

# Cours VI : Electromagnétisme

---

## 3 Action d'un champ magnétique sur un courant

Dans le cadre de la force de Lorentz, nous avons étudié l'action d'un champ magnétique sur une particule en mouvement. Nous avons vu dans le chapitre précédent que les porteurs en mouvement étaient à l'origine de l'existence d'un courant électrique et que ce courant était la source du champ magnétique. Mais les courants peuvent aussi subir l'action d'un champ magnétique extérieur, c'est l'objet de ce chapitre.

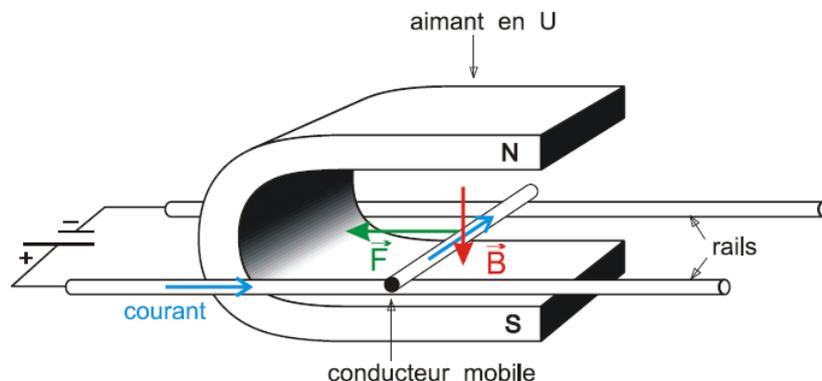
### 3.1 Force de Laplace

#### 3.1.1 Mise en évidence : Rails de Laplace

##### Dispositif :

Le dispositif représenté ci-dessous comporte les éléments suivants :

- un aimant en U créant, entre ses pôles, un champ magnétique uniforme vertical dirigé vers le bas
- un générateur de courant continu
- un conducteur mobile pouvant se déplacer librement, entre les pôles de l'aimant.



##### Observations :

Lors de la fermeture de l'interrupteur K, la tige se déplace de gauche à droite sur les rails.

Lors d'un autre essai, la tige se déplace dans l'autre sens dans les deux cas suivants :

- retournement de l'aimant (inversion du champ) sans changer le sens du courant
- inversion du sens du courant sans retourner l'aimant.

##### Conclusions :

Une portion de circuit, placée dans un champ magnétique, parcourue par un courant, est soumise à des forces magnétiques, appelées forces de Laplace. Ses caractéristiques sont les suivantes :

- direction : perpendiculaire au champ magnétique et au sens du courant dans le conducteur
- sens : donné par la règle de la main droite.

Ce sont les caractéristiques d'un produit vectoriel.

### 3.1.2 Expression

#### 3.1.2.1 Densité volumique

Reprenons l'expression de la force de Lorentz dans le cas où l'on a seulement un champ magnétique, sur chaque particule d'un élément de volume  $d\tau$ , on a :

$$\vec{F}_i = q_i \vec{v}_i \wedge \vec{B}$$

On en déduit, en sommant toutes les particules ( $n_i d\tau$ ) présentes dans l'élément de volume :

$$d\vec{F} = \sum_i n_i q_i \vec{v}_i \wedge \vec{B} d\tau = \vec{j} \wedge \vec{B} d\tau$$

On retrouve l'expression de la densité volumique de la force de Lorentz. Cette force est appliquée sur les porteurs de charge. Mais, du fait des collisions incessantes entre le réseau cristallin et les porteurs, cette force est appliquée sur le conducteur lui-même.

#### Définition :

La force de Laplace est répartie volumiquement avec une densité :

$$\vec{f} = \frac{d\vec{F}}{d\tau} = \vec{j} \wedge \vec{B} \quad (1)$$

Avec :	f	=	Densité volumique de force de Laplace en N.m <sup>-3</sup>
	F	=	Force de Laplace en N
	dτ	=	Élément de volume en m <sup>3</sup>
	j	=	Densité de courant en A.m <sup>-2</sup>
	B	=	Champ magnétique en T

#### 3.1.2.2 Cas d'un circuit filiforme

On considère maintenant un courant de charges électriques à l'intérieur d'un conducteur filiforme. Le vecteur vitesse de déplacement des charges de même que le vecteur densité de courant sont alors toujours tangents au conducteur filiforme. Ce conducteur filiforme a une section beaucoup plus petite que sa longueur.

Soit S la section droite de ce conducteur. Le conducteur est parcouru par un courant électrique d'intensité  $I=I_s$  et est plongé dans un champ magnétique extérieur B. On suppose que la présence du conducteur et l'existence de I ne modifie pas la valeur de B dont la valeur dépend uniquement d'une source externe annexe. I et B sont indépendants.

Si on isole un tronçon de ce conducteur de longueur dl selon Ox. Les charges en mouvement contenues dans ce petit volume dτ sont alors soumises à une force de la part de B que l'on calcule à partir de l'expression de la densité volumique de force magnétique obtenue en (1) :

$$d\vec{F} = \vec{j} d\tau \wedge \vec{B}$$

Or, l'intensité dl traversant la surface S est :

$$dI = \vec{j} \cdot d\vec{S} \quad \text{ou} \quad \vec{j} = \frac{I}{S} \vec{u}_x$$

On peut donc transformer l'expression précédente en :

$$d\vec{F} = \frac{I}{S} d\tau \vec{u}_x \wedge \vec{B} = I d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

où  $d\vec{l}$  désigne un vecteur unitaire, tangent au fil et dirigé dans le sens du courant électrique.

**Définition :**

Un tronçon de longueur  $dl$  d'un conducteur filiforme parcouru par un courant électrique d'intensité  $I$  et plongé dans un champ magnétique  $B$  est soumis à une force d'origine magnétique appelée force de Laplace qui vaut :

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \wedge \vec{B} \quad (2)$$

Avec :	F	=	Force de Laplace en N
	I	=	Intensité du courant électrique en A
	dl	=	Longueur du tronçon en m
	B	=	Champ magnétique en T

### 3.1.3 Travail des forces de Laplace

**Exemple :** rails de Laplace

Calculons sur cet exemple le travail des forces de Laplace lors d'un déplacement  $-dy$  du conducteur mobile ( $Oy$  suivant l'axe des rails). Le champ magnétique créé par l'aimant en U est uniforme, de norme  $B_0$ , et dirigé vers le bas (selon  $-Oz$ ). Le courant traversant le conducteur mobile est orienté selon  $-Ox$ . On peut alors écrire la force de Laplace s'exerçant sur le conducteur sous la forme :

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \wedge \vec{B} = I dx (-\vec{e}_x) \wedge B_0 (-\vec{e}_z) = IB_0 dx (-\vec{e}_y)$$

Le travail de cette force au cours de son déplacement a donc pour expression :

$$\delta W = d\vec{F} \cdot (-dy) \vec{e}_y = IB_0 dx (-\vec{e}_y) \cdot (-dy) \vec{e}_y = IB_0 dx dy$$

On remarque que l'on voit apparaître l'expression du flux élémentaire de  $B$  au travers de la surface balayée par le conducteur au cours de son déplacement :

$$\delta\phi = B_0 dx dy$$

Au final, le travail effectué au cours du déplacement de la barre par les forces de Laplace est égal à :

$$\delta W = I \delta\phi$$

**Propriété :**

Contrairement à la partie magnétique de la force de Lorentz, la force de Laplace possède un travail non nul.

### 3.1.4 Applications

#### 3.1.4.1 Définition de l'Ampère

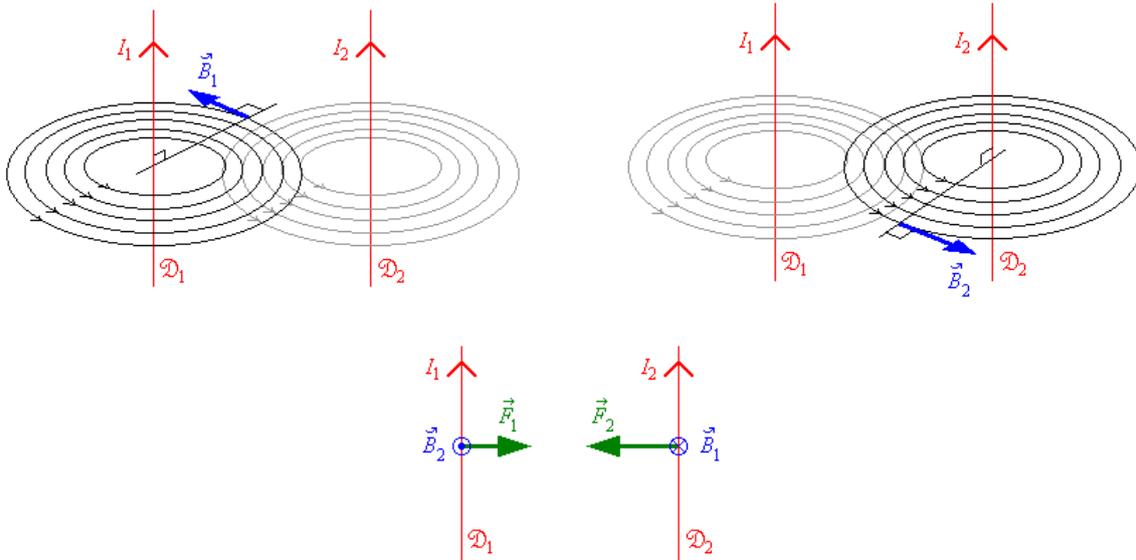
C'est une définition basée sur l'interaction entre deux fils conducteurs rectilignes et parallèles.  $I_1$  et  $I_2$  sont de même sens et de même valeur  $I$ . Les fils sont distants de la distance  $d = 1$  m. L'Ampère est l'intensité qu'il faut faire passer dans les fils pour avoir une force  $F$  égale à  $2 \cdot 10^{-7}$  N par mètre de fil.

Le champ magnétostatique créé par un fil conducteur infini est caractérisé par des lignes de champ circulaires, contenues dans un plan perpendiculaire au fil. En appliquant ce résultat aux 2 fils successivement, on constate que  $B_1$  est perpendiculaire à  $D_2$  et dirigé vers l'arrière, tandis que  $B_2$  est perpendiculaire à  $D_1$  et dirigé vers l'avant. On obtient ainsi deux forces attractives,  $F_1$  et  $F_2$ .

$$\vec{B}_1 = -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} \vec{e}_x \Rightarrow d\vec{F}_2 = I_2 dz \vec{e}_z \wedge B_1 \vec{e}_x \Rightarrow \vec{F}_2 = -\frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d} \vec{e}_y$$

Si  $I_1 = I_2 = I = 1A$ ,  $d = 1\text{ m}$  et  $l = 1\text{ m}$ , alors :

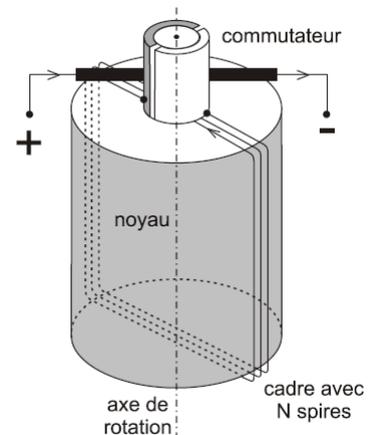
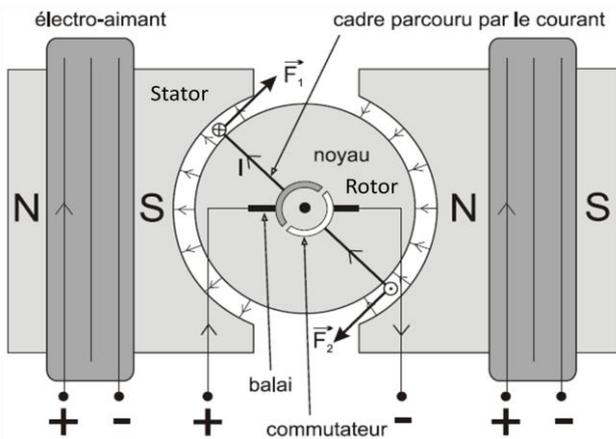
$$\vec{F}_2 = -\frac{\mu_0}{2\pi} \vec{e}_y = -2.10^7 N$$



### 3.1.4.2 Moteur à courant continu

Un moteur à courant continu est constitué des éléments suivants :

- le stator dans lequel un aimant permanent ou un électroaimant produit un champ magnétique uniforme et radial
- le rotor constitué d'un cylindre autour duquel sont enroulées des spires parcourues par un courant
- le collecteur ou balai (charbons frottant sur des pistes) réalisant le contact électrique du rotor en rotation, mais aussi, assurant l'orthogonalité entre le champ du rotor et le champ inducteur du stator.



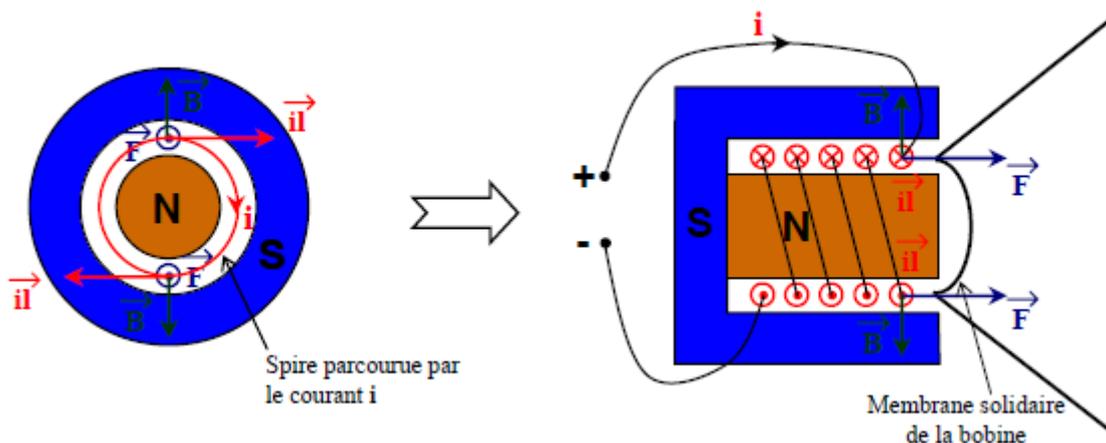
Un cadre rectangulaire est enroulé autour d'un noyau de fer cylindrique mobile autour d'un axe fixe. Le cadre est alimenté en courant par l'intermédiaire du commutateur : le courant entre et sort par deux balais en graphite fixes qui frottent contre deux demi-cylindres métalliques solidaires du cadre lorsque le moteur tourne ; ces demi-cylindres sont connectés aux extrémités du fil du cadre.

Dans l'entrefer, c'est-à-dire dans l'espace entre les électro-aimants fixes (stator) et la partie mobile (rotor), existe un champ magnétique radial. Placé dans ce champ, le cadre est soumis à un couple de forces de Laplace qui provoquent sa rotation. A chaque demi-tour, le sens du courant dans le cadre est inversé grâce au commutateur. Ainsi le couple agit toujours dans le même sens, et la continuité du mouvement de rotation est assurée !

### 3.1.4.3 Le haut-parleur électrodynamique

Le haut-parleur transforme l'énergie électrique en énergie acoustique (vibrations de pression de l'air). Il est constitué des éléments suivants :

- un aimant à symétrie cylindrique produisant dans son entrefer, un champ magnétique radial dirigé du centre (nord) vers l'extérieur (sud)
- une bobine mobile dans l'entrefer de l'aimant et parcourue par le courant de sortie d'un amplificateur audio par exemple
- une membrane solidaire de la bobine qui va transmettre, au milieu extérieur, les vibrations de la bobine.



Le principe de fonctionnement du haut-parleur est le suivant :

- lorsqu'un courant  $i$  traverse la bobine, une force de Laplace  $F$  s'applique sur chaque portion des conducteurs. La force résultante, proportionnelle à  $i$  agit sur la bobine sous forme de vibrations (  $i$  est variable ).
- la membrane subit les mêmes vibrations que la bobine, ce qui engendre des variations de la pression de l'air. La propagation du son est transmise par le cône solidaire de la membrane.

## 3.2 Moment dipolaire magnétique d'un circuit plan filiforme indéformable

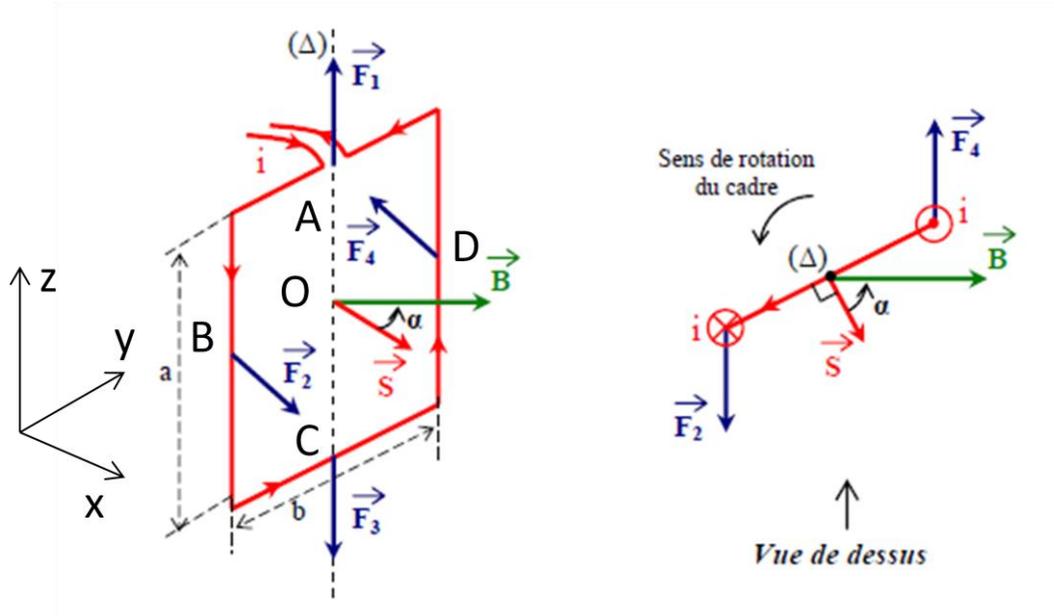
### 3.2.1 Cas particulier d'une spire rectangulaire

Considérons une spire de forme rectangulaire, parcourue par un courant  $i$  et capable de tourner autour d'un axe vertical  $\Delta$ . Cette spire est placée dans un champ magnétique uniforme de composantes  $B_x$ ,  $B_y$ .

Chacun des côtés du cadre est soumis à une force de Laplace appliquée en son milieu. Ces forces ont les propriétés suivantes :

-  $\vec{F}_1 = -\vec{F}_3$  et  $\vec{F}_2 = -\vec{F}_4$  ce qui implique que l'ensemble des forces n'imprime pas un mouvement de translation de cadre.

-  $F_2$  et  $F_4$  ont un effet de rotation du cadre autour de l'axe  $\Delta$ .



### 3.2.1.1 Résultante

On a sur chaque côté de la spire :

$$\vec{B} = B_x \vec{e}_x + B_y \vec{e}_y$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d\vec{F}_1 = -idy \vec{e}_y \wedge (B_x \vec{e}_x + B_y \vec{e}_y) = B_x idy \vec{e}_z \\ d\vec{F}_2 = -idz \vec{e}_z \wedge (B_x \vec{e}_x + B_y \vec{e}_y) = -B_x idz \vec{e}_y + B_y idz \vec{e}_x \\ d\vec{F}_3 = idy \vec{e}_y \wedge (B_x \vec{e}_x + B_y \vec{e}_y) = -B_x idy \vec{e}_z \\ d\vec{F}_4 = idz \vec{e}_z \wedge (B_x \vec{e}_x + B_y \vec{e}_y) = B_x idz \vec{e}_y - B_y idz \vec{e}_x \end{cases}$$

D'où la résultante des forces de Laplace est nulle.

#### Propriété :

Dans un champ magnétique uniforme, la résultante de forces de Laplace appliquées à un circuit fermé est nulle.

### 3.2.1.2 Moment

#### Propriété :

Dans un champ magnétique uniforme, le système des forces de Laplace appliquées à un circuit fermé est un couple.

On peut supposer que chaque force de Laplace est appliquée au centre de chacun des côtés et en intégrant sur le contour, alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{M}_o(\vec{F}_1) = \vec{OA} \wedge \vec{F}_1 = \int_0^b \frac{a}{2} \vec{e}_z \wedge (B_x i \vec{e}_z) dy = \vec{0} \\ \vec{M}_o(\vec{F}_2) = \vec{OB} \wedge \vec{F}_2 = \int_0^a -\frac{b}{2} \vec{e}_y \wedge (-B_x i \vec{e}_y + B_y i \vec{e}_x) dz = \frac{b}{2} B_y i a \vec{e}_z \\ \vec{M}_o(\vec{F}_3) = \vec{OC} \wedge \vec{F}_3 = \int_0^b -\frac{a}{2} \vec{e}_z \wedge (-B_x i \vec{e}_z) dy = \vec{0} \\ \vec{M}_o(\vec{F}_4) = \vec{OD} \wedge \vec{F}_4 = \int_0^a \frac{b}{2} \vec{e}_y \wedge (B_x i \vec{e}_y - B_y i \vec{e}_x) dz = \frac{b}{2} B_y i a \vec{e}_z \end{array} \right.$$

La somme des moments vaut donc :

$$\vec{\Gamma} = \vec{M}_o(\vec{F}_2) + \vec{M}_o(\vec{F}_4) = B_y i a b \vec{e}_z$$

Ce résultat peut s'écrire sous une autre forme en faisant intervenir le vecteur S, de norme la surface de la spire et orienté selon la normale à la surface :

$$\vec{\Gamma} = i \vec{S} \wedge \vec{B}$$

### 3.2.1.3 Moment dipolaire magnétique d'un circuit plan filiforme indéformable

Définition :

On désigne par moment dipolaire magnétique le vecteur de norme M égale au produit du courant I parcourant le circuit filiforme et de la surface S ouverte délimité par son contour C du circuit. Il est orienté selon la normale à la surface S.

$$\vec{M} = I \vec{S} \quad (3)$$

Avec : M = Moment dipolaire magnétique en A.m<sup>2</sup>  
 I = Intensité du courant électrique en A  
 S = Surface du circuit en m<sup>2</sup>

Propriété :

Pour un circuit placé entièrement dans un champ uniforme, les actions de Laplace se réduisent à un couple de moment :

$$\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B} \quad (4)$$

Avec :  $\Gamma$  = Couple associé aux forces de Laplace en N.m  
 M = Moment dipolaire magnétique en A.m<sup>2</sup>  
 B = Champ magnétique en T

### 3.2.2 Dipôle magnétique

Définition :

On appelle **dipôle magnétique** toute distribution de courants localisés, de moment magnétique non nul et dont les dimensions sont petites vis-à-vis de la distance à laquelle on étudie le champ ainsi créé.

On peut aussi définir un moment magnétique pour un aimant :

- le concept de moment magnétique permet de définir une « face NORD » et une « face SUD » d'un circuit : Le moment magnétique  $\vec{M}$  d'un circuit est dirigé de la face SUD de ce circuit vers la face NORD.

### 3.2.3 Actions subies par un dipôle magnétique placé dans un champ extérieur

Le champ est uniforme si on se place dans l'approximation dipolaire.

#### 3.2.3.1 Couple

Propriété :

L'action du champ extérieur sur les courants du dipôle se réduit alors à un couple de moment:

$$\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}_{ext}$$

Ce couple tend à aligner le dipôle suivant la direction et le sens du champ appliqué.

Exemple : Boussole

#### 3.2.3.2 Energie potentielle

Définition :

Il existe une **énergie potentielle d'interaction** entre un dipôle magnétique de moment dipolaire  $\vec{M}$  et un champ magnétique extérieur donnée par :

$$E_p = -\vec{M} \cdot \vec{B}$$

Démonstration sur un exemple :

Reprenons le cas des rails de Laplace, on a montré que (en 3.1.3) :

$$\delta W = I \delta \phi = IB_0 dx dy$$

En prenant la définition de l'énergie potentielle, on obtient :

$$dE_p = -d\vec{M} \cdot \vec{B} = -IdS \left( -\vec{e}_z \right) \cdot B_0 \left( -\vec{e}_z \right) = -IB_0 dS$$

Et finalement, on a bien :

$$dE_p = -\delta W$$

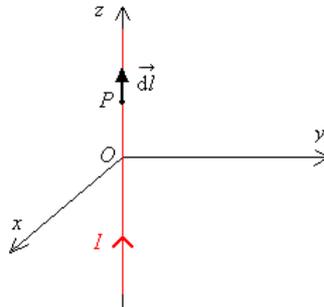
**A retenir et savoir faire :**

- Savoir exprimer, calculer et donner le sens de la force de Laplace.
- Savoir qu'elle travaille, au contraire de la composante magnétique de la force de Lorentz.
- Savoir calculer son travail dans des cas simples.
- Connaître les expressions du couple subi par un dipôle magnétique dans un champ extérieur magnétique.
- Connaître l'expression du moment dipolaire magnétique.

### 3.3 Exercices d'application

#### 3.3.1 Fil plongé dans un champ uniforme

Soit un fil rectiligne, parcouru par un courant d'intensité  $I$ , plongé dans un champ magnétostatique extérieur uniforme  $\mathbf{B}_{ext}$ .



Déterminer la direction et le sens de la force de Laplace élémentaire  $d\mathbf{F}$  qui s'exerce sur l'élément de courant  $d\mathbf{l}$  dans les cas suivants ( $B_{ext} > 0$ ,  $B_x > 0$ ,  $B_z > 0$ ) :

$$\vec{B}_{ext} = B_{ext} \vec{e}_x$$

$$\vec{B}_{ext} = -B_{ext} \vec{e}_x$$

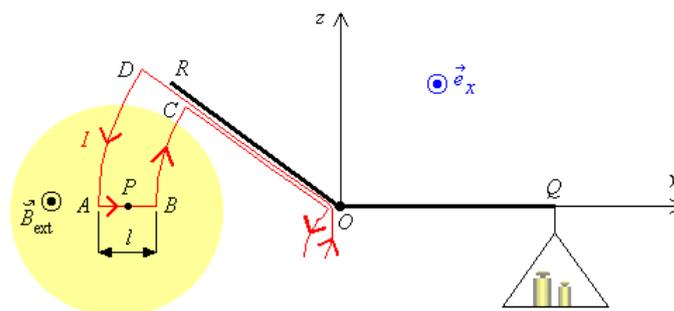
$$\vec{B}_{ext} = B_{ext} \vec{e}_z$$

$$\vec{B}_{ext} = B_{ext} \vec{e}_y$$

$$\vec{B}_{ext} = B_x \vec{e}_x + B_z \vec{e}_z$$

#### 3.3.2 Balance de Cotton

La balance de Cotton est un appareil de mesure du champ magnétostatique. L'un des fléaux est constitué d'un circuit parcouru par un courant d'intensité  $I$  et plongé dans le champ magnétostatique  $\mathbf{B}_{ext}$  à mesurer. Le deuxième fléau permet d'équilibrer la balance à l'aide de masses marquées.



On suppose que :

- le champ magnétostatique  $\mathbf{B}_{ext}$  est uniforme et donné par  $\vec{B}_{ext} = B_{ext} \vec{e}_x$  ; son action se limite à la zone colorée en jaune,
- les deux bras de fléau OR et OQ sont de même longueur et la longueur AB est notée  $l$ ,
- P est le milieu de AB et  $OP = OR$ ,
- l'intensité du courant  $I$  est mesurée par un galvanomètre.

Etablir l'expression de l'intensité du champ  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  que l'on souhaite mesurer en fonction de  $I$ ,  $l$  et la masse  $m$  nécessaire pour équilibrer la balance.

### 3.3.3 Orientation d'un dipôle magnétique dans un champ

Une spire parcourue par un courant constant est placée dans le champ  $\mathbf{B}$  d'un aimant. Il y a liberté de rotation et on constate que la spire s'oriente de telle sorte que sa normale soit colinéaire aux lignes de champ.

- Interpréter cette observation en assimilant la spire à un dipôle magnétique (l'aiguille aimanté d'une boussole peut également jouer ce rôle)
- On constate en outre que si une translation est possible, l'aiguille orientée se déplace en se rapprochant de l'aimant. Expliquer qualitativement.
- Justifier la règle qui énonce que, dans un champ magnétique uniforme, la position la plus stable est celle pour laquelle le flux qui traverse le circuit est maximum.

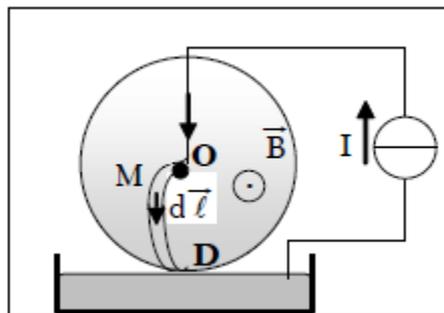
## 3.4 Exercices

### 3.4.1 Étude du dispositif du type « roue de Barlow »

Le dispositif du type "roue de Barlow" est schématisé sur la figure ci-contre. Un disque conducteur de rayon  $a$ , pouvant tourner autour de son axe  $Oz$  horizontal est plongé dans un champ magnétique uniforme  $\mathbf{B} = B \mathbf{e}_z$  créé par un dispositif non représenté ici.

Des contacts glissants ou une cuve à mercure permettent de faire circuler un courant  $I$  dans le disque entre le centre  $O$  et la périphérie  $D$ .

Exprimer la résultante et le moment des forces de Laplace.



### 3.4.2 Rotor d'un moteur

Le bobinage du rotor d'un moteur est constitué par un ensemble de fils disposés suivant les génératrices d'un cylindre de rayon  $R$  et de hauteur  $h$ . Chacun des fils est parcouru par un courant d'intensité  $I$ . L'ensemble est placé dans un champ magnétique radial de module identique en tout point.

- Quelle est la force de Laplace à laquelle est soumis chaque fil ?
- Le bobinage comporte  $N$  fils. Le rotor effectue  $n$  tours par seconde. Quelle est la puissance du moteur ainsi constitué ?
- Application numérique :  $R = 0,1 \text{ m}$  ;  $h = 0,3 \text{ m}$  ;  $B = 1 \text{ T}$  ;  $I = 5 \text{ A}$  ;  $N = 800$  ;  $n = 30 \text{ tr.s}^{-1}$  ; Calculer la puissance.

### 3.4.3 Appareil de Laplace

Une tige de cuivre  $OA$ , de masse  $m = 8,3 \text{ g}$ , homogène, de longueur  $L = 30 \text{ cm}$ , peut se mouvoir dans un plan vertical autour de l'axe  $\Delta$  perpendiculaire au plan de la figure, passant par  $O$ . L'extrémité  $A$

plonge dans une cuve à mercure qui assure le contact électrique avec le reste du circuit. Sur une hauteur  $h = 3 \text{ cm}$ , la partie centrale de la tige est placée dans un champ magnétique  $B$  uniforme et parallèle à  $\Delta$ , pointant vers le lecteur.

a) Que se passe-t-il quand l'interrupteur  $K$  est ouvert ?

b) Que se passe-t-il quand l'interrupteur  $K$  est fermé ?

c) Quand  $I = 10 \text{ A}$ , la tige dévie de  $\theta = 5^\circ$  et reste en équilibre. Faire le schéma. En déduire la valeur de  $B$ . Comment peut-on réaliser expérimentalement un tel champ magnétique ?

