Cours VII :
Optique ondulatoire

1 Modèle scalaire de la lumière

La lumière est une onde électromagnétique obéissant aux équations de Maxwell et plusieurs phénomènes lumineux tels que les interférences n'ont pas d'explication en optique géométrique. Il faut donc repartir sur une théorie de l'optique plus élaborée, l'optique ondulatoire.

1.1 De l'électromagnétisme à l'optique géométrique

La lumière étant une onde électromagnétique est n'est décrite correctement que par la donnée du champ électromagnétique $\left\{\vec{E},\vec{B}\right\}$, dont la structure générale est très complexe. Mais plusieurs types de simplifications sont possibles.

1.1.1 Optique géométrique

Pour une onde plane progressive dans un milieu LHI transparent, on a vu au chapitre VI-7 que l'on pouvait caractériser l'onde par :

- sa direction de propagation $\vec{n}$
- sa vitesse de propagation $v = c/n$, où n est l'indice du milieu

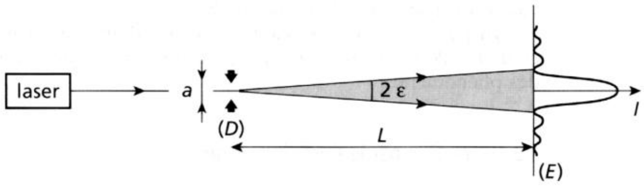
Ces deux quantités sont justement celles qui décrivent localement un rayon lumineux tel qu'il a été défini en optique géométrique. On a d'ailleurs montré lors d'exercices qu'il était possible de retrouver les lois de Snell-Descartes à partir des équations de Maxwell. Cependant, le modèle de l'optique géométrique n'est valide que dans certains cas de figure.

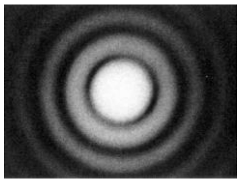
L'optique géométrique est caractérisée par le domaine des longueurs d'onde faibles devant la longueur d typique de la variation de l'amplitude de l'onde : $\lambda \ll d$

Remarque :
Cette condition impose d'utiliser des instruments d'optiques (lentilles, miroirs,…) de taille plus importante que la longueur d'onde.

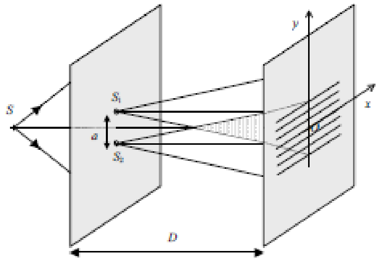
1.1.2 Limites de l'optique géométrique

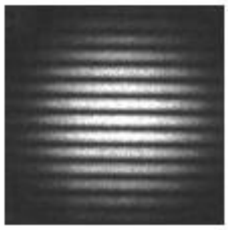
La notion de rayon lumineux suppose qu'on ne s'intéresse qu'à un mince pinceau de lumière. On place alors un diaphragme devant une source de lumière quasi ponctuelle et monochromatique. Pour essayer de caractériser ce rayon lumineux, on va petit à petit diminuer l'ouverture du diaphragme. Or, plus celle-ci diminue et plus le faisceau de lumière émergent s'élargit. En effet, on se rapproche alors de la limite d'application de l'optique géométrique, puisque la longueur typique a se rapproche de la valeur de la longueur d'onde.
C'est le phénomène de diffraction (pas au programme).





Voici l'expérience réalisée par Thomas Young en 1809. Un écran opaque, percé de deux petits trous, est éclairé par une source S quasi ponctuelle et monochromatique. On observe la lumière atteignant un écran placé un peu plus loin. Sur l'écran sont alternées des bandes claires et sombres. Si l'optique géométrique était respectée, on ne devrait voir sur l'écran que deux points lumineux.
Cette expérience met en évidence le phénomène d'interférences, étudié au prochain chapitre.





1.2 Propagation d'une vibration scalaire

1.2.1 Définition du modèle

D'après les observations précédentes, il apparaît donc nécessaire au-delà de l'approximation de l'optique géométrique de garder une trace de la phase de l'onde et de son amplitude.
Pour une onde électromagnétique polarisée rectilignement, le champ électrique se met sous la forme : $\vec{E}(M,t)=s(M,t)\vec{u}$ où $\vec{u}$ est le vecteur unitaire dans la direction de polarisation.
Comme ce dernier est constant, on peut l'omettre et donc ne garder qu'une grandeur scalaire, que l'on appelle **vibration lumineuse** ou **amplitude lumineuse**.

Définition :
Dans le cadre de l'approximation de la grandeur scalaire, l'onde lumineuse est décrite par un scalaire : **l'amplitude lumineuse** s(M,t) (en $V.m^{-1}$)

Remarque :
Ce modèle ne permet pas de rendre compte des expériences de polarisation. Il n'est donc valable que dans les deux cas suivants :

- la lumière est polarisée rectilignement avec la même direction en tout point
- la lumière est non polarisée partout.

1.2.2 Lumière monochromatique

L'onde lumineuse est ici considérée comme une onde monochromatique, on peut donc écrire son amplitude lumineuse sous la forme :

$$s(M,t)=A(M)\cos\big(\omega t-\varphi(M)\big) \quad avec \quad \varphi(M)=\vec{k}\cdot\vec{r}-\varphi_0 \qquad (1)$$

Avec : A = Amplitude en $V.m^{-1}$
φ = Retard de phase en rad

Propriété :

La **période** et la **fréquence** de l'onde sont définies comme : $T = \frac{2\pi}{\omega}$ *et* $f = \frac{\omega}{2\pi}$

Dans le vide, la lumière se propage à la **célérité** c = 3.10^8 m.s^{-1} quelque soit la fréquence.

Dans un milieu transparent d'**indice de réfraction** n, la **vitesse** de l'onde lumineuse est : $v = \frac{c}{n}$

On appelle **longueur d'onde** d'une onde lumineuse monochromatique dans un milieu homogène isotrope la période spatiale de l'onde, la longueur d'onde dans le vide est notée λ_0 :

$$\lambda = vT = \frac{c}{n}T = \frac{c}{nf} \quad et \quad \lambda_0 = cT = \frac{c}{f} = n\lambda$$

Remarque :
Une source ponctuelle émet une onde lumineuse dont la structure est sphérique. Il y a décroissance en 1/r de l'amplitude A(M) pour une nécessaire conservation de l'énergie. Les surfaces équiphases sont des sphères, d'où le nom d'**onde sphérique**.
Cependant, localement, à grande distance de la source, on peut assimiler l'onde sphérique à une **onde plane**. Les variations de phase deviennent prépondérantes devant la variation d'amplitude et cette dernière peut être considérée comme constante. Alors : $A(M) = A_0$
Pour une onde plane, l'amplitude lumineuse peut se mettre sous la forme :

$$\boxed{s(M,t) = A_0 \cos\left(\omega t - \varphi(M)\right) \quad avec \quad \varphi(M) = \vec{k}\cdot\vec{r} - \varphi_0} \qquad (2)$$

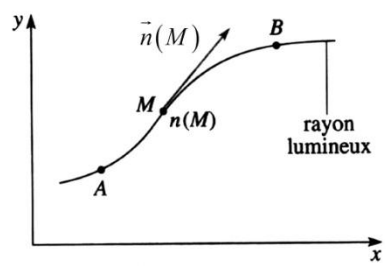
En notation complexe, on peut écrire pour une onde plane : $\underline{s}(M,t) = A_0 \exp\left(i\left(\omega t - \varphi(M)\right)\right)$

Rappel :
Les longueurs d'onde du visible dans le vide s'étendent de 400 nm (UV) à 750 nm (IR) environ. L'ordre des couleurs est : violet, bleu, vert, jaune, orange, rouge.

λ_0 (nm)	< 400	500	550	590	630	> 750
f (Hz)	> $7,5.10^{14}$	6.10^{14}	$5,5.10^{14}$	$5,1.10^{14}$	$4,8.10^{14}$	< $4,010^{14}$
Couleur	ultra violet	bleu	vert	jaune orangé	rouge	infra rouge

1.2.3 Chemin optique

Dans le cas général, l'indice du milieu peut varier de façon continue, et le rayon lumineux ne se propage plus en ligne droite mais courbe. On introduit alors la notion de chemin optique.
On peut interpréter le chemin optique (AB) comme le chemin parcouru dans le vide pendant la durée réelle mise pour aller de A à B dans le milieu d'indice n.



Supposons que l'onde soit émise en A telle que : $s(A,t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$

Soit τ la durée mise pour aller de A à B dans le vide : $\tau = \frac{(AB)}{c}$

Alors : $s(B,t) = s(A,t-\tau) = A_0 \cos\left(\omega(t-\tau) + \varphi_0\right)$

Or, pour une onde plane : $s(B,t) = A_0 \cos\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi_0\right) = A_0 \cos\left(\omega\left(t - \frac{\vec{k}\cdot\vec{r}}{\omega}\right) + \varphi_0\right)$

Donc : $(AB)=c\tau=c\frac{\vec{k}\cdot\vec{r}}{\omega}=\frac{c}{\omega}k\vec{n}\cdot\vec{r}=\vec{n}\cdot\vec{r}$ avec $\vec{n}$ donnant la direction de propagation

Dans un milieu quelconque, le rayon est courbe donc la direction de propagation change en fonction du point M considéré et est donc en permanence colinéaire au vecteur position élémentaire $\overrightarrow{dr}$,

ainsi : $(AB)=\int_A^B \frac{c}{\omega}k(M)\vec{n}(M)\cdot\overrightarrow{dr}=\int_A^B n(M)\vec{n}\cdot\overrightarrow{dr}=\int_A^B n(M)\,ds \quad avec \quad ds=\vec{n}\cdot\overrightarrow{dr}$

Définition :

Pour un milieu quelconque d'indice n, on définit le **chemin optique,** (AB), sur un rayon lumineux curviligne quelconque de A à B par :

$$L_{AB}=(AB)=\int_A^B n(M)\,ds \quad (3)$$

Avec : s = Abscisse curviligne en m

Remarque :

Si le milieu est homogène (n constant) : $(AB)=\int_A^B n\,ds=n\int_A^B ds=nAB$

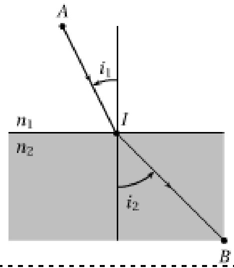
Exemple :

Considérons le cas de la réfraction d'une onde lumineuse lorsqu'elle rencontre un dioptre entre deux milieux homogènes :

Le temps de parcours de A à B s'écrit : $t_{AB}=\frac{AI}{v_1}+\frac{IB}{v_2}$

On en déduit l'expression du chemin optique :

$$L_{AB}=(AB)=\frac{c}{v_1}AI+\frac{c}{v_2}IB=n_1AI+n_2IB$$



1.2.4 Phase d'une onde lumineuse monochromatique

On considère dans cette partie que l'onde est plane. Un signal sinusoïdal est émis d'un point source S (0,0,0) et se propage dans un milieu d'indice n constant. Sa phase à l'origine est φ_0. Le signal au point M (x,y,z) reproduit le signal au point S avec un retard égal à : $\tau=\frac{SM}{v}$

Or, on préfère utiliser la notion de **chemin optique** qui dans un tel milieu s'écrit : $(SM)=nSM$

L'amplitude lumineuse de l'onde s'écrit : $s(M,t)=A_0\cos(\omega t-\varphi(M))=A_0\cos(\omega(t-\tau)+\varphi_0)$

et son retard de phase : $\varphi(M)=\omega\frac{SM}{v}-\varphi_0=\omega\frac{(SM)}{nv}-\varphi_0=\omega\frac{(SM)}{c}-\varphi_0=k_0(SM)-\varphi_0$

On alors peut réécrire l'amplitude de l'onde en un point M :

$$s(M,t)=A_0\cos\left(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda_0}(SM)+\varphi_0\right) \quad (4)$$

Remarque :

1.2.5 Retard de phase

Définition :
La variation de phase d'une onde monochromatique, à cause de sa propagation entre deux points A et B, se met sous la forme :

$$\varphi(B)-\varphi(A)=\frac{2\pi}{\lambda_0}(AB) \qquad (5)$$

Démonstration : $\varphi(B)-\varphi(A)=\frac{2\pi}{\lambda_0}(SB)+\varphi_0-\frac{2\pi}{\lambda_0}(SA)-\varphi_0=\frac{2\pi}{\lambda_0}\left[(SB)-(SA)\right]=\frac{2\pi}{\lambda_0}(AB)$

1.2.6 Surface d'onde

Définition :
On appelle **surface d'onde** relative au point source S une surface formée des points M tels que (SM) = constante, ou encore, ce qui est équivalent, φ(M) = constante.

Remarque :
Ces surfaces d'onde correspondent aux surfaces équiphases définies dans le cadre de l'électromagnétisme.

Exemple :
Les surfaces d'ondes dans un milieu homogène (n constant) sont caractérisées par :

$$(SM)=nSM=cte$$

- Cas d'une onde sphérique : ce sont donc des sphères centrées en S.
- Cas d'une onde plane : ce sont des plans.

Conséquence :
Entre deux surfaces d'onde, le chemin optique est constant quel que soit le rayon lumineux choisi.

Théorème de Malus (hors programme) :
Les surfaces d'ondes sont orthogonales aux rayons lumineux.

Exercice : 1.5.1, 1.5.2

1.3 Stigmatisme

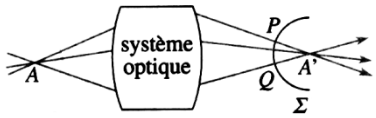
1.3.1 Rappels

Définition :
Un système optique (S) est dit **rigoureusement stigmatique** pour un couple de points A et B si tout rayon lumineux passant par A passe par A' après avoir traversé le système (S).
On dit encore que A et A' sont conjugués par rapport à (S).

Remarque :
Le stigmatisme rigoureux est parfois impossible à réaliser. On se contente en général du **stigmatisme approché**. Alors, tous les rayons issus du point objet A passent au voisinage immédiat d'un point A'.
On se place alors dans les **conditions de Gauss** : tous les rayons lumineux qui traversent le système optique font avec l'axe des angles faibles : ces rayons sont dits **paraxiaux**.

1.3.2 Stigmatisme en optique ondulatoire

Propriété :
Le chemin optique est conservé entre deux points conjugués : $(AA') = cte \quad si\ A\ et\ A'\ sont\ conjugués$



A et A' sont conjugués.

1.4 Eclairement

1.4.1 Notion d'éclairement

On appelle **éclairement** en un point M la puissance lumineuse moyenne reçue, δP, par unité de surface, δS, sur un capteur placé en M : $\varepsilon(M) = \dfrac{\delta P}{\delta S}$

La lumière étant une onde électromagnétique, sa puissance découle du calcul du vecteur de Poynting d'où : $\vec{\Pi} = \dfrac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = c\varepsilon_0 E^2(M,t)\vec{n} = c\varepsilon_0 s^2(M,t)\vec{n}$

La puissance lumineuse moyenne reçue est donc proportionnelle à la valeur moyenne de l'amplitude lumineuse au carré, il en va de même pour l'éclairement.

Définition :
L'éclairement, ε (en lux), (ou **intensité lumineuse**) est proportionnel à la moyenne temporelle du carré de l'amplitude lumineuse au point M :

$$\varepsilon(M) = K\left\langle s^2(M,t)\right\rangle \tag{6}$$

Remarque :
En optique ondulatoire, on ne fait que comparer les éclairements en deux points, on ne détermine pas de valeur numérique de l'éclairement. La valeur de la constante K n'est donc pas utile à connaître. Elle est souvent prise égale à 1.
L'éclairement se met alors sous la forme pour K = 1:

$$\varepsilon(M) = \left\langle s^2(M,t)\right\rangle = \left\langle A^2(M)\cos^2\left(\omega t - \varphi(M)\right)\right\rangle = \frac{A_0^2}{2}$$

1.4.2 Les récepteurs lumineux

Les récepteurs lumineux ne sont sensibles qu'à la valeur moyenne de la puissance lumineuse qu'ils reçoivent, c'est-à-dire à l'éclairement, d'où l'importance de cette grandeur physique.
En effet, les récepteurs lumineux (photocellules, pellicules photo, œil,…) ont des temps de réponse τ_r très grands devant la période des ondes lumineuses dans le visible T = 10^{-14} s :

- pour l'œil, τ_r est de l'ordre de 0,1 s
- pour une photodiode, τ_r est de 10^{-6} s
- pour une pellicule photo, τ_r est de l'ordre de 10^{-1} s à 10^{-2} s.

Le détecteur moyenne donc (sur une durée τ_r) le signal qui lui est envoyé.

A retenir et savoir faire :

- Connaître la signification physique du chemin optique.
- Savoir calculer le chemin optique d'une onde lumineuse et le retard de phase associé.
- Savoir exprimer l'amplitude scalaire lumineuse d'une onde optique.