Cours VII : Optique ondulatoire

2 Interférences

2.1 Interférences non localisées entre deux ondes monochromatiques totalement cohérentes

2.1.1 Superposition de deux sources ponctuelles monochromatiques

On s'intéresse à deux sources ponctuelles (lumineuses en optique) notées S_1 et S_2 qui émettent des ondes planes monochromatiques de pulsations respectives ω_1 et ω_2.

Les deux signaux sont d'amplitudes respectives : $\begin{cases} s_1(S_1,t) = A_{01}\cos(\omega_1 t + \varphi_{01}) \\ s_2(S_2,t) = A_{02}\cos(\omega_2 t + \varphi_{02}) \end{cases}$

Les déphasages φ_{02} et φ_{01} sont appelé déphasages initiaux des sources 1et 2.

Les deux signaux émis par les deux sources se propagent et atteignent le point M :

$$\begin{cases} s_1(M,t) = A_{01}\cos\left(\omega_1 t - \dfrac{2\pi}{\lambda_0}(S_1M) + \varphi_{01}\right) = A_{01}\cos\left(\omega_1 t - \varphi_1(M)\right) \\ s_2(M,t) = A_{02}\cos\left(\omega_2 t - \dfrac{2\pi}{\lambda_0}(S_2M) + \varphi_{02}\right) = A_{02}\cos\left(\omega_2 t - \varphi_2(M)\right) \end{cases}$$

La lumière étant une onde électromagnétique, on peut utiliser le théorème de superposition, l'onde résultante en M est donc : $s(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t)$

On s'intéresse alors à l'éclairement résultant en M (K est pris égal à 1) :

$$\varepsilon(M) = \langle s^2(M,t)\rangle = \left\langle \left(s_1(M,t)+s_2(M,t)\right)^2 \right\rangle = \left\langle s_1^2(M,t) + s_2^2(M,t) + 2s_1(M,t)s_2(M,t)\right\rangle$$
$$= \langle s_1^2(M,t)\rangle + \langle s_2^2(M,t)\rangle + 2\langle s_1(M,t)s_2(M,t)\rangle = \varepsilon_1(M) + \varepsilon_2(M) + 2\langle s_1(M,t)s_2(M,t)\rangle$$

On remarque donc que l'éclairement résultant est la somme des éclairements dus à chacune des sources si elles étaient allumées séparément et d'un troisième terme qui traduit le phénomène d'interférences.

On peut mettre ce troisième terme sous la forme suivante où :

- le premier terme a toujours une valeur moyenne nulle (car ω_1 et $\omega_2 > 0$)
- le second terme reste non nul si $\omega_1 = \omega_2$ et pour une différence de phase $\varphi(M)$ constante dans le temps.

$$\langle s_1(M,t)s_2(M,t)\rangle = \left\langle A_{01}\cos\left(\omega_1 t - \varphi_1(M)\right)A_{02}\cos\left(\omega_2 t - \varphi_2(M)\right)\right\rangle$$
$$= \underbrace{\left\langle \frac{A_{01}A_{02}}{2}\cos\left((\omega_1+\omega_2)t - (\varphi_1(M)+\varphi_2(M))\right)\right\rangle}_{=0} + \left\langle \frac{A_{01}A_{02}}{2}\cos\left((\omega_1-\omega_2)t + \varphi_2(M) - \varphi_1(M)\right)\right\rangle$$
$$= \frac{A_{01}A_{02}}{2}\left\langle \cos\left((\omega_1-\omega_2)t + \varphi_2(M) - \varphi_1(M)\right)\right\rangle$$
$$= \sqrt{\varepsilon_1(M)\varepsilon_2(M)}\left\langle \cos\left((\omega_1-\omega_2)t + \varphi_2(M) - \varphi_1(M)\right)\right\rangle$$

L'éclairement résultant se met alors sous la forme :

$$\varepsilon(M) = \varepsilon_1(M) + \varepsilon_2(M) + 2\sqrt{\varepsilon_1(M)\varepsilon_2(M)}\left\langle \cos\left((\omega_1 - \omega_2)t + \varphi(M)\right)\right\rangle$$

$$avec \quad \varphi(M) = \varphi_2(M) - \varphi_1(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\left\{(S_2M) - (S_1M)\right\} - \varphi_{02} + \varphi_{01}$$

L'éclairement résultant de deux sources lumineuses monochromatiques n'est pas toujours la somme de leurs deux intensités. Un terme supplémentaire, dit **d'interférences**, peut s'y rajouter. Sa valeur est déterminée par la différence de phase φ(M) entre les deux ondes au point M.

2.1.2 Cohérence des sources

Définition :
Deux sources sont dites **cohérentes**, lorsque l'éclairement résultant n'est pas la somme de leurs deux éclairements, ε_1 et ε_2, il y a en plus un terme d'interférence.

$$\varepsilon(M) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + 2\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_2}\cos\left(\varphi(M)\right) \quad (1)$$

Avec : φ(M) = Différence de phase entre les deux ondes au point M

Lorsqu'elles n'interfèrent pas entre elles, elles sont dites **incohérentes**. L'éclairement est la somme des éclairements de chacune des deux sources.

$$\varepsilon(M) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (2)$$

Propriété :
Deux sources cohérentes sont nécessairement **synchrones** : elles ont même pulsation.

Remarque :
Cette condition est nécessaire mais non suffisante.
Prenons deux sources laser émettant la même longueur d'onde, on n'observe pas le phénomène d'interférences. En effet, une source émet une multitude de sinusoïdes de durée finie, appelées trains d'onde. Ceux-ci ont des déphasages initiaux qui varient de manière aléatoire. Il faut que les deux intensités appartiennent au même train d'onde pour avoir un déphasage initial constant et donc pour que le phénomène d'interférences se produise. Il faut donc obtenir deux sources secondaires issues d'une même source. C'est le rôle d'un interféromètre.

2.1.3 Description du champ d'interférences

On s'intéresse ici au terme d'interférences défini précédemment et qui ne dépend que de la différence de phase entre les deux ondes au point M : $2\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_2}\cos\left(\varphi(M)\right)$

Définition :
Le **champ d'interférences** est le lieu des points M pouvant être atteints par les deux signaux. On parle aussi de zone de recouvrement des faisceaux.
L'éclairement va dépendre de la position du point M. A une valeur de φ(M) donnée, appelée **état d'interférences**, correspond un éclairement constant.
Le lieu des points M contigus de même éclairement, donc de même phase, est appelé **frange d'interférences**.

L'éclairement en M peut alors prendre toutes les valeurs entre : $\begin{cases} \varepsilon_{max} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + 2\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_2} \\ \varepsilon_{min} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - 2\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_2} \end{cases}$

L'éclairement est maximum si les deux ondes sont en phase : $\varphi(M) = 0[2\pi]$

On parle **d'interférences constructives** et de **franges brillantes**, ou claires, ou lumineuses.

L'éclairement est minimum si les deux ondes sont en opposition de phase : $\varphi(M) = \pi[2\pi]$

On parle **d'interférences destructives** et de **franges sombres**, ou foncées.

Remarque :

La valeur moyenne de l'éclairement (valeur moyenne spatiale) est $\varepsilon_1(M) + \varepsilon_2(M)$, ce qui est conforme à la conservation de l'énergie. Le phénomène d'interférence change la répartition de l'énergie dans l'espace mais ne modifie pas l'énergie totale.

Dans le cas particulier où les deux ondes ont le même éclairement $\varepsilon_0(M)$, l'expression de l'éclairement devient : $\varepsilon(M) = 2\varepsilon_0\left(1+\cos\left(\varphi(M)\right)\right)$

Pour certains points de l'espace, on peut donc avoir un éclairement nul.

Entre deux franges lumineuses (ou deux franges sombres) consécutives, $\varepsilon(M)$ varie de 2π.

Entre une frange lumineuse et une frange sombre adjacentes, $\varepsilon(M)$ varie de π.

Définition :

On appelle **différence de marche** au point M, $\delta(M)$, la longueur :

$$\delta(M) = \frac{\lambda_0}{2\pi}\varphi(M) = \delta_{géo}(M) + \delta_{sup} = (S_2M) - (S_1M) + \delta_{sup} \qquad (3)$$

Avec : $\delta_{géo}(M)$ = Différence de marche géométrique au point M en m

$\delta_{sup}(M)$ = Différence de marche supplémentaire au point M en m

Remarque :

La différence de marche supplémentaire inclut tous les déphasages qui ne dépendent pas de la géométrie. En particulier, elle inclut les déphasages initiaux dus aux sources. Or, ceux-ci sont la plupart du temps en phase : $\varphi_{01} = \varphi_{02} \Rightarrow \delta_{sup} = 0 \Rightarrow \varphi(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta_{géo}(M)$

Dans la suite, on prendra le terme δ_{sup} nul.

Définition :

On appelle **ordre d'interférence** en M, p(M), le rapport :

$$p(M) = \frac{\varphi(M)}{2\pi} = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} \qquad (4)$$

Propriété :

Dans le cas de franges brillantes, on a :

$$\varphi(M) = 0[2\pi] \Leftrightarrow \delta(M) = 0[\lambda_0] \Leftrightarrow p(M)\ est\ un\ entier$$

Dans le cas de franges sombres, on a :

$$\varphi(M) = \pi[2\pi] \Leftrightarrow \delta(M) = \frac{\lambda_0}{2}[\lambda_0] \Leftrightarrow p(M)\ est\ un\ demi-entier$$

2.1.4 Contraste d'une figure d'interférence

Définition :
Le contraste, C, des franges est donné par le rapport :

$$C = \frac{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}}{\varepsilon_{\max} + \varepsilon_{\min}} \quad (5)$$

Remarque :
Le contraste est compris entre 0 et 1. Il donne une indication pour savoir s'il est facile de distinguer les franges claires des sombres.
Un contraste nul correspond à des franges claires de même intensité que les franges sombres : il n'y a pas d'interférences.
Un contraste maximum est obtenu quand les franges sombres sont totalement obscures, soit ε_{min} = 0. C'est le cas lorsque les deux ondes ont le même éclairement $\varepsilon_0(M)$, alors C = 1.

Propriété :
On peut réécrire l'éclairement total au point M sous la forme : $\varepsilon(M) = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\left(1 + C\cos(\varphi(M))\right)$

2.1.5 Allure des franges d'interférences

On étudie les interférences produites à partir d'une source primaire ponctuelle, donnant naissance par un système optique approprié (interféromètre) à deux sources secondaires S_1 et S_2 mutuellement cohérentes. On suppose que le milieu est homogène d'indice égal à n.
On suppose de plus que les ondes ont la même pulsation, ω, et la même amplitude, A_0. Ainsi, chacune des sources produit séparément un éclairement égal à ε_0 au point M. La différence de marche supplémentaire est nulle. La superposition des deux ondes donne naissance à des interférences. Ainsi, l'éclairement du champ d'interférence se met sous la forme :

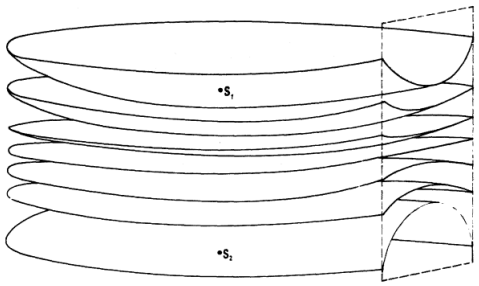
$$\varepsilon(M) = 2\varepsilon_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta(M)\right)\right)$$

Les franges d'interférences sont le lieu des points M telles que δ(M) = constante, soit avec nos hypothèses : $\delta(M) = (S_2M) - (S_1M) = cte \quad \Leftrightarrow \quad n(S_2M - S_1M) = cte$

Il s'agit d'hyperboloïdes de révolution de foyers S_1 et S_2.
On ne peut pas donner l'allure générale de l'intersection de ces hyperboloïdes avec des plans. Il y a cependant deux cas particuliers :

- l'intersection avec un plan perpendiculaire à l'axe des sources secondaires (S_1S_2) : les franges brillantes sont alors des cercles
- l'intersection avec un plan parallèle à (S_1S_2) : les franges brillantes sont alors des hyperboles.

Dans les conditions habituelles des expériences d'optique (distances S_1S_2 petite devant la distance d'observation), ces hyperboles peuvent être assimilées à des droites.



Définition :
On parle dans ce cas **d'interférences non localisées**, car elles existent dans tout le domaine de l'espace où les ondes issues de S_1et S_2 se superposent

2.1.6 Deux types d'interféromètres

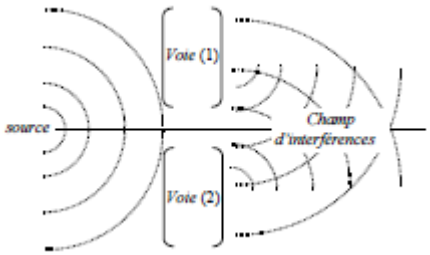
Afin de réaliser des interférences lumineuses, il faut faire appel à un dispositif qui permette de créer deux ou plusieurs ondes cohérentes entre elles : l'interféromètre. Il en existe deux types :

- Dispositif à division du front d'onde :

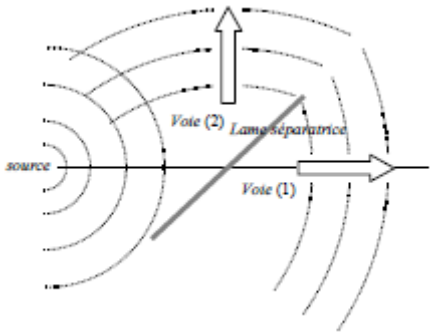
Les deux ondes qui interfèrent sont donc issues d'une division géométrique de l'onde incidente issue de la source. Exemple : les fentes d'Young.

- Dispositif à division d'amplitude :

Les deux ondes qui interférent sont donc issues d'une division énergétique de l'onde incidente issue de la source. Exemple : l'interféromètre de Michelson.



Division du front d'onde



Division d'amplitude

2.2 Interférences par division du front d'onde

2.2.1 Trous d'Young

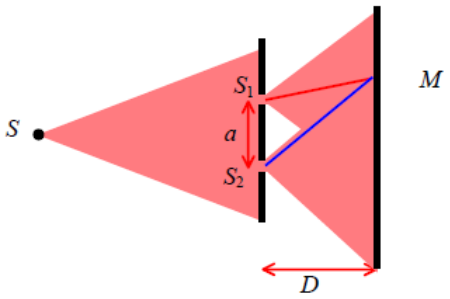
2.2.1.1 Description du dispositif

Deux trous S_1 et S_2 identiques et de très petite dimension (rayon de l'ordre du dixième de millimètre, ou moins), sont percés dans un écran opaque et distants de a (de l'ordre de quelques millimètres).

La lumière incidente est diffractée par chacun d'eux et les ondes réémises se superposent dans toute une partie de l'espace.

Eclairés par une source ponctuelle S monochromatique de longueur d'onde λ_0, ils se comportent donc comme deux sources secondaires cohérentes.

La source S est placée à la même distance de chacun d'entre eux. L'observation se fait sur un écran parallèle à S_1S_2 placé à une distance D.



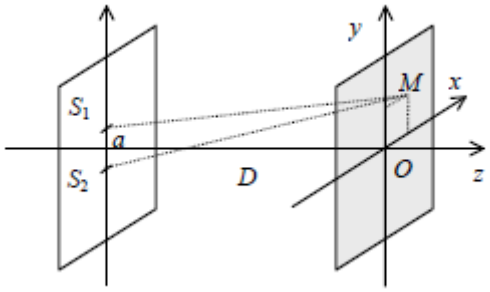
2.2.1.2 Description du champ d'interférences

Le domaine où sont théoriquement observables les interférences correspond au demi-espace situé après la traversée du plan des trous d'Young : les interférences ne sont donc pas localisées.

La différence de marche se met sous la forme :

$$\delta = (SM)_2 - (SM)_1 = (SS_2) + (S_2M) - (SS_1) - (S_1M) = (S_2M) - (S_1M) = n(S_2M - S_1M)$$

On exprime alors S_2M - S_1M au point M, de coordonnées (x,y) situé au voisinage de O sur un écran placé à la distance D du plan des sources S_1 et S_2.



$$\overrightarrow{OM} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y$$

On a alors : $$\overrightarrow{OS_1} = \frac{a}{2}\vec{e}_y - D\vec{e}_z$$

$$\overrightarrow{OS_2} = -\frac{a}{2}\vec{e}_y - D\vec{e}_z$$

D'où :

$$\begin{cases} \overrightarrow{S_1M} = \overrightarrow{S_1O} + \overrightarrow{OM} = x\vec{e}_x + \left(y - \frac{a}{2}\right)\vec{e}_y + D\vec{e}_z \quad \Rightarrow \quad S_1M = \sqrt{x^2 + \left(y - \frac{a}{2}\right)^2 + D^2} \\ \overrightarrow{S_2M} = \overrightarrow{S_2O} + \overrightarrow{OM} = x\vec{e}_x + \left(y + \frac{a}{2}\right)\vec{e}_y + D\vec{e}_z \quad \Rightarrow \quad S_2M = \sqrt{x^2 + \left(y + \frac{a}{2}\right)^2 + D^2} \end{cases}$$

En supposant que : $D \gg a, |x|, |y| \gg \lambda$

On peut effectuer un développement limité au second ordre en a/D, x/D et y/D :

$$S_1M = \sqrt{x^2 + \left(y - \frac{a}{2}\right)^2 + D^2} = D\sqrt{1 + \left(\frac{x}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2 + \left(\frac{a}{2D}\right)^2 - \frac{ay}{D^2}}$$

$$\approx D\left(1 + \frac{1}{2}\left(\left(\frac{x}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2 + \left(\frac{a}{2D}\right)^2 - \frac{ay}{D^2}\right)\right)$$

$$S_2M \approx D\left(1 + \frac{1}{2}\left(\left(\frac{x}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2 + \left(\frac{a}{2D}\right)^2 + \frac{ay}{D^2}\right)\right)$$

Alors, pour la différence de marche, on obtient : $\delta(M) = n(S_2M - S_1M) \approx nD\frac{ay}{D^2} \approx n\frac{ay}{D}$

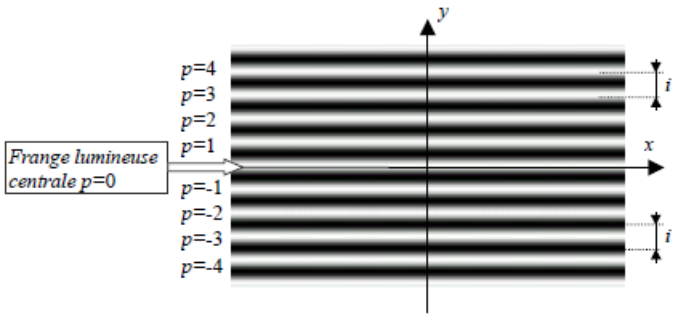
Et, pour l'ordre d'interférence : $p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} = n\frac{ay}{\lambda_0 D}$

En supposant que les deux ondes interférant ont le même éclairement ε_0, la répartition de l'éclairement sur l'écran peut alors se mettre sous la forme : $\varepsilon(M) = 2\varepsilon_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi nay}{\lambda_0 D}\right)\right)$

L'éclairement ne dépend que de la seule coordonnée y : les franges d'interférences sont donc des segments de droites parallèles à l'axe des x donc perpendiculaires à S_1S_2.

La répartition d'intensité lumineuse sur le plan d'observation est périodique. La période de la fonction est appelée **l'interfrange** et notée i : $i = \frac{\lambda_0 D}{na} \Rightarrow \varepsilon(M) = 2\varepsilon_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi y}{i}\right)\right)$

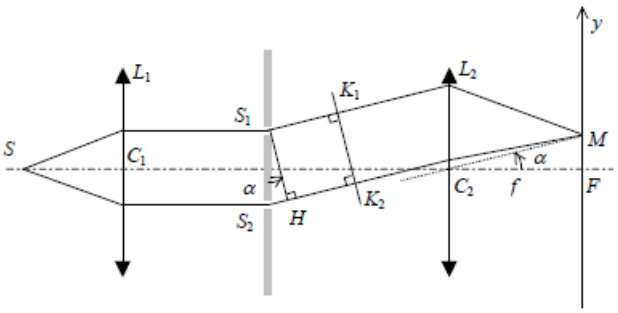
La frange centrale correspond à la frange située sur le plan médiateur de S_1S_2, donc en y = 0. Son ordre d'interférence est p = 0.



Remarque :
On retrouvera le même type de figure d'interférence à chaque fois que le plan d'observation sera parallèle au plan des sources.
Pour augmenter la luminosité des franges, il est possible d'utiliser des fentes étroites, de même largeur, et de longueur b et placées parallèlement aux franges observées précédemment.
Si c'est la source qui est remplacée par une fente, alors chacun des points de la fente émet une onde incohérente et on peut donc sommer les éclairements sans changer la figure d'interférences.
Si ce sont les trous qui sont remplacés par des fentes, la figure d'interférences n'est pas non plus modifiée car elle ne dépend pas au premier ordre de x.

2.2.1.3 Montage avec lentilles

Autre possibilité pour améliorer la luminosité des franges, ajouter deux lentilles au dispositif. La source ponctuelle S est placée au foyer d'une lentille convergente L_1, et on met l'écran dans le plan focal image d'une autre lentille convergente L_2.



Il faut alors reprendre le calcul de la différence de marche. On a toujours :

$$\delta = (SM)_2 - (SM)_1 = (SS_2) + (S_2M) - (SS_1) - (S_1M)$$

S_1 et S_2 sont conjugués avec S, on a donc toujours : $(SS_2)=(SS_1)$

Les points K_1 et K_2 sont eux-mêmes conjugués avec M, car ils appartiennent à la même surface d'onde. En particulier, S_1 et H sont conjugués avec M, d'où : $(HM)=(S_1M)$

Alors la différence de marche peut se mettre sous la forme :

$$\delta=(S_2M)-(S_1M)=(S_2H)+(HM)-(S_1M)=(S_2H)=nS_2H$$

L'utilisation des lentilles impose d'être dans les conditions de Gauss, les rayons sont donc peut inclinés, et on a : $S_2H=a\sin\alpha\approx a\tan\alpha\approx a\dfrac{MF}{C_2F}\approx a\dfrac{y}{f}$

En supposant que les deux ondes interférant ont le même éclairement ε_0, la répartition de l'éclairement sur l'écran peut alors se mettre sous la forme :

$$\varepsilon(M)=2\varepsilon_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi nay}{\lambda_0 f}\right)\right)$$

L'expression est donc tout à fait semblable à celle obtenue pour une observation sur un écran à distance finie D au remplacement près de D par f. L'interfrange i s'écrit donc : $i=\dfrac{\lambda_0 f}{na}$

2.2.1.4 Translation de la source

On suppose que la source S, placée à une distance D' des fentes, se déplace en S' avec y' = SS'. En un point M(y), la différence de marche δ que présentent les vibrations issues de S' devient :

$$\delta=(S'S_2)+(S_2M)-(S'S_1)-(S_1M)$$

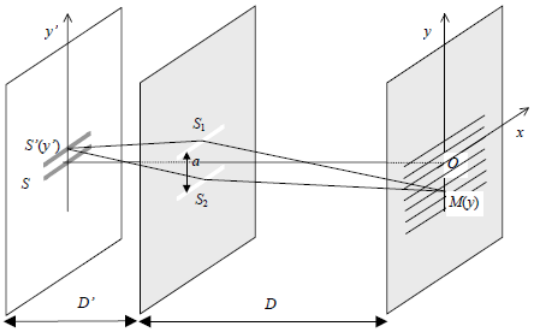
Par un calcul analogue à celui réalisé en 2.2.1.2, on a:

$$(S_2M)-(S_1M)\approx n\frac{ay}{D}\quad et\quad (S'S_2)-(S'S_1)\approx n\frac{ay'}{D'}$$

En supposant que les deux ondes interférant ont le même éclairement ε_0, la répartition de l'éclairement sur l'écran peut alors se mettre sous la forme :

$$\varepsilon(M)=2\varepsilon_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}na\left(\frac{y}{D}+\frac{y'}{D'}\right)\right)\right)$$

Le système des franges d'interférence se translate donc "en bloc".



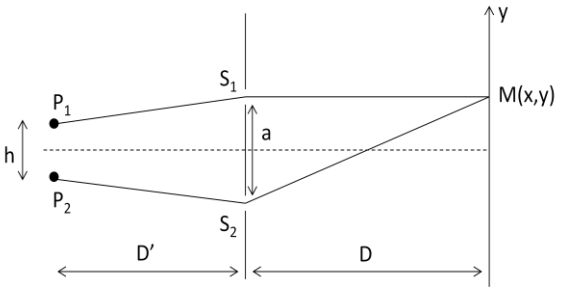
Exercice : 2.4.1

2.2.1.5 Etude du contraste

2.2.1.5.1 Source constituée de deux points

On considère une source monochromatique constituée de deux points P_1 et P_2, séparés d'une distance h et qui éclaire deux trous d'Young.

Les deux points sources P_1 et P_2 sont incohérents Ainsi, pour obtenir l'éclairement résultant, il suffit de sommer les éclairements, ε_1 et ε_2, crées par chacune des deux sources séparément.



En utilisant la formule de l'éclairement trouvée en 2.2.1.4, on obtient :

$$\varepsilon_1(M) = 2\varepsilon_{0,1}\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}na\left(\frac{y}{D}+\frac{h}{2D'}\right)\right)\right) \quad et \quad \varepsilon_2(M) = 2\varepsilon_{0,2}\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}na\left(\frac{y}{D}-\frac{h}{2D'}\right)\right)\right)$$

Alors, en supposant que les deux sources ont même luminosité et en les sommant :

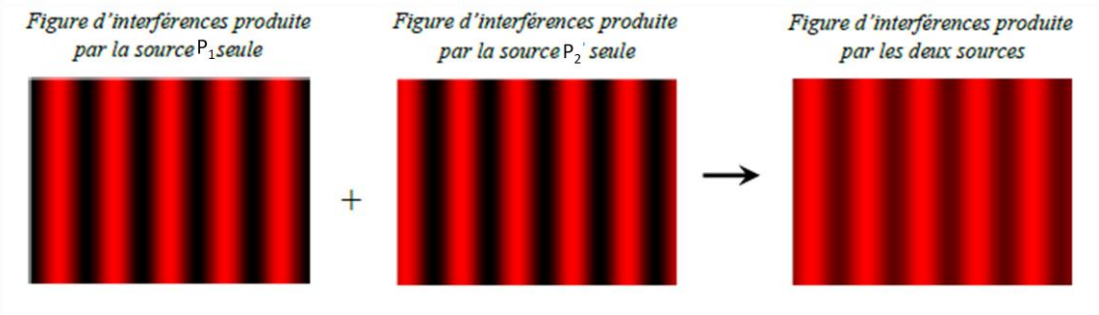
$$\varepsilon(M) = \varepsilon_1(M)+\varepsilon_2(M) = 2\varepsilon_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}na\left(\frac{y}{D}+\frac{h}{2D'}\right)\right)\right)+2\varepsilon_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}na\left(\frac{y}{D}-\frac{h}{2D'}\right)\right)\right)$$

$$= 2\varepsilon_0\left(2+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}na\left(\frac{y}{D}+\frac{h}{2D'}\right)\right)+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}na\left(\frac{y}{D}-\frac{h}{2D'}\right)\right)\right)$$

$$= 2\varepsilon_0\left(2+2\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}na\frac{y}{D}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}na\frac{h}{2D'}\right)\right) = 4\varepsilon_0\left(1+\underbrace{\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{nah}{2D'}\right)}_{visibilité}\underbrace{\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{nay}{D}\right)}_{interférences}\right)$$

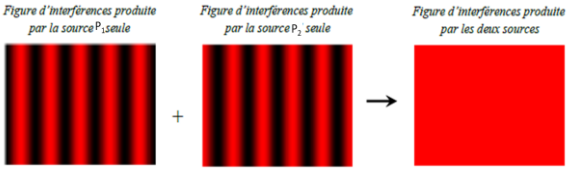
On trouve en facteur du terme d'interférences un terme appelé visibilité, noté V, qui va moduler l'éclairement sur l'écran. L'éclairement varie maintenant entre $4\varepsilon_0(1-|V|)$ et $4\varepsilon_0(1+|V|)$ et non plus 0 et $8\varepsilon_0$ (qui serait obtenu si les deux points sources étaient superposés). Les franges sombres ne sont plus tout à fait noires et les franges brillantes au maximum : le contraste a diminué.

$$C = \frac{\varepsilon_{max}-\varepsilon_{min}}{\varepsilon_{max}+\varepsilon_{min}} = \frac{4\varepsilon_0(1+|V|)-4\varepsilon_0(1-|V|)}{4\varepsilon_0(1+|V|)+4\varepsilon_0(1-|V|)} = |V|$$

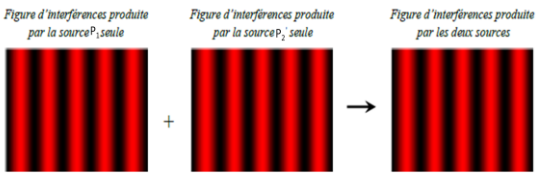


En fait, chacune des deux sources crée sa propre figure d'interférences avec le même interfrange. La figure finale est la superposition des deux. Selon la distance entre les deux sources :

- si les franges claires de l'une correspondent aux franges sombres de l'autre, on pourra obtenir un brouillage de la figure : anti-coïncidence



- si les franges claires de l'une correspondent aux franges claires de l'autre, la figure sera bien contrastée : coïncidence



Remarque :
On peut utiliser ce même raisonnement pour expliquer pourquoi lorsque l'on a une source étendue selon y, on observe un brouillage de la figure d'interférences. En pratique, pour s'y soustraire, il faut que la source soit plus fine qu'une certaine longueur appelée : longueur de cohérence spatiale.

2.2.1.5.2 Source constitué d'un doublet

On considère une source ponctuelle délivrant deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 très proches telles que $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 << \lambda_1, \lambda_2$. On utilise, par exemple, une lampe à vapeur de sodium. Les deux longueurs d'onde sont incohérentes. L'éclairement total observé sur l'écran sera donc la somme des éclairements correspondant à chaque longueur d'onde. On obtient donc les deux éclairements :

$$\varepsilon_1(M) = 2\varepsilon_{0,1}\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_1}\frac{nay}{D}\right)\right) \quad et \quad \varepsilon_2(M) = 2\varepsilon_{0,2}\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_2}\frac{nay}{D}\right)\right)$$

Alors, en supposant que les deux sources ont même luminosité et en les sommant :

$$\begin{aligned}\varepsilon(M) &= \varepsilon_1(M)+\varepsilon_2(M) = 2\varepsilon_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_1}\frac{nay}{D}\right)\right)+2\varepsilon_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_2}\frac{nay}{D}\right)\right)\\ &= 2\varepsilon_0\left(2+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_1}\frac{nay}{D}\right)+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_2}\frac{nay}{D}\right)\right)\\ &= 2\varepsilon_0\left(2+2\cos\left(\pi\frac{nay}{D}\left(\frac{1}{\lambda_1}+\frac{1}{\lambda_2}\right)\right)\cos\left(\pi\frac{nay}{D}\left(\frac{1}{\lambda_1}-\frac{1}{\lambda_2}\right)\right)\right)\\ &= 4\varepsilon_0\left(1+\cos\left(\pi\frac{nay}{D}\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_1\lambda_2}\right)\right)\cos\left(\pi\frac{nay}{D}\left(\frac{\lambda_1+\lambda_2}{\lambda_1\lambda_2}\right)\right)\right)\end{aligned}$$

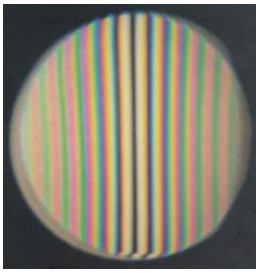
Comme λ_1 et λ_2 sont très proches, on peut les prendre égales à leur moyenne λ_0 tel que :

$$\varepsilon(M) = 4\varepsilon_0\left(1+\cos\left(\pi\frac{nay}{D}\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}\right)\right)\cos\left(\pi\frac{nay}{D}\left(\frac{2\lambda_0}{\lambda_0^2}\right)\right)\right) = 4\varepsilon_0\left(1+\underbrace{\cos\left(\pi\frac{nay}{D}\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}\right)\right)}_{visibilité}\underbrace{\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{nay}{D}\right)}_{interférences}\right)$$

On trouve en facteur du terme d'interférences un nouveau terme appelé visibilité, noté V, qui va moduler l'éclairement sur l'écran. Les conséquences sont les mêmes qu'en 2.2.1.5.1. Le contraste va diminuer et suivant la valeur de $\Delta\lambda$, on pourra observer un brouillage de la figure.

Remarque :
On peut utiliser ce même raisonnement pour expliquer pourquoi lorsque l'on a une source à spectre étendu ($\Delta\lambda$ autour de λ_0), donc non monochromatique, on observe un brouillage de la figure d'interférences. En pratique, pour s'y soustraire, il faut que la longueur de cohérence temporelle qui est reliée à la largeur spectrale de la source et s'interprète comme la longueur d'un train d'onde soit faible devant la différence de marche optique.

En lumière blanche, on observera donc une zone d'interférences excessivement réduite. A peu de chose près, on n'observera qu'une frange blanche brillante autour de $\delta \approx 0$ (3 µm max) encadrée de deux zones sombres irisées. Au-delà, on a du blanc quasiment uniforme, qu'on appelle blanc d'ordre supérieur. Il se distingue de la lumière blanche car il a un spectre cannelé : il manque certaines radiations. Son spectre présente donc des raies noires, appelées cannelures.

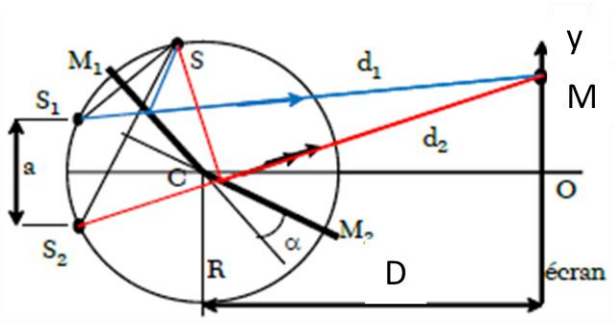


2.2.2 Miroirs de Fresnel

2.2.2.1 Description du dispositif

Une source ponctuelle S de lumière monochromatique de longueur d'onde λ_0 éclaire deux miroirs plans d'arête commune Oy qui font entre eux un angle faible $\alpha << 1$ (de quelques minutes). On observe sur un écran éloigné normal à la direction moyenne des rayons réfléchis. Un cache empêche la lumière d'atteindre directement l'écran. Une partie des rayons lumineux émis par S se réfléchit sur le miroir M_1 (resp M_2) en semblant provenir d'un point image S_1 (resp S_2) symétrique de S par rapport au miroir. Les sources S_1 et S_2 images de S se comportent comme des sources secondaires cohérentes distantes de a issues de la division du front d'onde.

Les trajets optiques des rayons sont différents : on peut donc voir apparaître des interférences non localisées.
S est à la distance R = SC de l'arête commune des deux miroirs.
L'écran est placé à la distance D = CO de C.
On suppose que D >> R.



2.2.2.2 Description du champ d'interférences

Les sources S_1 et S_2 sont perpendiculaires à la direction de propagation moyenne et l'écran d'observation est parallèle à la droite des sources. On va donc trouver comme avec les trous d'Young, une figure d'interférence composée de franges rectilignes.

On a donc la différence de marche suivante : $\delta = (S_2M) - (S_1M) = n(S_2M - S_1M) \approx n\dfrac{ay}{D+R}$

Les franges sont pratiquement des droites perpendiculaires au plan de la figure et à Ox avec un interfrange : $i = \dfrac{\lambda_0(D+R)}{na}$

On peut aussi remarquer que S, S_1 et S_2 appartiennent au même cercle de centre C et de rayon R, donc : $S_1S_2 \approx 2\alpha R \quad \Rightarrow \quad \delta \approx n\dfrac{2\alpha Ry}{D+R}$

En supposant que les deux ondes interférant ont le même éclairement ε_0, la répartition de l'éclairement sur l'écran peut alors se mettre sous la forme :

$$\varepsilon(M) = 2\varepsilon_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi n 2\alpha Ry}{\lambda_0(D+R)}\right)\right)$$

Remarque :
L'intérêt de ce dispositif est de pouvoir faire varier la distance entre S_1 et S_2, en jouant sur l'angle α entre les miroirs.
Contrairement au cas des trous d'Young, aucun phénomène de diffraction ne vient se superposer au phénomène d'interférences. En effet, le recouvrement des faisceaux est un simple effet d'optique géométrique.
Une réflexion sur un miroir provoque un déphasage supplémentaire de π. Mais ici, cela a lieu pour chacun des miroirs et il n'y a pas lieu d'en tenir compte pour le calcul de δ.

Exercice : 2.4.2

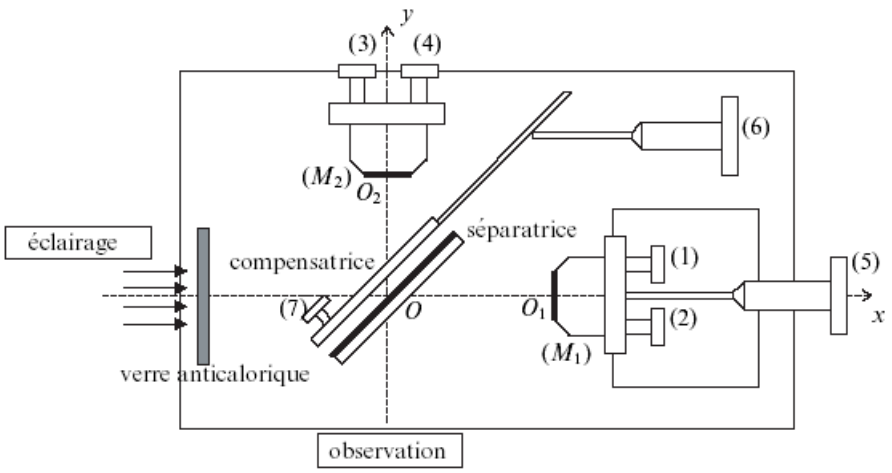
2.3 Interférences par division d'amplitude

2.3.1 Interféromètre de Michelson

L'interféromètre de Michelson est un dispositif interférentiel à division d'amplitude. Il porte le nom de son inventeur, Albert Michelson (1852–1931, prix Nobel de Physique en 1907), qui espérait, en vain, montrer à l'aide de ce dispositif que la vitesse de la lumière dépend du référentiel dans lequel on l'étudie. Cette expérience, et en particulier l'échec rencontré par Michelson dans son entreprise, fait partie des expériences fondatrices de la théorie de la relativité générale.

2.3.1.1 Description du dispositif

L'interféromètre de Michelson, vu de dessus, est schématisé sur la figure suivante :



Il est constitué de :

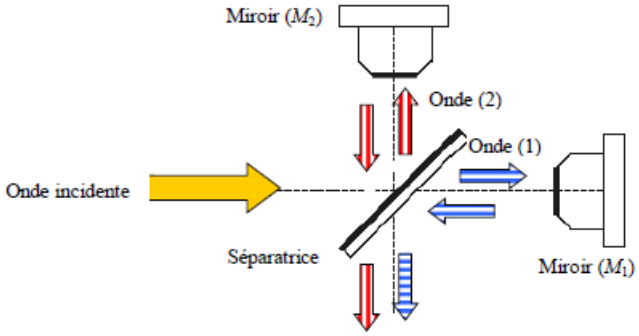
- deux miroirs quasi orthogonaux (M_1) et (M_2), dont la planéité est assurée à λ/20 ou λ/40, l'angle entre les deux miroirs est π/2 + α, avec α ≈ 10^{-3} rad
- deux lames de verre quasiment parallèles, orientées à π/4 des miroirs :
  - une lame dont une des faces a été traitée pour être semi réfléchissante, appelée séparatrice
  - une autre lame identique à la séparatrice mais non traitée, appelée compensatrice
- des différentes vis de réglage :
  - les vis de rotation rapide (1) et (2)
  - les vis de rotation lente (3) et (4)
  - la vis (5), de chariotage de (M_1) en translation rectiligne le long de référence O_X
  - les vis de réglage en rotation de la compensatrice (6) et (7).

Il y a en outre un verre anticalorique placé à l'entrée de l'interféromètre dont le rôle est d'arrêter le rayonnement infrarouge qui pourrait chauffer et détériorer les éléments de l'interféromètre.
Les axes (OO_1) et (OO_2) sont appelés les "bras" de l'interféromètre.

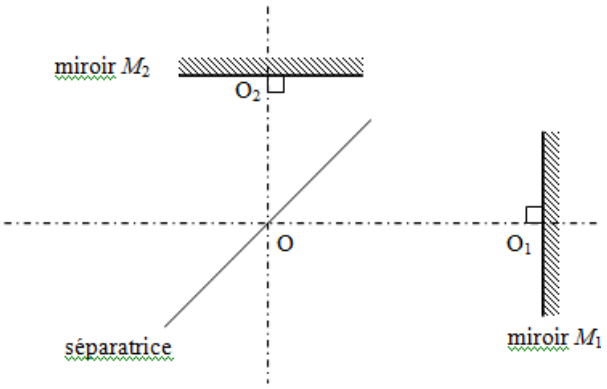
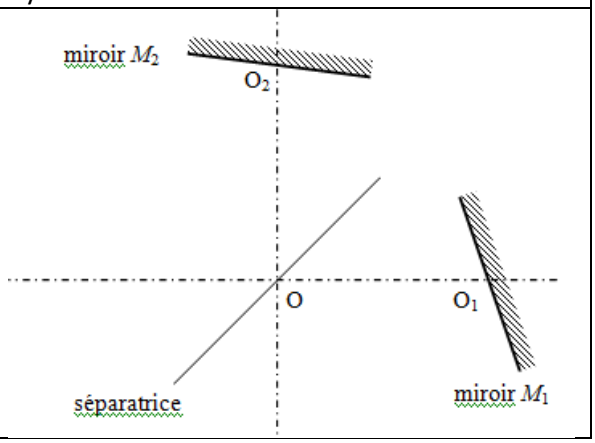
2.3.1.2 Création des interférences

L'onde incidente est divisée en deux ondes secondaires par la lame séparatrice, qui réalise la division d'amplitude : - la première onde secondaire, l'onde (1), est transmise en direction du miroir (M_1) ;
- la deuxième onde secondaire, l'onde (2), est réfléchie en direction du miroir (M_2).

Après réflexion sur le miroir (M_1), l'onde (1) est réfléchie vers la sortie de l'interféromètre. Après réflexion sur le miroir (M_2), l'onde (2) est transmise vers la sortie de l'interféromètre. En sortie de l'interféromètre, les ondes (1) et (2), qui ont parcouru des chemins optiques différents au sein de l'interféromètre, se superposent au moins partiellement : on observe donc des interférences. La forme des franges d'interférences obtenues dépend du réglage de l'interféromètre.



En pratique, on utilisera toujours l'interféromètre de Michelson dans une des deux configurations suivantes pour observer des interférences :

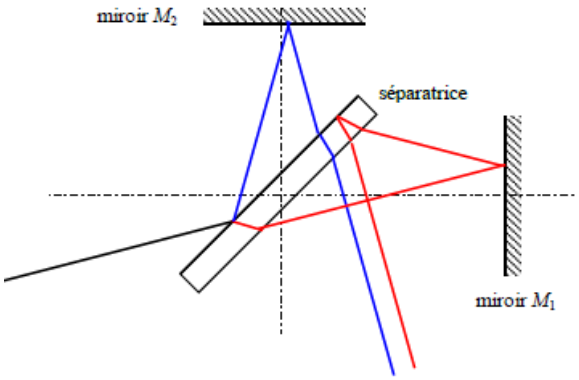
configuration en lame d'air	configuration en coin d'air
Les miroirs (M_1) et (M_2) sont alors rigoureusement orthogonaux aux axes Ox et Oy respectivement mais la distance OO_1 diffère de la distance OO_2 ; la différence entre ces deux distances est appelée épaisseur de la lame d'air.	Les miroirs (M_1) et (M_2) sont alors sensiblement équidistants de la compensatrice ($OO_1 \approx OO_2$) mais, en revanche, ils ne sont pas rigoureusement orthogonaux aux axes Ox et Oy.
	

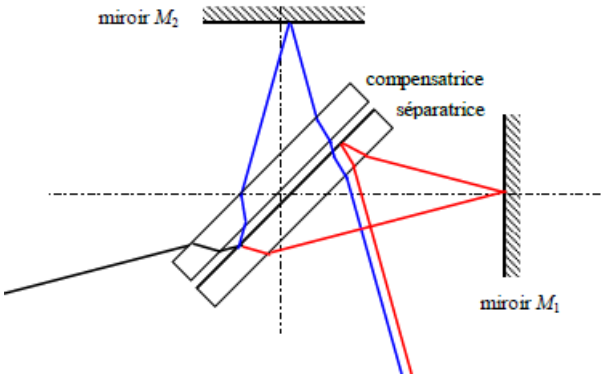
2.3.1.3 Rôle de la compensatrice

Le dispositif séparateur, qui réalise la division d'amplitude, comprend, en plus de la séparatrice, une lame compensatrice. Il s'agit d'une lame de verre classique, réalisée dans le même matériau que la lame séparatrice, et de même épaisseur que cette dernière.

Le rôle de la lame compensatrice est de rattraper la différence de chemin optique qui existe entre les deux ondes secondaires après leur passage à travers la lame séparatrice.

En l'absence de compensatrice, l'onde (1) traverse trois fois la lame séparatrice alors que l'onde (2) ne la traverse qu'une seule fois. En présence de la compensatrice, chaque onde traverse quatre fois la même épaisseur de verre.

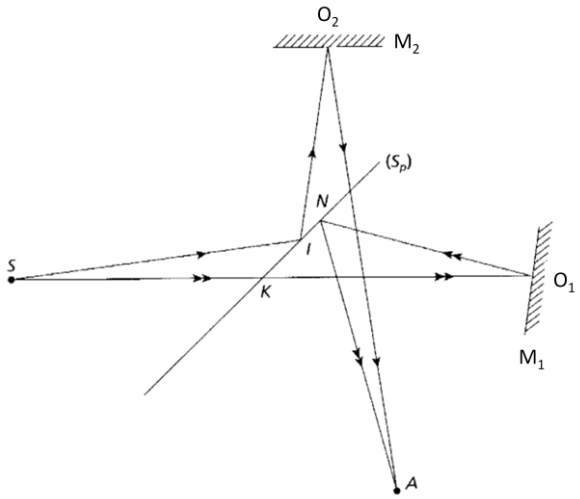
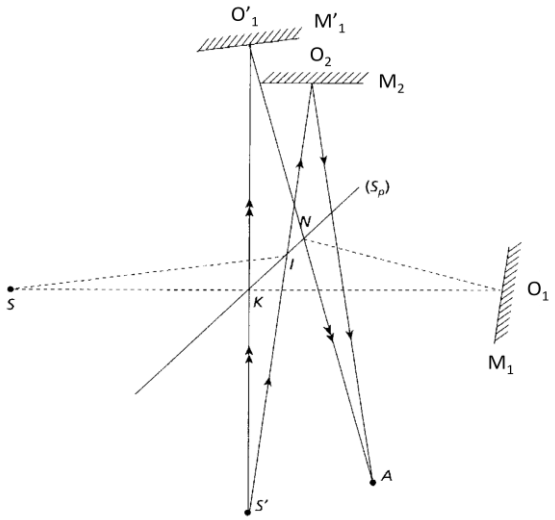




Dans toute la suite, on supposera donc que la séparatrice et la compensatrice sont deux lames d'épaisseur nulle.

2.3.1.4 Schéma équivalent

Pour pouvoir tracer les rayons lumineux et calculer les chemins optiques avec plus de facilité, on a recours à un schéma équivalent du Michelson. Pour cela, on replie le miroir M_1, ainsi que la source S par rapport à la séparatrice. Ils se retrouvent alors en M'_1 et S'.

Marche réelle des rayons dans l'interféromètre	Schéma équivalent après repliage / séparatrice
	

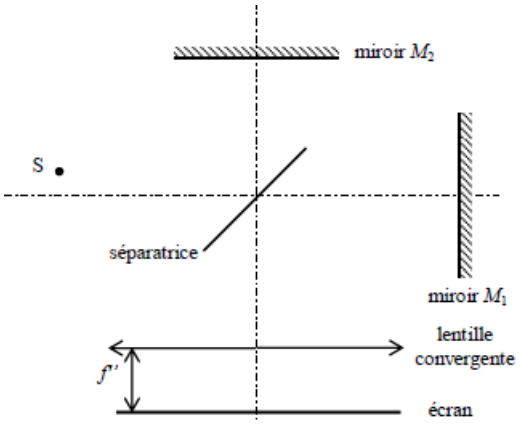
2.3.1.5 Interférences localisées dans le cas d'une source étendue

Utiliser une source étendue à l'entrée d'un dispositif optique permet de fournir une lumière plus intense. Cependant, ceci peut s'accompagner d'un brouillage de la figure d'interférence comme montré en 2.2.1.5.1. L'interféromètre de Michelson permet cependant d'observer sur une certain surface des interférences bien contrastée, même avec une source étendue. Les **interférences** sont alors dites **localisées**.

2.3.2 Michelson utilisé en lame d'air

2.3.2.1 Cohérence spatiale

Lorsque les miroirs M'$_1$ et M_2 sont parallèles, les interférences à l'infini restent bien contrastées quelle que soit la taille de la source : on dit que les interférences sont localisées à l'infini. Il faut donc placer un écran loin des miroirs ou encore placer l'écran au foyer image d'une lentille convergente.



2.3.2.2 Description du champ d'interférences

L'utilisation du schéma équivalent nous amène à étudier les **franges d'égale inclinaison** d'une lame d'air à face parallèle. On a donc ici n = 1.

Soit H le projeté orthogonal de S_2 sur le rayon issu de S_1. Les points H et S_2 sont conjugués avec M, car ils appartiennent à la même surface d'onde, d'où : $(HM)=(S_2M)$

La différence de marche se met sous la forme :

$$\delta=(S'M)_1-(S'M)_2=(S_1M)-(S_2M)$$
$$=(S_1H)+(HM)-(S_2M)=(S_1H)$$

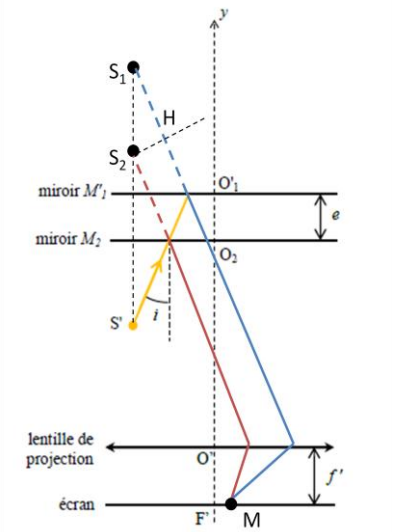
Alors : $\delta(M)=(S_1H)=S_1H=S_1S_2\cos i=2e\cos i$

La différence de marche dépendant de l'angle d'inclinaison des rayons, d'où le nom de **franges d'égale inclinaison**.

On peut aussi exprimer la différence de marche en utilisant la distance ρ de M au centre F' de l'écran et la distance focale f' de la lentille convergente, en effet :

$$\cos i\approx\left(1-\frac{i^2}{2}\right)\quad et\quad \tan i=\frac{\rho}{f'}\approx i\quad car\ i\ll 1$$

$$\Rightarrow\quad \delta(M)\approx 2e\left(1-\frac{\rho^2}{2f'^2}\right)$$



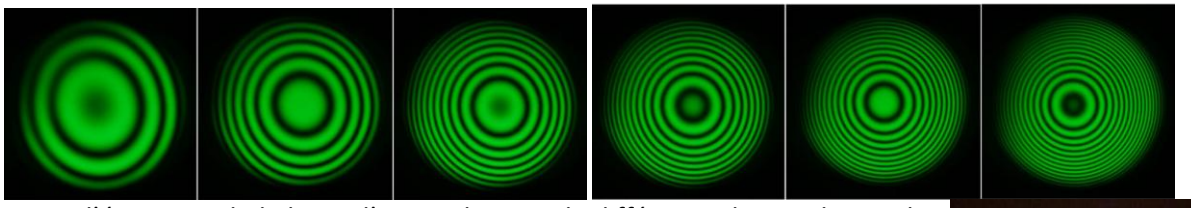
Les franges créées par le Michelson en lame d'air à faces parallèles sont circulaires appelées **anneaux d'égale inclinaison**. On fait varier l'épaisseur de la lame d'air e en chariotant le miroir (M_1). La répartition d'intensité lumineuse sur le plan d'observation n'est pas périodique. Les anneaux vont en se resserrant.

Observons l'ordre d'interférence, il vaut : $p(M)=\frac{2e}{\lambda_0}\cos i$

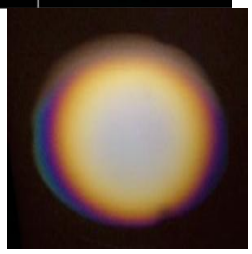
Il est donc maximal au centre et $p_0 = 2e/\lambda_0$. L'anneau lumineux numéro m est caractérisé par un ordre p entier tel que pour l'inclinaison i_m du rayon ou le rayon ρ_m de l'anneau :

$$p=p_0\cos i_m\approx p_0\left(1-\frac{i_m^2}{2}\right)\approx p_0\left(1-\frac{\rho_m^2}{2f'^2}\right)$$

Quand on augmente l'épaisseur e de la lame d'air, l'ordre d'interférence au centre augmente, le nombre des anneaux brillants augmente et les anneaux semblent naître au centre du champ d'interférences et grossir progressivement.
Pour un Michelson réglé en lame d'air éclairé par une source monochromatique émettant la longueur d'onde λ = 546 nm, on fait varier l'épaisseur de la lame d'air de successivement 0,25 mm, 0,5 mm, 0,75 mm, 1,0 mm, 1,25 mm à 1,5 mm.



Lorsque l'épaisseur de la lame d'air tend vers 0, la différence de marche tend vers 0. L'écran devient uniformément éclairé, c'est ce qu'on appelle la **teinte plate**. On parle de **contact optique** puisque M'_1 et M_2 coïncident et e = 0 et α = 0. On connait alors parfaitement l'état de l'interféromètre et décider de l'utiliser dans l'un de ses deux réglages principaux : lame d'air ou coin d'air.



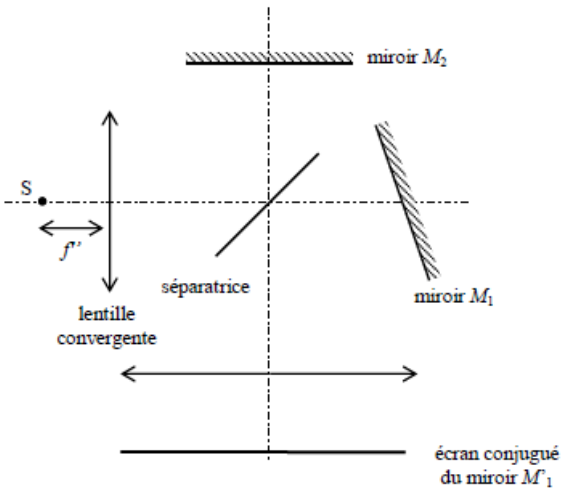
Remarque :
Une réflexion sur un miroir provoque un déphasage supplémentaire de π. Mais ici, la différence de marche supplémentaire est compensé par la compensatrice et il n'y a pas lieu d'en tenir compte pour le calcul de δ.
On retrouvera le même type de figure d'interférence à chaque fois que le plan d'observation sera perpendiculaire au plan des sources.

Exercice : 2.4.3, 2.4.4

2.3.3 Michelson utilisé en coin d'air

2.3.3.1 Cohérence spatiale

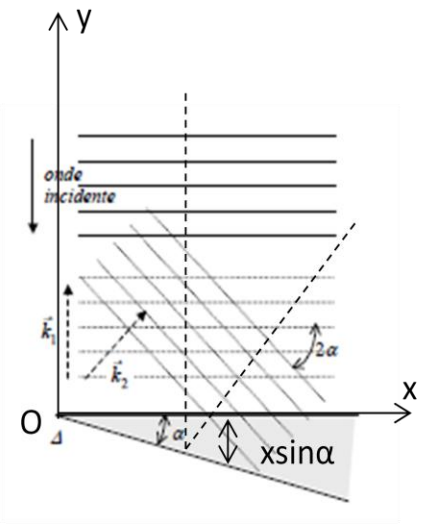
Lorsque les miroirs M'_1 et M_2 font un petit angle, les interférences restent bien contrastées au niveau des miroirs tant que ceux-ci sont éclairés quasi normalement en lumière monochromatique : on dit que les interférences sont localisées sur les miroirs. Il faut donc faire l'image des miroirs sur l'écran à l'aide d'une lentille convergente. De plus, afin d'éclairer les miroirs en lumière quasi parallèle, on place un diaphragme près de la lampe et on le met au foyer d'une lentille convergente d'assez courte focale.



2.3.3.2 Description du champ d'interférences

L'utilisation du schéma équivalent nous amène à étudier les **franges d'égale épaisseur** d'un coin d'air. On a donc ici n = 1.

La source S est placée au foyer d'une lentille convergente, donc c'est une onde plane qui arrive sur les deux miroirs via la séparatrice. Il n'est plus question d'évaluer $\delta_{géo}$ puisque (S_2M) et (S_1M) sont infinis.



Il faut alors revenir à l'expression de définition de la phase d'une OPPM : $\varphi = \omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi_0$

D'après le schéma équivalent, les deux miroirs forment entre eux un angle très faible α. Par réflexion sur les deux faces du coin d'air, on obtient deux ondes planes cohérentes dont les directions de propagation (et les plans d'onde) font entre elles un angle 2α (angle faible, comme α).

Si $\vec{u_1}$ et $\vec{u_2}$ sont les vecteurs unitaires sur les directions de propagation des ondes (1) et (2), la différence de phase en M est donc : $\varphi(M) = \varphi_2(M,t) - \varphi_1(M,t) = \left(\vec{k_2} - \vec{k_1}\right)\cdot\vec{r}$

$$\left(\vec{k_2} - \vec{k_1}\right) = k\sin 2\alpha\,\vec{u_x} + k\left(-1+\cos 2\alpha\right)\vec{u_y} \quad \Rightarrow \quad \varphi(M) = kx\sin 2\alpha + ky\left(-1+\cos 2\alpha\right)\vec{u_y}$$

Donc pour la différence de marche : $\delta(M) = \frac{\lambda_0}{2\pi}\varphi(M) = \frac{\varphi(M)}{k} \approx 2\alpha x \quad car\ \alpha \ll 1$

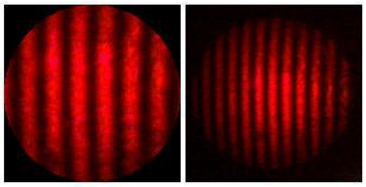
L'éclairement ne dépend que de la seule coordonnée x : les franges d'interférences sont donc des segments de droites parallèles à l'arrête Δ du coin d'air.

A la distance x de l'arête du coin d'air, on peut aussi dire que la distance parcourue par le rayon est égale à 2xsinα et donc pour α << 1 : $\delta_{géo} = 2\alpha x$

Les franges sont appelées **franges d'égale épaisseur** puisqu'elles dépendent de l'épaisseur du coin d'air (αx).

La répartition d'intensité lumineuse est périodique. L'interfrange vaut alors sur les miroirs : $i = \frac{\lambda_0}{2\alpha}$

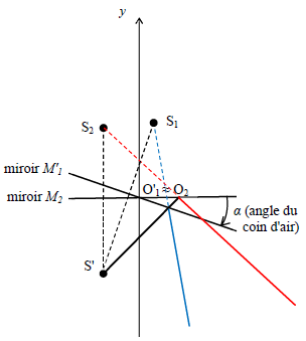
L'interfrange étant une fonction décroissante de α :
- si α est trop grand, l'interfrange est trop petit pour être visible à l'oeil nu
- pour passer du réglage en coin d'air au réglage en lame d'air, il faut s'arranger pour augmenter l'interfrange de plus en plus en touchant aux vis.



Pour un Michelson réglé en coin d'air éclairé par une source monochromatique émettant la longueur d'onde λ = 632 nm, on fait varier l'angle du coin d'air entre deux valeurs.

Remarque :

La différence de marche trouvée est valable sur la surface de localisation des interférences, c'est-à-dire sur les miroirs. On peut ensuite utiliser une lentille convergente pour projeter l'image, l'interfrange est alors modifié en fonction du grossissement de la lentille.



Si l'on représente pour un rayon isolé les deux sources secondaires, on s'aperçoit que le plan les contenant est parallèle au plan moyen des miroirs, d'où l'apparition de franges rectilignes.

Si la distance e entre les deux miroirs n'est pas nulle, on a la différence de marche suivante : $\delta(M) \approx 2e + 2\alpha x$

Ceci a pour effet de translater en bloc le système de franges.

Exercice : 2.4.5

2.3.4 Applications

2.3.4.1 En frange d'égale inclinaison

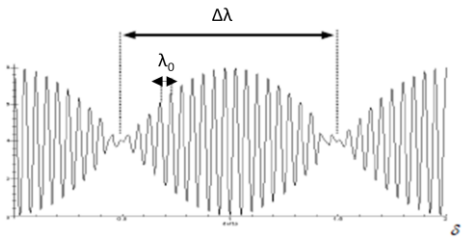
Reprenons le cas d'une source constitue d'un doublet évoqué en 2.2.1.5.2, l'éclairement se met sous la forme : $$\varepsilon(M) = 4\varepsilon_0\left(1+\cos\left(\pi\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}\right)\delta(M)\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta(M)\right)\right)$$

Entre deux franges brillantes, on a la période du second cosinus : $\Delta\delta_1 = \lambda_0$

Entre deux annulations du contraste, on a la demi-période du premier cosinus : $\Delta\delta_2 = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$

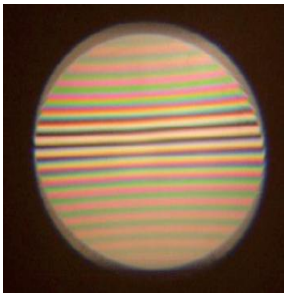
Soit N le nombre de franges entre deux annulations du contraste successives, alors : $N = \frac{\Delta\delta_2}{\Delta\delta_1} = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}$

On peut donc mesurer un écart de longueur d'onde.



2.3.4.2 En frange d'égale épaisseur

Il s'agit ici par exemple de contrôler la planéité d'un miroir ou l'épaisseur d'une lame d'indice n. Dans le premier cas, on remplace l'un des miroirs, dans le second cas, on insère la lame dans un des bras de l'interféromètre. On éclaire pour cela l'interféromètre par une lumière blanche pour pouvoir suivre le déplacement de la frange centrale, aussi appelée achromatique.



A retenir et savoir faire :

- Connaître l'éclairement en un point de l'écran lors de l'interférence de deux ondes monochromatiques cohérentes et savoir le calculer.
- Savoir calculer la différence de phase, différence de marche et l'ordre d'interférence en un point du champ d'interférence.
- Savoir exprimer le contraste d'une figure d'interférence.
- Savoir calculer, pour les dispositifs interférentiels classiques (miroirs de Fresnel et fentes ou trous d'Young), la différence de marche, la différence de phase, l'ordre d'interférence, le contraste, l'interfrange, …
- Savoir décrire un interféromètre de Michelson, réaliser les calculs associés et connaître la localisation des franges dans le cas d'une source étendue