ?
- On observe au travers du viseur deux trous d'Young (éclairés par une source ponctuelle et monochromatique de longueur d'onde λ) situé à grande distance D devant l'objectif. Les deux trous sont situés sur une même horizontale. Que voit-on ? Application numérique pour $f_1 = 5$ cm, $f_2 = 1$ cm, $D = 80$ cm, $\lambda = 500$ nm et $a = 0,1$ mm.
- A quel moment avez-vous utilisé un viseur en travaux pratiques ? Comment était-il réglé ?



2.5.2 Observation d'une étoile double au travers de fentes d'Young

Les deux composantes d'une étoile double sont vues sous un angle α depuis la Terre. On pointe un système de deux trous d'Young vers le milieu des deux étoiles, et on place un écran à la distance D derrière les trous d'Young.

- Donner l'expression de l'éclairement sur l'écran.
- En visant l'étoile double Capella de la constellation du Cocher, des astronomes ont obtenu une première annulation de contraste pour $a = 1,16$ m, dans le visible ($\lambda = 635$ nm). En déduire la distance angulaire α .
- Expliquer l'intérêt de la méthode par rapport à une observation directe sachant que la turbulence atmosphérique limite la résolution environ à $1''$.
- Fizeau et Stephan ont essayé par cette méthode de mesurer le diamètre angulaire des étoiles. Sachant qu'ils ont disposé des trous d'Young sur un télescope de diamètre valant environ 1m, essayer d'expliquer pourquoi ils n'ont pas réussi.

2.5.3 Différence de marche à partir du schéma équivalent

On considère un fragment élémentaire de la source étendue à l'entrée d'un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air.

- Indiquer sur un schéma la position des deux sources secondaires.
- Trouver la différence de marche entre deux rayons interférant à l'infini dans la direction θ .
- L'observation dans le plan focal d'une lentille convergente change-t-elle cette différence de marche ?

2.5.4 Rayons des anneaux avec une raie de la lampe à vapeur de mercure

Un interféromètre de Michelson est réglé en lame d'air et éclairé par une lampe à vapeur de mercure. Un filtre permet d'isoler la raie $\lambda_0 = 546 \text{ nm}$.

- Quelle est sa couleur ?
- La distance relative entre les deux miroirs est $e = 1,10 \text{ mm}$. Que vaut l'ordre au centre ?
- Sachant que la lentille de projection possède la focale $f' = 1 \text{ m}$, calculer les rayons des cinq premiers anneaux brillants.
- On chariote le miroir M_2 de manière à diminuer e . Qu'observe-t-on sur l'écran ?

2.5.5 Mesure de l'angle entre les miroirs

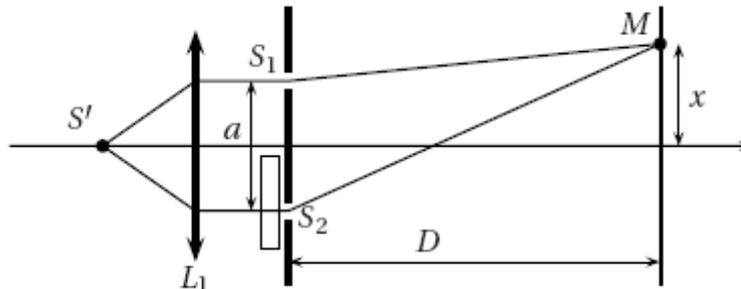
Un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air est éclairé par une source monochromatique ($\lambda = 546 \text{ nm}$). Sur un écran situé à une distance $D = 1 \text{ m}$ derrière la lentille de projection de focale $f' = 20 \text{ cm}$, on observe des franges rectilignes d'interfrange $i = 3,5 \text{ mm}$.

- Où sont localisées les interférences dans ce montage ? Préciser la position de l'écran.
- Calculer l'angle entre les deux miroirs. Donner sa valeur numérique en minutes d'arc.

2.6 Exercices

2.6.1 Mesure interférométrique de l'épaisseur d'une lame

On considère le dispositif des fentes d'Young en lumière monochromatique avec observation sur un écran éloigné à la distance D du plan des fentes d'Young. La source (S) est placée au foyer objet d'une lentille mince convergente, conformément au schéma suivant.



- Décrire la figure d'interférences observée ainsi que la répartition de l'éclairement $\epsilon(x)$ sur l'écran. Faire l'application numérique pour $S_1S_2 = a = 1,0 \text{ mm}$; $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$ et $D = 2,0 \text{ m}$. Définir puis calculer l'interfrange i .
- Une lame de verre d'épaisseur e , d'indice n , est placée avant S_2 . Déterminer la nouvelle position de la frange centrale. De combien d'interfranges s'est-elle déplacée ? Faire l'application numérique pour $n = 1,500$ et $e = 0,01 \text{ mm}$. Vous semble-t-il possible de repérer le décalage de la frange centrale consécutif à la présence de la lame ? Pourquoi ?
- On remplace désormais la source monochromatique par une source de lumière blanche. L'indice du verre varie avec la longueur d'onde dans le vide selon la loi de Cauchy :

$$n(\lambda_0) = A + \frac{B}{\lambda_0^2} \quad \text{avec } A = 1,489 \text{ et } B = 4000 \text{ nm}^2$$

On appelle frange achromatique celle pour laquelle :

$$\left(\frac{\partial p(M)}{\partial \lambda_0} \right) = 0$$

à une longueur d'onde moyenne à laquelle l'œil présente une sensibilité maximale : $\lambda_{0m} = 600 \text{ nm}$.

La quantité $p(M)$ désigne l'ordre d'interférence en un point M de l'écran. Déterminer la position de la frange achromatique. Donner, en interfrange, l'écart entre la frange achromatique et la frange centrale trouvée à la question précédente. Conclure quant à l'intérêt d'utiliser une source de lumière blanche.

d) Dans cette question, on néglige le phénomène de dispersion : $B=0$. Sachant que le dispositif des fentes d'Young permet d'obtenir des différences de marche géométriques allant de 0 à $10 \mu\text{m}$, quelle est la valeur maximale de e qui peut être mesurée par cette méthode ? Qu'observe-t-on si on prend une lame ayant 1 mm d'épaisseur ? On rappelle que la longueur de cohérence temporelle de la lumière blanche peut être estimée en pratique à $3 \mu\text{m}$.

2.6.2 Interférences à trois fentes d'Young

On réalise l'expérience des trous d'Young, utilisant deux lentilles convergentes, mais avec trois trous équidistants de a . Les deux lentilles sont identiques, de focale f' . La source S (monochromatique de longueur d'onde λ_0 et ponctuelle) et l'écran sont respectivement placés aux foyers objet et image des deux lentilles.

a) Faire un schéma du dispositif expérimental. Quel est le rôle de chaque lentille ?

b) Evaluer la différence de marche δ entre les différents rayons interférant en un point M de l'écran.

c) Quelle est l'éclairement observé sur l'écran en fonction de $\cos \varphi$ où $\cos \varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta$? On notera ε_0

l'éclairement en un point de l'écran quand un seul des trous d'Young laisse passer la lumière.

d) Représenter graphiquement l'allure de l'intensité sur l'écran. Expliquer l'annulation pour $\varphi = 2\pi/3$.

e) Essayer de prédire l'allure pour N fentes (nombre de minima et de maxima secondaires entre deux maxima successifs, largeur des pics principaux notamment).

2.6.3 Miroirs de Fresnel

On s'intéresse à deux miroirs de Fresnel M_1 et M_2 faisant un angle θ entre eux. Ils sont éclairés par une source ponctuelle S derrière laquelle est placée une lampe monochromatique à vapeur de sodium ($\lambda = 589 \text{ nm}$). S se trouve à une distance $R = 15 \text{ cm}$ du point O , appartenant aux deux miroirs, OS faisant un angle α avec M_1 .

a) On observe les interférences sur un écran placé à une distance $D = 1,0 \text{ m} \gg R$ de O .

- Quelle est la forme de ces franges ?

- Y a-t-il un déphasage supplémentaire φ_{sup} introduit par ce dispositif ?

b) Rapport avec les trous d'Young :

- A quelles distances de O se trouvent les sources secondaires S_1 et S_2 ?

- Que vaut l'angle $(\overline{OS_1}, \overline{OS_2})$?

- En déduire la distance $a = S_1S_2$.

c) Interfrange :

- Quelle est l'interfrange i ?

On veut que l'interfrange soit, au moins $i > i_{\text{min}} = 1,0 \text{ mm}$.

- Déterminer alors θ_{max} , la valeur maximale de θ en degrés, minutes et secondes d'arc.

2.6.4 Bulle de savon

On s'intéresse à une bulle de savon qui flotte dans l'air, qu'on assimilera à une pellicule d'eau savonneuse d'épaisseur e , et d'indice $n = 1,33$. Elle est éclairée perpendiculairement par un faisceau de lumière blanche, dont on observe la réflexion.

a) Calculs généraux :

- Exprimer la différence de phase entre les deux rayons réfléchis.
- En déduire une condition pour qu'il y ait interférence constructive sur λ , n et e .
- Faire de même pour qu'il y ait interférence destructive.

b) Applications :

On observe des interférences constructives pour $\lambda_1 = 600\text{nm}$ et des interférences destructives pour $\lambda_2 = 450\text{nm}$. On n'observe pas de minimum d'intensité entre ces deux valeurs.

- En déduire son épaisseur e supposée uniforme.

Sous l'effet de la gravité, l'eau savonneuse s'écoule et le film s'amincit, au sommet de la bulle en premier.

- Quelle est la couleur au sommet de la bulle juste avant qu'elle n'éclate ?

2.6.5 Interféromètre de Michelson réglé en lame à faces parallèles

Un interféromètre de Michelson, réglé en lame à faces parallèles séparées de e , est éclairé par une source ponctuelle monochromatique $\lambda = 546\text{ nm}$, placée au foyer d'une lentille convergente de focale $f'_1 = 10\text{ cm}$. Un écran est placé au foyer d'une autre lentille convergente de focale $f'_2 = 1\text{ m}$.

a) Qu'observe-t-on sur l'écran ? Et quand e varie ? Et si on enlève la lentille de sortie ?

b) La source est désormais un disque de diamètre $d = 4\text{ cm}$. Qu'observe-t-on sur l'écran ? Justifier les valeurs des focales des lentilles.

c) Donner le nombre de franges lumineuses visibles pour $e = 0,075\text{ cm}$.

2.6.6 Michelson en coin d'air

On s'intéresse à un Michelson réglé en coin d'air, l'angle entre les deux miroirs étant θ . On observe les interférences créées par une lampe monochromatique large (de longueur d'onde λ) grâce à une lentille convergente de focale f_0 placée à une distance l_1 des miroirs.

a) Comment éclairer les miroirs ?

b) Localisation des interférences :

- Les interférences sont-elles localisées ?
- Où ?
- Où les observe-t-on grâce à la lentille (on donnera la distance l_2 entre la lentille et le plan d'observation) ?
- Quel est alors le grandissement du montage en fonction de f_0 et l_1 ?

c) Franges d'interférences :

- Quelle est la forme des franges ?
- Que vaut l'interfrange sur l'écran d'observation i en fonction de λ , θ , f_0 et l_1 ?
- Que se passe-t-il si les miroirs sont parallèles ?

2.6.7 Mesure du doublet du sodium

Un interféromètre de Michelson, réglé en lame à faces parallèles, est éclairé par une lampe à vapeur de sodium, dont le spectre peut être considéré comme composé uniquement de deux longueurs d'ondes λ_1 et λ_2 autour de 589 nm .

- a) Où faut-il observer les interférences pour pouvoir utiliser une source étendue ? Comment procéder ?
- b) Donner l'expression de l'intensité sur l'écran en fonction de δ , différence de marche optique entre les rayons interférant. La commenter.
- c) Entre quatre brouillages successifs (au centre de l'écran), on mesure $\Delta e = 0,87$ mm. En déduire $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$. Pourquoi ne pas mesurer Δe directement entre deux brouillages successifs ?
- d) Retrouver le résultat précédent en utilisant le fait que, pour un brouillage, les franges claires d'une longueur d'onde correspondent aux franges sombres de l'autre.

2.6.8 Mesure du défaut d'épaisseur d'une lame

Une lame en verre (indice n), parfaitement transparente, d'épaisseur e_0 , possède une petite irrégularité $\Delta e_0 \ll e_0$.

- a) Cette lame est éclairée en incidence normale par un faisceau de lumière parallèle issu d'une source monochromatique de longueur d'onde λ dans le vide. On forme à l'aide d'une lentille convergente de focale f l'image de la lame sur l'écran, de telle manière que la distance lame-lentille vaille $2f$. L'épaisseur e_0 est supposée très faible afin de pouvoir assimiler la lame à un objet plan situé dans un plan perpendiculaire à l'axe optique. Où se situe l'écran ? Quel est le grandissement du montage ?
- b) Peut-on mettre en évidence le défaut d'épaisseur sur l'image ?
- c) On considère un interféromètre de Michelson réglé au contact optique ? Il est éclairé par le faisceau parallèle utilisé précédemment. On place la lame contre l'un des miroirs, et on fait l'image des miroirs sur l'écran grâce à une lentille. Qu'observe-t-on sur l'écran.
- d) A quelle condition le défaut d'épaisseur n'est-il pas visible ? Comment remédier à cette situation ?

2.6.9 Interférences en lumière blanche

On considère un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air et éclairé par une source de lumière blanche.

- a) La source comporte donc toutes les longueurs d'onde du visible. Estimer sa largeur en fréquence $\Delta\nu$ en fonction de ν_0 , fréquence centrale du domaine visible.
- b) Que peut-on en déduire sur le nombre de franges visibles ?
- c) Décrire la frange centrale $\delta = 0$. Comment sont colorés ses bords ?
- d) Pour la frange correspondant à une différence de marche de $\delta = \lambda_0 = c/\nu_0$, calculer les longueurs d'onde éteintes, c'est-à-dire interférant destructivement. Quelle est la couleur de cette frange ? On prend $\lambda_0 = 600$ nm.
- e) Pour la frange correspondant à une différence de marche de $\delta = 10\lambda_0$, calculer les longueurs d'onde éteintes, c'est-à-dire interférant destructivement. Quelle est la couleur de cette frange ? Pourquoi parle-t-on de blanc d'ordre supérieur ?
- f) On perce un trou dans l'écran à ce niveau et on décompose la lumière passant au travers du trou à l'aide d'un prisme. Expliquer ce que l'on observe.