Cours VI : Electromagnétisme

2 Magnétostatique

Nous avons étudié jusqu'à présent les interactions entre des particules chargées immobiles. Mais que se passe-t-il si les particules chargées sont en mouvement ?
Ces particules chargées en mouvement vont créer des courants électriques. L'étude des effets dus à ces courants électriques s'appelle le magnétisme. Notre propos se limitera à la magnétostatique, c'est à dire à la description des phénomènes magnétiques indépendants du temps

2.1 Force de Lorentz

2.1.1 Expression

On étudie un ensemble de particules chargées en mouvement par rapport à un référentiel R donné soumis à un champ électrique $\vec{E}$ et un champ magnétique $\vec{B}$ (unité : Tesla).
Une particule de cet ensemble de masse m, caractérisée par sa charge q, animée d'une vitesse $\vec{v}$, se trouvant à l'instant t en un point M_0, subit une force F appelée **force de Lorentz** :

$$\boxed{\vec{F} = q\left(\vec{E}(M_0,t) + \vec{v} \wedge \vec{B}(M_0,t)\right) \qquad (1)}$$

<u>Remarque</u> :
Il y a donc deux composantes dans l'expression de cette force :

- une force électrique : $\vec{F_1} = q\vec{E}$ - une force magnétique : $\vec{F_2} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

Les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont les composantes d'une entité unique : le champ électromagnétique $\left(\vec{E},\vec{B}\right)$.
Dans le cas des régimes permanents seulement, on peut étudier les deux séparément.
Dans le cas où la vitesse de la particule est très petite devant la vitesse de la lumière dans le vide, on pourra négliger le poids devant la force de Lorentz.

<u>Exercice</u> : 2.10.1

2.1.2 Expression volumique

Dans une description en termes de densités volumiques de charge et de courant, on peut proposer une écriture de la force de Lorentz pour un élément de volume dτ. En sommant toutes les particules (n_idτ) présentes dans l'élément de volume :

$$d\vec{F} = \sum_i (n_i d\tau) q_i \left(\vec{E} + \vec{v_i} \wedge \vec{B}\right) = \sum_i n_i q_i \vec{E} d\tau + \sum_i n_i q_i \vec{v_i} \wedge \vec{B} d\tau$$

On reconnait l'expression de la densité de courant et de la densité volumique de charges :

$$\vec{j} = \sum_i n_i q_i \vec{v_i} \quad et \quad \rho = \sum_i n_i q_i$$

On peut donc finalement déterminer la densité volumique de force de Lorentz :

$$\boxed{\vec{f_V} = \rho\vec{E} + \vec{j} \wedge \vec{B} \qquad (2)}$$

2.1.3 Puissance de la force de Lorentz

La puissance de la force de Lorentz est donnée par : $P = \vec{F} \cdot \vec{v} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right) \cdot \vec{v} = q\vec{E} \cdot \vec{v}$

Remarque :

La partie magnétique de la force de Lorentz ne travaille pas.

D'après le principe fondamental de la dynamique, le champ $\vec{B}$ agira sur la trajectoire de la particule.

D'après le théorème de l'énergie cinétique, seul le champ $\vec{E}$ pourra modifier l'énergie cinétique de la particule.

2.1.4 Effet Hall

Soit un conducteur métallique rectiligne de section rectangulaire. On note b sa largeur selon (Oy) et δ son épaisseur selon (Oz). Le milieu comprend une densité volumique de charges mobiles (de charge q), notée n, soumise à un champ magnétique uniforme dirigé selon (Oz) : $\vec{B} = B\overrightarrow{u_z}$

Il est parcouru par un courant d'intensité I avec une densité de courant j uniformément répartie :

$$\vec{j} = qn\vec{v} = qnv\overrightarrow{u_x} = \frac{I}{b\delta}\overrightarrow{u_x}$$

L'ensemble des charges mobiles est soumis à la partie magnétique de force de Lorentz :

$$\overrightarrow{f_{V,2}} = \vec{j} \wedge \vec{B} = qn\vec{v} \wedge \vec{B} = -qnvB\overrightarrow{u_y}$$

Elle dévie donc les particules amenant les charges positives et négatives sur les deux faces latérales opposées du conducteur :
- face 2 pour les charges négatives
- face 1 pour les charges positives.

Ces charges créent alors un champ électrostatique qui s'oppose à cette distribution de charge, appelé **champ de Hall**, E_H, dirigé de la face 1 vers la face 2 : $\overrightarrow{E_H} = E_H\overrightarrow{u_y}$

En régime permanent, le terme magnétique de la force de Lorentz est alors compensé par le terme électrique dû au champ de Hall tel que : $q\overrightarrow{E_H} = -q\vec{v} \wedge \vec{B}$

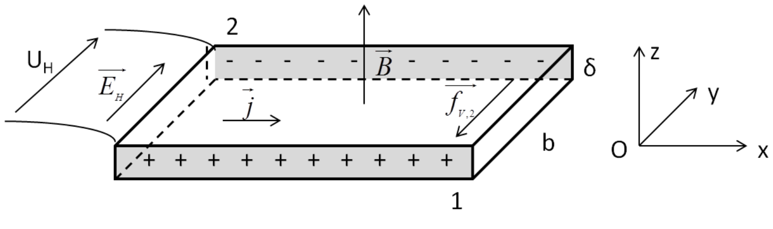
Alors, le champ de Hall peut se mettre sous la forme :

$$\overrightarrow{E_H} = -\vec{v} \wedge \vec{B} = -\frac{1}{nq}\vec{j} \wedge \vec{B} = -\frac{1}{nq}\frac{I}{b\delta}\overrightarrow{u_x} \wedge B\overrightarrow{u_z} = \frac{IB}{nqb\delta}\overrightarrow{u_y}$$

Soit R_H la **constante de Hall**, il apparaît donc aussi une différence de potentiel, appelée **tension de Hall** U_H, entre les faces avant et arrière du conducteur :

$$U_H = V_2 - V_1 = -bE_H = -\frac{IB}{nq\delta} = -\frac{R_H IB}{\delta} \quad avec \quad R_H = \frac{1}{nq}$$

L'apparition de cette différence de potentiel s'appelle **effet Hall**.



Remarque :

L'effet Hall est utilisé dans de nombreux capteurs pour mesurer un champ magnétique (teslamètre) ou l'intensité d'un courant électrique.

Exercice : 2.10.2

2.2 Distributions de courant

2.2.1 Courant et intensité électrique

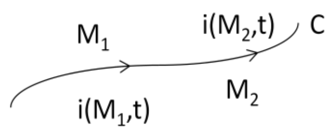
Définition :
L'intensité I du courant électrique à travers une surface S est liée à la charge δQ_m qui traverse S entre les instants t et t + δt. Elle dépend de l'orientation de S. Elle s'exprime en ampère (A).

$$\delta Q_m = I\delta t \qquad (3)$$

2.2.2 Distribution de courant électrique filiforme

Un fil conducteur de faible section à l'échelle macroscopique peut être assimilé à une courbe C (sans épaisseur). Dans cette modélisation, la seule information à laquelle nous avons accès est la quantité de charge passant au point M par unité de temps, c'est à dire l'intensité i(M, t). Elle dépend en général à la fois du point M considéré et du temps.

La flèche tracée indique l'orientation du vecteur unitaire normal à une section du fil. Un déplacement de charges positives dans le sens de la flèche ou de charges négatives dans le sens contraire correspond à un courant i(M, t) > 0.



Remarque :
En régime permanent, la charge mobile étant uniformément répartie dans le conducteur et ne pouvant s'accumuler en aucun point du fil, nous pouvons en déduire les propriétés suivantes :
- un courant filiforme ne peut exister que sur un circuit fermé
- l'intensité i a la même valeur en tout point d'un fil sans dérivation.

2.2.3 Distributions de courant électrique non filiformes

2.2.3.1 Densité volumique de courant

Dans un conducteur (métal, électrolyte,....), on considère un ensemble de particules de charge q, de densité volumique n et animées d'un mouvement d'ensemble de vitesse $\vec{v}$. La densité volumique de charges mobiles est : $\rho_m = nq$.

Définition :
Le vecteur densité volumique de courant $\vec{j}$ associé à un mouvement d'ensemble à vitesse $\vec{v}$ est :

$$\vec{j} = nq\vec{v} = \rho_m \vec{v} \qquad (4)$$

Remarque :
Il est important de ne pas confondre la densité de charges mobiles (électrons libres dans un métal, ions dans une solution,...) avec la densité totale de charges qui tient compte des charges fixes (ions d'un réseau cristallin par exemple).

Définition :
L'intensité du courant électrique traversant une surface S est égale au flux du vecteur densité volumique de courant $\vec{j}(M,t)$ (A.m^{-2}) à travers cette surface avec $\vec{n}$ vecteur normal à la surface.

$$I = \iint_S \vec{j}(M,t) \cdot dS\vec{n} \qquad (5)$$

2.2.3.2 *Densité surfacique de courant*

Lorsque la distribution de courants volumique se trouve confinée dans une nappe d'épaisseur faible à l'échelle macroscopique, nous pouvons assimiler celle-ci à une distribution surfacique de courants. On considère une surface portant une densité surfacique de charges mobiles σ_m animées d'un mouvement d'ensemble à vitesse $\vec{v}$.

Définition :
Le vecteur densité surfacique de courant $\vec{j_s}$ associé à un mouvement d'ensemble à vitesse $\vec{v}$ est :

$$\vec{j_s} = \sigma_m \vec{v} \tag{6}$$

Définition :
L'intensité du courant électrique traversant une ligne L reliant deux points de la surface est égale à la circulation du vecteur densité surfacique de courant $\vec{j_s}(M,t)$ (A.m^{-1}) le long de cette ligne avec $\vec{n}$ vecteur normal à la ligne.

$$I_{AB} = \int_A^B \vec{j}_s(M,t) \cdot dl\vec{n} \tag{7}$$

2.2.4 Invariances, plans de symétrie et d'antisymétrie d'une distribution de courant

2.2.4.1 *Invariances*

Définition :
Une distribution de courants est invariante par translation lorsque l'image de la distribution par la translation est la distribution elle-même.

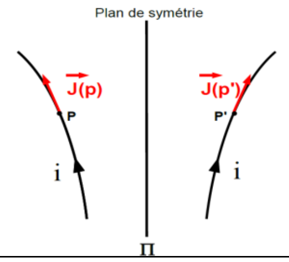
Remarque :
Ceci n'est possible qu'avec une distribution s'étendant jusqu'à l'infini.
Ce type d'invariance permet de ne plus tenir compte de la dépendance selon cette direction.

Définition :
L'invariance par rotation correspond au cas où la distribution obtenue après rotation se superpose rigoureusement avec la distribution initiale que ce soit en position dans l'espace ou en valeur locale de la densité de courants.

Remarque :
Ce type d'invariance permet de ne plus tenir compte de la dépendance selon l'angle de rotation considéré.

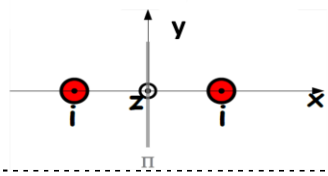
2.2.4.2 *Plan de symétrie*

Définition :
Une distribution de courant possède un plan de symétrie Π si :
- Π est un plan de symétrie géométrique de la distribution
- si tout point P de la distribution a une image P' appartenant à la distribution $\vec{j}(P') = sym\left[\vec{j}(P)\right]$



<u>Exemple</u> : Ligne bifilaire

On considère deux fils infinis parallèles à l'axe Oz parcourus par un courant i. Les deux fils coupent le plan xOy en (a,0,0) et (-a,0,0). Le plan yOz est plan de symétrie (Π) si les courants circulent dans le même sens.

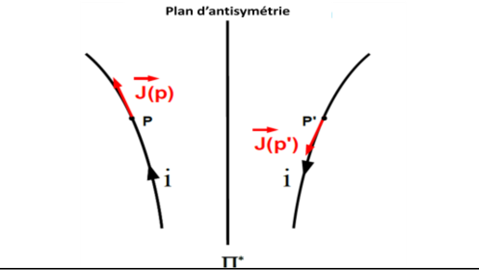


2.2.4.3 *Plan d'antisymétrie*

<u>Définition</u> :

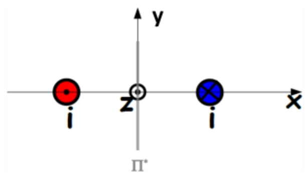
Une distribution de courant possède un plan d'antisymétrie Π* si :

- Π* est un plan de symétrie géométrique de la distribution
- si tout point P de la distribution a une image P' appartenant à la distribution $\vec{j}(P') = -sym\left[\vec{j}(P)\right]$



<u>Exemple</u> : Ligne bifilaire

On considère deux fils infinis parallèles à l'axe Oz parcourus par un courant i. Les deux fils coupent le plan xOy en (a,0,0) et (-a,0,0). Le plan yOz est plan d'antisymétrie (Π*) si les courants circulent en sens inverse.



2.3 Topographie du champ magnétostatique

2.3.1 Invariances

Si la distribution de courants est invariante par translation selon un axe, le champ l'est aussi : il ne dépend donc pas de la coordonnée le long de cet axe.

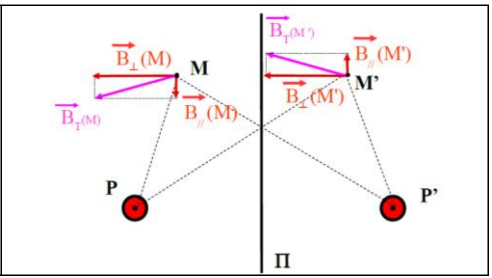
Si la distribution de courants est invariante par rotation autour d'un axe, le champ l'est aussi : il ne dépend donc pas de la coordonnée angulaire qui définit la rotation autour de cet axe.

2.3.2 Plan de symétrie de la distribution de courant

<u>Propriété</u> :

Si le plan Π est **plan de symétrie** de la distribution de courant, alors ce plan est un **plan d'antisymétrie pour le champ magnétostatique** :

- les composantes parallèles au plan sont opposées
- les composantes orthogonales au plan sont égales.

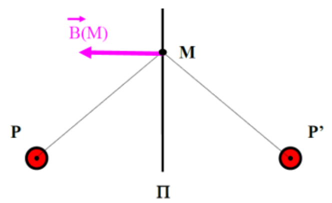


<u>Conséquence</u> :

Si M appartient au plan de symétrie Π, alors :

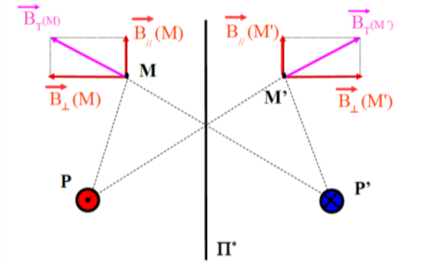
$$M = M' \quad \Rightarrow \quad \vec{B}_{||}(M) = -\vec{B}_{||}(M') = \vec{0}$$

Le champ magnétique est perpendiculaire au plan de symétrie Π : $\vec{B}(M) \perp \Pi$



2.3.3 Plan d'antisymétrie de la distribution de courant

Propriété :
Si le plan Π* est **plan d'antisymétrie** de la distribution de courant, alors ce plan est un **plan de symétrie pour le champ magnétostatique** :
- les composantes parallèles au plan sont égales
- les composantes orthogonales au plan sont opposées.



Conséquence :

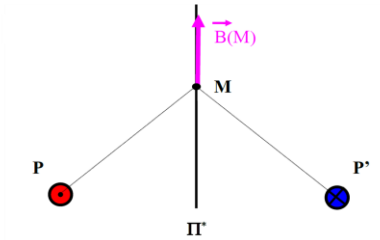
Si M appartient au plan d'antisymétrie Π*, alors : $M = M' \;\Rightarrow\; \overrightarrow{B_\perp}(M) = -\overrightarrow{B_\perp}(M') = \vec{0}$

Le champ magnétique appartient au plan d'antisymétrie Π* : $\vec{B}(M) \,||\, \Pi^*$

Si M appartient au plan d'antisymétrie Π*, alors :

$$M = M' \;\Rightarrow\; \overrightarrow{B_\perp}(M) = -\overrightarrow{B_\perp}(M') = \vec{0}$$

Le champ magnétique appartient au plan d'antisymétrie Π* : $\vec{B}(M) \,||\, \Pi^*$



Remarque :
Le champ magnétique a les propriétés de symétrie d'un **vecteur axial** ou « **pseudo-vecteur** ».

2.3.4 Topographie du champ magnétostatique

Définition :
Le champ magnétique est tangent à des courbes appelées **lignes de champ** qui sont orientées dans le sens du champ.
Un **tube de champ** est formé par un ensemble de lignes de champ qui s'appuyant sur un contour fermé.

Remarque :
Les lignes de champ magnétostatique ne divergent pas à partir de leur source (les courants) : elles « tourbillonnent » autour de cette source.
Un tire-bouchon qui tourne dans le sens du courant (respectivement sens des lignes de champ) progresse dans le sens du champ à l'intérieur du circuit (respectivement sens de l'intensité du courant).

Exemples : 2.8.1.1, 2.8.2.1, 2.8.3.1

2.4 Loi de Biot et Savart

2.4.1 Formulation

Considérons un conducteur filiforme parcouru par un courant d'intensité I et notons $\vec{dl}$ un déplacement élémentaire le long de ce circuit orienté dans le même sens que le courant.

Loi de Biot et Savart :

La contribution d'un élément de courant $I\vec{dl}$, situé au point P, au champ total $\vec{B}(M)$ créé en M par une distribution de courant est donnée par la loi de Biot et Savart :

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\vec{dl}\wedge\vec{PM}}{PM^3} \qquad (8)$$

Avec : μ_0 = Perméabilité du vide ($4\pi.10^{-7}$ H.m^{-1})

On en déduit l'expression du champ magnétique pour les circuits fermés filiformes :

$$\vec{B}(M) = \oint_C \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\vec{dl}\wedge\vec{PM}}{PM^3} \qquad (9)$$

Remarque (Hors programme) :

Dans le cas d'une distribution surfacique de courant $\vec{j_s}dS$: $\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{j_s}dS\wedge\vec{PM}}{PM^3}$

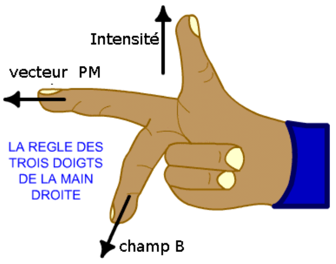
Dans le cas d'une distribution volumique de courant $\vec{j}d\tau$: $\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{j}d\tau\wedge\vec{PM}}{PM^3}$

Remarque :

L'expression du champ magnétique ne peut se calculer que le long d'un circuit fermé (sinon I nul).

Les propriétés de symétrie du champ magnétique (pseudo-vecteur) découlent du produit vectoriel.

En pratique, pour connaître la direction et le sens du champ magnétique en un point M quelconque, on utilise la règle dite des "trois doigts" de la main droite. Le courant entre par la base du pouce et ressort par son extrémité, l'index indique le sens du vecteur $\vec{PM}$ et le sens de $\vec{B}$ est donné par le majeur. Le pouce, l'index et le majeur formant une base orthogonale directe.



2.4.2 Théorème de superposition

Théorème :

Soit $\vec{B_1}$ le champ magnétique créé par une source 1, $\vec{B_2}$ le champ magnétique créé par une source 2 indépendante. Lorsque les deux sources coexistent, et s'il n'y a pas d'influence de l'une sur l'autre, le champ résultant est : $\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2}$

Remarque :

On l'a déjà utilisé lorsqu'on a sommé les différentes contributions $\vec{dB}$.

Exemples : 2.8.1.2, 2.8.2.2, 2.8.3.2

2.5 Propriétés du champ magnétique

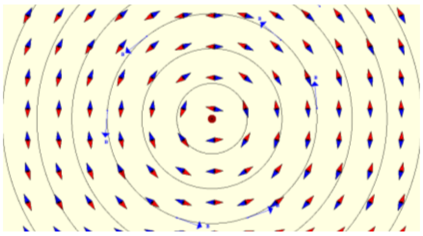
2.5.1 Flux du champ magnétique

Propriété :
Le flux du champ magnétique ϕ (en Weber : Wb = T.m^2) à travers une surface fermée est nul. On dit que le champ magnétique est à **flux conservatif**.

$$\phi = \oiint_S \vec{B} \cdot \overrightarrow{dS} = 0 \qquad (10)$$

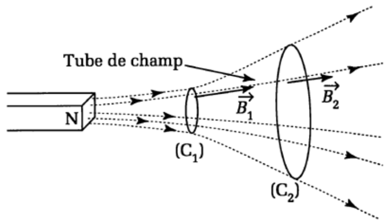
Exemple : Fil rectiligne illimité de direction Oz

Les lignes de champ sont dirigées selon $\overrightarrow{e_\theta}$ et forment des cercles autour du fil.
Les tubes de champ forment des anneaux s'appuyant sur des surfaces fermées autour du fil.



Il y a symétrie de révolution autour de l'axe Oz, donc le flux élémentaire dϕ du champ magnétique est le même à travers toute section dS d'un tube de champ élémentaire : $d\phi = \vec{B} \cdot \overrightarrow{dS}$
Donc à travers la surface fermée que constitue une portion de tube de champ, le flux entrant est égal au flux sortant. Le flux sortant du champ magnétique à travers S fermée est nul.

Conséquence :
Le flux du champ magnétique garde la même valeur à travers toutes les sections d'un même tube de champ. Il s'évase en se dirigeant vers les champs faibles.



Formulation locale : **Equation de Maxwell-Thomson** (ou Maxwell-flux)
D'après le théorème de Green-Ostrogradsky, on a :

$$div\vec{B} = 0 \qquad (11)$$

2.5.2 Potentiel-vecteur A

2.5.2.1 Définition

On introduit un nouvel opérateur, appelé rotationnel (défini en annexe), tel qu'en coordonnées cartésiennes : $\overrightarrow{rot}\vec{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\overrightarrow{e_x} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\overrightarrow{e_y} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\overrightarrow{e_z} \Rightarrow div\left(\overrightarrow{rot}\vec{A}\right) = 0$

Lorsqu'un champ présente en tout point une divergence nulle, il existe un champ vectoriel dont il est le rotationnel.

Définition :
L'équation de Maxwell-Thomson implique l'existence d'un **potentiel vecteur**, noté $\vec{A}$ (en Wb.m^{-1}) et définit par :

$$\vec{B} = \overrightarrow{rot}\left(\vec{A}\right) \qquad (12)$$

Remarque :
Le potentiel vecteur n'est pas unique ; lui ajouter le gradient de n'importe quel champ scalaire ne change pas la valeur du champ magnétique correspondant. Soit : $\vec{A}' = \vec{A} + \overrightarrow{grad}\, f$

$$\overrightarrow{rot}\vec{A}' = \overrightarrow{rot}\left(\vec{A} + \overrightarrow{grad}\, f\right) = \overrightarrow{rot}\vec{A} \quad car \quad \overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{grad}\, f\right) = \vec{0}$$

2.5.2.2 Relation intégrale
D'après le théorème de Stockes, on peut donc relier champ magnétique et potentiel vecteur sous une relation intégrale :

$$\oint_C \vec{A}\cdot\overrightarrow{dl} = \iint_S \vec{B}\cdot\overrightarrow{dS} \qquad (13)$$

2.5.2.3 Symétries et antisymétries
La présence d'un produit vectoriel dans la relation définissant le rotationnel montre que les symétries du champ magnétique sont des antisymétries pour le potentiel vecteur et vice versa.
Le potentiel vecteur présente donc les mêmes symétries que la distribution de courant.

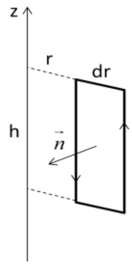
Exemple : Fil rectiligne infini

Le champ magnétique généré par ce fil d'axe Oz se mettait sous la forme : $\vec{B}(M) = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\overrightarrow{e_\theta}$

Le potentiel vecteur ayant les mêmes symétries que la distribution de courant, il s'écrit sous la forme :

$$\vec{A} = A(r)\overrightarrow{e_z}$$

On peut alors déterminer le potentiel vecteur en utilisant la formule du rotationnel en coordonnées cylindriques ou en utilisant la relation intégrale sur le contour représenté ci-contre.



La circulation du potentiel vecteur s'écrit : $\oint_C \vec{A}\cdot\overrightarrow{dl} = \oint_C A(r)\overrightarrow{e_z}\cdot\overrightarrow{dl} = A(r+dr)h - A(r)h$

Le flux du champ magnétique s'écrit : $\iint_S \vec{B}\cdot\overrightarrow{dS} = \iint_S B(r)\overrightarrow{e_\theta}\cdot\overrightarrow{dS} = -B(r)hdr$

On a alors : $\dfrac{dA(r)}{dr} = -B(r)$

En posant arbitrairement, une constante d'intégration pour laquelle le potentiel vecteur est nul égale à $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi}\ln(R)$: $\vec{A} = -\dfrac{\mu_0 I}{2\pi}\ln(\dfrac{r}{R})\overrightarrow{e_z}$

Exercice : 2.10.3

2.6 Théorème d'Ampère

2.6.1 Circulation du champ magnétique

Exemple : Fil rectiligne illimité de direction Oz

Le champ magnétique généré par ce fil se mettait sous la forme : $\vec{B}(M) = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{e_\theta}$

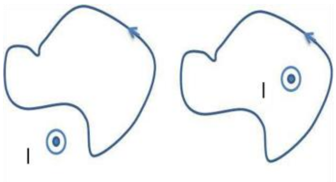
La circulation du champ magnétique sur un circuit fermé Γ est donnée par l'expression suivante :

$$C = \oint_\Gamma \vec{B}\cdot\vec{dl} = \oint_\Gamma \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{e_\theta}\cdot\left(dr\vec{e_r} + rd\theta\vec{e_\theta} + dz\vec{e_z}\right) = \oint_\Gamma \frac{\mu_0 I}{2\pi r} rd\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\oint_\Gamma d\theta$$

On peut distinguer deux cas :

Le circuit n'entoure pas le fil : $\oint_\Gamma d\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad C = 0$

Le circuit entoure le fil : $\oint_\Gamma d\theta = 2\pi \quad \Rightarrow \quad C = \mu_0 I$



2.6.2 Théorème d'Ampère

Théorème d'Ampère :
La circulation C du champ magnétostatique créé par un ensemble de courants sur un contour fermé orienté est égale à la somme algébrique des courants enlacés I_{int} multipliée par μ_0 :

$$C = \oint_\Gamma \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 I_{\text{int}} \qquad (14)$$

Remarque :

I_{int} correspond à la somme algébrique de toutes les intensités intérieures à Γ (ou enlacées par Γ). L'intensité est comptée positivement si elle traverse Γ dans le sens positif ou direct (règle du tire-bouchon).

2.6.3 Formulation locale

Equation de Maxwell-Ampère :
La formulation locale du théorème d'Ampère se met sous la forme de l'équation de Maxwell-Ampère :

$$\overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0 \vec{j} \qquad (15)$$

Remarque :

En partant de la formulation intégrale du théorème d'Ampère, on a alors (en utilisant le théorème de Stokes) : $\oint_\Gamma \vec{B}\cdot\vec{dl} = \iint_S \overrightarrow{rot}\vec{B}\cdot\vec{dS} = \mu_0 I_{\text{int}} = \mu_0 \iint \vec{j}\cdot\vec{dS}$

On retrouve la formulation de l'équation de Maxwell-Ampère : $\overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0 \vec{j}$

Exemples : 2.8.1.3, 2.8.2.2, 2.8.3.3, 2.9.1, 2.9.2, 2.9.3