

Cours VI : Electromagnétisme

4 Induction électromagnétique

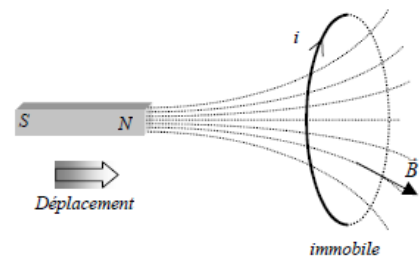
4.1 Le phénomène d'induction

4.1.1 Mise en évidence expérimentale

4.1.1.1 Bobine fixe dans un champ magnétique variable

Un aimant est déplacé à proximité d'un circuit fermé immobile dans le référentiel du laboratoire : il apparaît dans le circuit pendant le déplacement de l'aimant et le sens de ce courant s'inverse avec le sens de déplacement de l'aimant.

Le champ magnétique n'est plus uniforme mais un champ variable dans le temps : $\vec{B}(t)$. Ce champ variable engendre un champ électrique variable : $\vec{E}(t)$ qui induit un courant dans les conducteurs de la bobine.

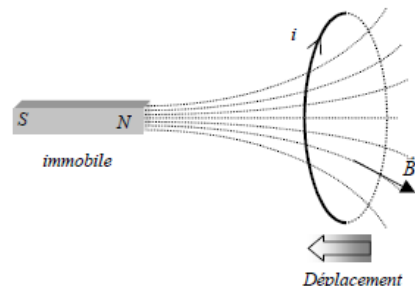


Lorsqu'un circuit fixe est soumis à un champ magnétique variable, il se comporte comme un générateur électrocinétique : il est le siège d'un phénomène d'induction, appelé **induction de Neumann**.

4.1.1.2 Bobine mobile dans un champ magnétique permanent

Un circuit fermé est déplacé à proximité d'un aimant immobile dans le référentiel du laboratoire : il apparaît un courant dans le circuit pendant son déplacement et le sens de ce courant s'inverse avec le sens de déplacement du circuit.

Le courant induit est causé par le déplacement du circuit dans le champ permanent $\vec{B}$.



Un circuit se déplaçant dans un champ magnétique permanent se comporte comme un générateur électrocinétique : il est le siège d'un phénomène d'induction, appelé **induction de Lorentz**.

4.1.1.3 Unicité des phénomènes

Même si l'origine de la force mettant les charges en mouvement semble a priori différente, il est clair que l'on passe de l'expérience 1 à l'expérience 2 par un simple changement de référentiel galiléen : le mouvement relatif de l'aimant et du circuit étant le même il paraît alors naturel que le même effet (apparition du courant dans (C)) se retrouve dans les deux situations.

L'induction électromagnétique est un phénomène unique : l'induction de Lorentz et l'induction de Neumann en sont deux facettes, qui dépendent du point de vue de l'observateur.

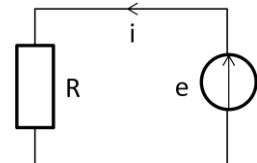
4.1.1.4 Vocabulaire

Le phénomène d'induction électromagnétique, à la base de nombreuses applications industrielles, consiste en l'apparition, dans un circuit appelé **l'induit**, placé dans une région où existe un champ magnétique $\vec{B}$ créé par un circuit (ou un aimant) appelé **inducteur**, d'une différence de potentiel si l'induit ouvert ou d'un courant si l'induit est fermé, lorsqu'il y a :

- soit mouvement relatif de l'induit par rapport à l'inducteur, avec $\vec{B}$ permanent (haut parleur électrodynamique, galvanomètre à cadre mobile,...) : cas dit de **Lorentz**
- soit variation dans le temps du champ inducteur $\vec{B}(t)$, l'induit restant fixe (chauffage par induction, auto-induction, ...) : cas dit de **Neumann**.
- soit les deux phénomènes précédents conjugués (moteur asynchrone, moteur linéaire,...).

Le phénomène d'induction apparaît alors dans le schéma électrique du circuit sous la forme d'une source de tension de force électromotrice, e . Si le circuit est fermé de résistance R , on peut lui

relier l'intensité du courant induit : $i = \frac{e}{R}$



4.1.2 Loi de Lenz-Faraday

Loi de modération de Lenz :

Le courant induit est de sens tel qu'il tend, par ses effets à s'opposer à la cause qui lui a donné naissance.

Exemple sur le cas de Neumann :

L'axe Oz est dirigé vers le bas

On rapproche le pôle Nord d'un aimant ($\vec{B}_{\text{inducteur}} = B_1 \vec{e}_z$) d'une spire fermée :

- le flux au travers de la spire est donné par :

$$\phi_1 = \iint_{\text{spire}} \vec{B}_{\text{inducteur}} \cdot d\vec{S} = \iint_{\text{spire}} B_1 \vec{e}_z \cdot (-dS) \vec{e}_z < 0$$

- l'aimant se rapproche, donc B_1 augmente et le flux diminue : $\frac{d\phi}{dt} < 0$

- un courant est alors induit dans la spire (sens trigonométrique)

- il génère $\vec{B}_{\text{induit}} = -B_2 \vec{e}_z$ tel que son flux soit :

$$\phi_2 = \iint_{\text{spire}} \vec{B}_{\text{induit}} \cdot d\vec{S} = \iint_{\text{spire}} -B_2 \vec{e}_z \cdot (-dS) \vec{e}_z > 0$$

- Il est donc opposé à la variation du flux inducteur.

On éloigne le pôle Nord d'un aimant d'une spire fermée :

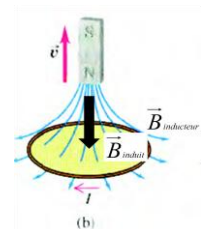
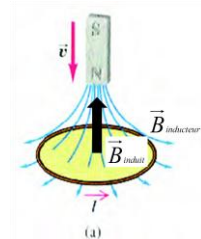
- le flux au travers de la spire est donné par : $\phi_1 < 0$

- l'aimant s'éloigne, donc B_1 diminue et le flux augmente : $\frac{d\phi}{dt} > 0$

- un courant est alors induit dans la spire (sens horaire)

- il génère $\vec{B}_{\text{induit}} = B_2 \vec{e}_z$ tel que son flux soit : $\phi_2 = \iint_{\text{spire}} B_2 \vec{e}_z \cdot (-dS) \vec{e}_z < 0$

- Il est donc opposé à la variation du flux inducteur.



On rapproche le pôle Sud d'un aimant ($\vec{B}_{\text{inducteur}} = -B_1 \vec{e}_z$) d'une spire fermée :

- le flux au travers de la spire est donné par : $\phi_1 = \iint_{\text{spire}} -B_1 \vec{e}_z \cdot (-dS) \vec{e}_z > 0$

- l'aimant se rapproche, donc B_1 augmente et le flux augmente : $\frac{d\phi}{dt} > 0$

- un courant est alors induit dans la spire (sens horaire)

- il génère $\vec{B}_{\text{induit}} = B_2 \vec{e}_z$ tel que son flux soit : $\phi_2 = \iint_{\text{spire}} B_2 \vec{e}_z \cdot (-dS) \vec{e}_z < 0$

- Il est donc opposé à la variation du flux inducteur.

On éloigne le pôle Sud d'un aimant d'une spire fermée :

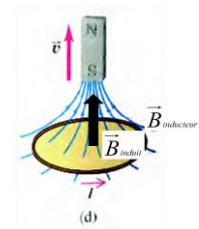
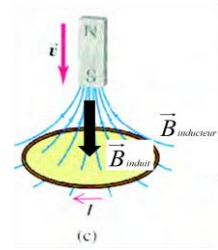
- le flux au travers de la spire est donné par : $\phi_1 > 0$

- l'aimant s'éloigne, donc B_1 diminue et le flux diminue : $\frac{d\phi}{dt} < 0$

- un courant est alors induit dans la spire (sens trigonométrique)

- il génère $\vec{B}_{\text{induit}} = -B_2 \vec{e}_z$ tel que son flux soit : $\phi_2 = \iint_{\text{spire}} -B_2 \vec{e}_z \cdot (-dS) \vec{e}_z > 0$

- Il est donc opposé à la variation du flux inducteur.



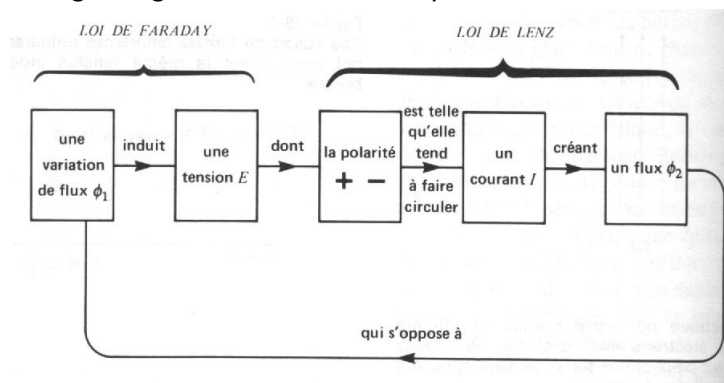
Loi expérimentale de Faraday :

La force électromotrice e engendrée dans un circuit est donnée par l'opposé de la dérivée du flux magnétique ϕ par rapport au temps :

$$e = - \frac{d\phi}{dt} \quad (1)$$

Remarque :

La loi de Lenz traduit le signe négatif de la loi de Faraday.



4.2 Cas d'un circuit fixe dans un champ magnétique dépendant du temps

4.2.1 Equation de Maxwell-Faraday

Soit un circuit fermé (C) fixe plongé dans un champ magnétique $\vec{B}(t)$ dépendant du temps.

L'équation locale de Maxwell-Faraday traduit le phénomène fondamental d'induction électromagnétique découvert par Faraday.

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2)$$

4.2.2 Circulation du champ électrique

D'après le théorème de Stokes, on peut donc relier les champs sous une relation intégrale :

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (3)$$

Remarque :

En électrostatique, on a vu que le champ $\vec{E}$ était à circulation conservative. Mais lorsque le champ $\vec{E}(t)$ varie, cette affirmation n'est plus vraie.

Le champ magnétique étant à flux conservatif, on définit le potentiel vecteur tel que : $\vec{B} = \text{rot} \vec{A}$

$$\text{On a alors : } \text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \text{rot} \vec{A}}{\partial t} = - \text{rot} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \Rightarrow \text{rot} \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = \vec{0} \Rightarrow \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = - \text{grad} V$$

On peut calculer la f.e.m. par :

$$e = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_C \left(- \text{grad} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{l} = \underbrace{\oint_C (- \text{grad} V) \cdot d\vec{l}}_{=0} + \oint_C \left(- \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{l} = \oint_C \vec{E}_m \cdot d\vec{l}$$

$$\text{On remarque de plus que : } e = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = - \frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = - \frac{d\phi}{dt}$$

Définition (HP) :

On appelle **champ électromoteur** la composante non conservative du champ électrique, notée $\vec{E}_m$. Dans le **cas de Neumann**, ce champ électromoteur se met sous la forme :

$$\vec{E}_m = - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (4)$$

Propriété :

Pour un circuit fixe soumis à un champ magnétique variable $\vec{B}(t)$ la **f.e.m. de Neumann** est donnée

soit par :
 - la loi de Faraday : $e = - \frac{d\phi}{dt}$
 - la circulation du champ électromoteur de Neumann

$$e = \oint_C \vec{E}_m \cdot d\vec{l} \quad (5)$$

4.2.3 Auto-induction

4.2.3.1 Inductance propre

Soit un circuit filiforme (C) parcouru par un courant d'intensité i qui crée un champ magnétique $\vec{B}$.

Définition :

Le **champ magnétique propre** d'un circuit est le champ dont ce circuit est la source.

Le **flux magnétique propre**, ϕ_p , d'un circuit filiforme est le flux de son champ propre, c'est-à-dire le flux « envoyé » par le circuit à travers lui-même.

Comme ϕ_p est proportionnel à $\vec{B}$ qui est lui-même proportionnel à i (loi de Biot Savart), le rapport ϕ_p / i ne dépend plus du courant qui parcourt le circuit et constitue donc une caractéristique intrinsèque de celui-ci.

Définition :

On appelle **inductance propre** (ou coefficient d'auto-induction), L , la constante reliant le flux magnétique propre d'un circuit à l'intensité du courant le parcourant :

$$\phi_p = Li \quad (6)$$

Remarque :

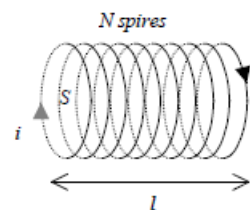
L'inductance propre L est une grandeur toujours positive.

L'inductance propre L dépend de la géométrie du circuit et des propriétés magnétiques du milieu dans lequel il est plongé.

Exemple : Solénoïde infini

On considère un solénoïde de longueur l comportant N spires régulières, supposées jointives, de section S , d'axe Oz . Le champ magnétique B à l'intérieur du solénoïde (champ propre) est :

$$\vec{B} = \mu_0 n i \vec{e}_z = \mu_0 \frac{N}{l} i \vec{e}_z$$



Le flux propre est alors :

$$\phi_p = N \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} i = Li \Rightarrow L = \mu_0 N^2 \frac{S}{l}$$

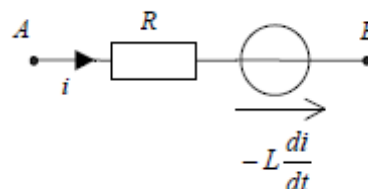
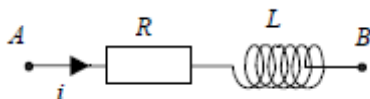
4.2.3.2 Auto-induction

Comme tout circuit est plongé dans son propre champ, une variation de courant qui le parcourt entraîne une variation de son flux propre et donc, d'après la loi de Faraday, l'apparition d'une f.e.m. induite.

Si, par exemple, le courant $i(t)$ augmente de $di > 0$ pendant une durée dt , le flux propre $\phi_p = Li$ augmente également (de $d\phi_p = L di$) et la f.e.m. correspondante est : $e = -\frac{d\phi_p}{dt} = -L \frac{di}{dt}$

Cette f.e.m. tend s'opposer donc à l'augmentation de $i(t)$: c'est la loi de Lenz.

Dans un circuit inductif, le courant ne peut donc pas varier brutalement. Ainsi, lorsqu'on ouvre un circuit parcouru par un courant intense, le phénomène d'auto-induction s'oppose à l'extinction brutale du courant.



$$u_{AB} = Ri - e_{propre} = Ri + L \frac{di}{dt}$$

4.2.3.3 Aspect énergétique

D'après le cours de première année, l'énergie magnétique emmagasinée dans un circuit supposé seul, parcouru par un courant $i(t)$ s'écrit :

$$U_{mag} = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} \phi_P i$$

Définition :

Le courant i qui parcourt un circuit, d'inductance propre L , crée un champ magnétique propre $\vec{B}_{propre}$ auquel est associée une énergie magnétique propre U_{mag} donnée par :

$$U_{mag} = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} \phi_P i = \frac{1}{2} \iiint_V \frac{B_{propre}^2}{\mu_0} d\tau \quad (7)$$

Exemple : Solénoïde infini

On considère un solénoïde de longueur l comportant N spires régulières, supposées jointives, de section S , d'axe Oz .

$$\text{Alors : } U_{mag} = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} \phi_P i = \frac{1}{2} \mu_0 N^2 \frac{S}{l} i^2 = \frac{1}{2} \frac{B_{propre}^2}{\mu_0} Sl \quad \text{avec} \quad B_{propre} = \mu_0 \frac{N}{l} i$$

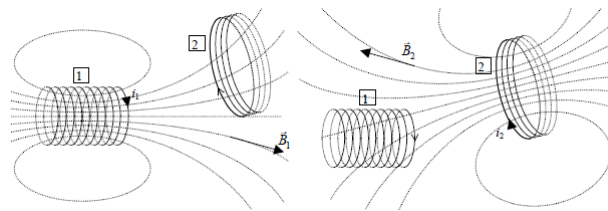
$$\text{On a donc une densité volumique d'énergie égale à : } u_{mag} = \frac{dU_{mag}}{d\tau} = \frac{B_{propre}^2}{2\mu_0}$$

4.2.4 Induction mutuelle entre deux circuits filiformes fermés rigides

4.2.4.1 Inductance mutuelle

Soient deux circuits orientés repérés par (1) et (2) tels que :

- quand le circuit (1) est parcouru par une intensité de courant i_1 , le circuit (2) embrasse une partie (ou la totalité) du champ magnétique $\vec{B}_1$ créé par (1),
- quand le circuit (2) est parcouru par une intensité de courant i_2 , le circuit (1) embrasse une partie (ou la totalité) du champ magnétique $\vec{B}_2$ créé par (2).



Un couplage par induction mutuelle existe entre deux circuits électriques, lorsque la variation du champ magnétique créé par l'un est sensible dans l'autre.

Les champs $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$ étant respectivement proportionnels aux courants i_1 et i_2 , on définit une constante qui relie le flux de mutuelle inductance aux courants.

Définition :

On appelle **flux de mutuelle inductance**, les deux flux :

$$- \phi_{12} \text{ le flux du champ magnétique } B_1 \text{ à travers le circuit (2) : } \phi_{12} = \iint_{(2)} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}$$

$$- \phi_{21} \text{ le flux du champ magnétique } B_2 \text{ à travers le circuit (1) : } \phi_{21} = \iint_{(1)} \vec{B}_2 \cdot d\vec{S}$$

Définition :

On appelle **inductance mutuelle** (ou coefficient d'induction mutuelle), M_{12} (respectivement M_{21}), la constante reliant le flux de mutuelle inductance à travers le circuit (2) (respectivement (1)) à l'intensité du courant parcourant le circuit (1) (respectivement (2)) :

$$\phi_{12} = M_{12}i_1 \quad \text{et} \quad \phi_{21} = M_{21}i_2$$

Théorème de Neumann :

Les deux coefficients M_{12} et M_{21} sont égaux et on appelle **inductance mutuelle** leur valeur commune M (en Henry) :

$$M = \frac{\phi_{12}}{i_1} = \frac{\phi_{21}}{i_2} \quad (8)$$

Remarque :

Comme l'inductance propre L , l'inductance mutuelle M dépend de la géométrie des deux circuits et des propriétés magnétiques du milieu dans lequel ils sont plongés.

Contrairement à l'inductance propre L toujours positive, l'inductance mutuelle M est une grandeur algébrique dont le signe dépend de l'orientation des deux circuits. Si l'on inverse l'orientation d'un des deux circuits l'inductance mutuelle M est changée en son opposé.

4.2.4.2 Induction mutuelle

Soit deux circuits en induction mutuelle. On suppose qu'il n'y a pas d'autre source de champ magnétique, les flux totaux à travers chacune des deux bobines s'écrivent :

$$\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{21} = L_1 i_1 + M i_2 \quad \text{et} \quad \phi_2 = \phi_{22} + \phi_{12} = L_2 i_2 + M i_1$$

On en déduit les f.e.m. :

$$e_1 = -\frac{d\phi_1}{dt} = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \quad \text{et} \quad e_2 = -\frac{d\phi_2}{dt} = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$



On en déduit les différences de potentiel aux bornes de chacun des deux circuits :

$$u_{AB} = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \quad \text{et} \quad u_{CD} = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

Les équations électriques de chacune des deux branches sont couplées par inductance mutuelle.

Remarque :

Le régime stationnaire ne permet pas ce couplage, car les termes dérivés par rapport au temps s'annulent.

Lorsque chaque circuit enlace la totalité des lignes de champ de l'autre, la mutuelle inductance de deux circuits donnés prend alors sa valeur maximale qui est : $M_{\max} = \sqrt{L_1 L_2}$

Définition :

On définit le **coefficient de couplage** (magnétique), k , de deux circuits par :

$$0 \leq k = \frac{|M|}{\sqrt{L_1 L_2}} \leq 1 \quad (9)$$

4.2.4.3 Aspect énergétique

En reprenant les deux circuits précédents, on peut exprimer la puissance totale à un instant t :

$$\begin{aligned} p(t) &= u_{AB}i_1 + u_{CD}i_2 = R_1i_1^2 + L_1i_1 \frac{di_1}{dt} + Mi_1 \frac{di_2}{dt} + R_2i_2^2 + L_2i_2 \frac{di_2}{dt} + Mi_2 \frac{di_1}{dt} \\ &= R_1i_1^2 + R_2i_2^2 + L_1i_1 \frac{di_1}{dt} + L_2i_2 \frac{di_2}{dt} + Mi_1 \frac{di_2}{dt} + Mi_2 \frac{di_1}{dt} \end{aligned}$$

Les deux premiers termes correspondent à une puissance perdue par effet Joule.

Les deux termes suivants sont les dérivées temporelles des énergies emmagasinées dans chacune

des bobines si elles étaient seules : $U_{mag1} = \frac{1}{2}L_1i_1^2$ et $U_{mag2} = \frac{1}{2}L_2i_2^2$

Les deux derniers termes pris ensemble forment la dérivée temporelle d'un terme qualifié d'énergie mutuelle : $U_{mutuelle} = Mi_1i_2$

Propriété :

L'énergie magnétique totale U_{tot} emmagasinée à chaque instant dans le dispositif est donnée par :

$$U_{tot} = \frac{1}{2}L_1i_1^2 + \frac{1}{2}L_2i_2^2 + Mi_1i_2 \quad (10)$$

Remarque :

En fonction des flux totaux, on trouve aussi : $U_{tot} = \frac{1}{2}\phi_1i_1 + \frac{1}{2}\phi_2i_2$

Exercices : 4.6.1, 4.6.2

4.3 Cas d'un circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire

4.3.1 Champ électromoteur

Soit un circuit filiforme C placé dans un champ magnétique $\vec{B}$ permanent.

Une charge mobile q animée d'une vitesse v_a par rapport à un référentiel galiléen est soumise à la force de Lorentz : $\vec{F} = q\vec{v}_a \wedge \vec{B}$

Or, le circuit étant en mouvement, cette vitesse est la somme de la vitesse d'entraînement v_e de déplacement du circuit et de sa vitesse relative v_r de déplacement par rapport au circuit. On a alors :

$$\vec{F} = q(\vec{v}_e + \vec{v}_r) \wedge \vec{B} = q\vec{v}_e \wedge \vec{B} + q\vec{v}_r \wedge \vec{B}$$

Le terme en $q\vec{v}_e \wedge \vec{B}$ est une force qui ne s'applique aux charges mobiles que si le conducteur se déplace.

Définition :

On appelle **champ électromoteur** la composante non conservative du champ électrique, notée E_m . Dans le **cas de Lorentz**, ce champ électromoteur se met sous la forme :

$$\vec{E}_m = \vec{v}_e \wedge \vec{B} \quad (11)$$

4.3.2 Circulation du champ électromoteur

Propriété :

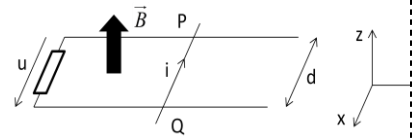
Pour un circuit mobile soumis à un champ magnétique permanent $\vec{B}$ la **f.e.m. de Lorentz** est donnée

soit par :
 - la loi de Faraday : $e = -\frac{d\phi}{dt}$
 - la circulation du champ électromoteur de Lorentz

$$e = \oint_C \vec{E}_m \cdot d\vec{l} \quad (12)$$

Exemple : Rails de Laplace

Deux rails conducteurs parallèles sont placés dans une région de l'espace où règne un champ magnétique uniforme, orthogonal au plan des rails. Une tige conductrice T dont la largeur est égale à l'écartement des rails, glisse sur ceux-ci.



A l'extrémité des rails, un dipôle électrique est présent. Il peut être un générateur, une résistance, ... On note $\vec{V}$ la vitesse de translation de la tige, $\vec{B}$ le champ magnétique supposé uniforme et stationnaire dans le référentiel du laboratoire.

Expression de la f.e.m. induite par la loi de Faraday :

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\frac{d}{dt} \iint_S B \vec{e}_z \cdot dS \vec{e}_z = -\frac{d}{dt} B \iint_S dS = -B \frac{dS}{dt} = -Bd \frac{dy}{dt} = -BdV$$

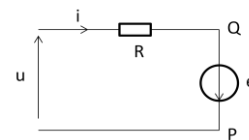
Expression de la f.e.m. induite par la circulation du champ électromoteur :

$$e = \oint_C \vec{E}_m \cdot d\vec{l} = \oint_C (\vec{v}_e \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \oint_C (V \vec{e}_y \wedge B \vec{e}_z) \cdot (-dx) \vec{e}_x = VB \oint_C \vec{e}_x \cdot d\vec{x} = -VBd$$

On retrouve bien la même expression pour la force électromotrice.

Le schéma électrique équivalent se met donc sous la forme :

On note R la résistance électrique de l'ensemble des rails et tige : $u = Ri - e = Ri + VdB$

**4.3.3 Bilan énergétique**

L'action d'un champ magnétique $\vec{B}$ extérieur permanent sur un circuit en mouvement est équivalente à celle d'un générateur de tension de f.e.m. e_L imposant un courant induit i dans le circuit lequel sera alors soumis aux forces de Laplace de puissance P_{Laplace} . On peut alors parler de conversion électromécanique telle que :

$$P_{\text{Laplace}} + e_L i = 0 \quad (13)$$

Exemple : Rails de Laplace

Expression la résultante des forces de Laplace :

La force exercée sur la tige s'écrit : $d\vec{F} = i d\vec{l} \wedge \vec{B} = i(-dx) \vec{e}_x \wedge B \vec{e}_z = Bidx \vec{e}_y \Rightarrow \vec{F} = Bid \vec{e}_y$

Bilan de puissance :

La puissance électrique reçue par PQ se met sous la forme : $P_e = ei = -VidB$

La puissance mécanique de la force de Laplace s'écrit : $P_m = \vec{F} \cdot \vec{V} = VidB$

On retrouve bien le bilan de puissance en (13).

Exercices : 4.6.3**4.4 Cas général**

On admet que si les deux causes d'induction existent simultanément, il faut additionner leurs effets. La force électromotrice est alors la somme des f.e.m. de Neumann et de Lorentz.

4.5 Transducteurs électromécaniques

4.5.1 Méthode d'étude

Le phénomène d'induction électromagnétique met en évidence la conversion possible d'énergie mécanique en énergie électrique (ou le contraire) dans le cas du déplacement du circuit « induit » dans le champ magnétique créé par le circuit « inducteur ».

On appelle « **transducteur électromécanique** » toute machine ou dispositif assurant cette conversion d'énergie mécanique en énergie électrique ou inversement (alternateurs, dynamos, moteurs, haut-parleur, compte-tours, galvanomètre, etc.).

L'étude d'un transducteur conduit à un **système d'équations électriques et mécaniques couplées**.

4.5.2 Bilans de puissances

On peut distinguer deux types de fonctionnement :

$$\text{- Fonctionnement en « moteur électrique » : } \begin{cases} P_{Laplace} > 0 \\ P_{elec} < 0 \end{cases}$$

Un moteur électrique reçoit de l'énergie électrique et fournit de l'énergie mécanique.

$$\text{- Fonctionnement en « générateur électrique » : } \begin{cases} P_{Laplace} < 0 \\ P_{elec} > 0 \end{cases}$$

Une génératrice fournit de l'énergie électrique en recevant de l'énergie mécanique.

4.5.3 Un exemple de transducteur : le haut parleur électrodynamique

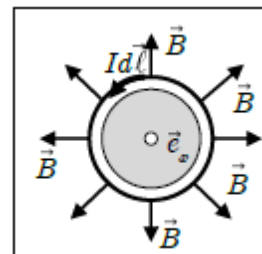
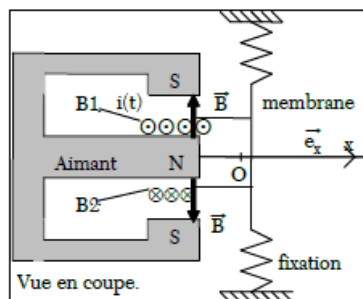
Un haut-parleur électrodynamique est composé :

- d'un aimant permanent créant un champ magnétique $\vec{B}$ radial dans son entrefer,
- d'une membrane pouvant osciller autour d'une position moyenne, origine de l'axe des x ,
- d'une bobine, solidaire de la membrane, comportant N spires de rayon a et de faible épaisseur. Elle est caractérisée par sa résistance R et son inductance propre L .

B_1 et B_2 sont les bornes d'entrée et de sortie du courant $i(t)$ et m la masse totale du système bobine - membrane.

L'action du système de fixation sur la membrane est modélisée suivant l'axe Ox par une force de rappel $-kx\vec{e}_x$ et celle de l'air par une force de frottement de type visqueux : $-\lambda\dot{x}\vec{e}_x$

La bobine, parcourue par le courant d'intensité $i(t)$, est alimentée par un générateur de tension de résistance interne R_0 et de force électromotrice $E(t)$.



4.5.3.1 Questions-types

1) Établir les équations différentielles en $i(t)$ et en $x(t)$ de ce dispositif.

2) La tension $E(t)$ est sinusoïdale : $E(t) = E_0 \cos(\omega t)$ On suppose que le régime forcé est établi.

Exprimer l'impédance "motionnelle" $\underline{Z}_M$ définie par: $\underline{E} = \underline{Z}_M \underline{I}$, où $\underline{E}$ et $\underline{I}$ représentent les grandeurs complexes associées à $E(t)$ et $i(t)$.

4.5.3.2 Les étapes clés de la résolution

1) Equations différentielles

Expression de la f.e.m. induite :

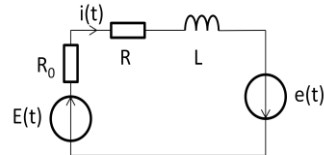
On détermine la f.e.m. d'induction e à partir du champ électromoteur :

$$\vec{E}_m = \dot{x} \vec{e}_x \wedge B \vec{e}_r \Rightarrow e = \oint_{\text{bobinage}} \vec{E}_m \cdot d\vec{l} = N \int_{\text{1 spire}} B \dot{x} dl = 2\pi a N B \dot{x}$$

Equation électrique du circuit :

L'équation électrique s'écrit en tenant compte de l'auto-induction :

$$L \frac{di}{dt} + (R + R_0) i = E(t) + 2\pi a N B \dot{x}$$



Expression la résultante des forces de Laplace :

La force exercée sur la bobine solidaire de la membrane s'écrit :

$$d\vec{F} = Idl \vec{e}_\theta \wedge B \vec{e}_r = -Bidl \vec{e}_x \Rightarrow \vec{F} = -BIl \vec{e}_x = -2\pi a N B I \vec{e}_x$$

Equation mécanique du circuit :

Le principe fondamental de la dynamique appliqué au système {bobine + membrane}, en tenant compte des forces de Laplace exercées sur la bobine, conduit, après projection sur l'axe Ox à :

$$m\ddot{x} + \lambda \dot{x} + kx = -2\pi a N B I$$

Vérification par un bilan de puissance :

La puissance électrique se met sous la forme : $P_e = ei = 2\pi a N B \dot{x} i$

La puissance mécanique de la force de Laplace s'écrit : $P_m = \vec{F} \cdot \vec{V} = -2\pi a N B I \dot{x} = -P_e$

2) Impédance "motionnelle"

On cherche la réponse du système au régime forcé harmonique, en utilisant la méthode complexe, qui conduit à :

$$\begin{cases} jL\omega \underline{I} + (R + R_0) \underline{I} = \underline{E} + 2\pi a N B j\omega \underline{X} \\ -m\omega^2 \underline{X} + j\omega\lambda \underline{X} + k \underline{X} = -2\pi a N B \underline{I} \end{cases}$$

On obtient :
$$\underline{Z}_M = (R + R_0) \underline{I} + jL\omega + \frac{(2\pi a N B)^2}{\lambda + jm\omega + \frac{k}{j\omega}}$$

On reconnaît dans $\underline{Z}_M$ la partie purement électrique de l'impédance et le dernier terme qui prend en compte le couplage électromécanique.

A retenir et savoir faire :

- Connaître la loi de Lenz et la loi de Faraday.
- Savoir calculer le flux magnétique et sa dérivée par rapport au temps.
- Savoir calculer la f.e.m. induite dans le cas d'un circuit fixe dans un champ magnétique variable ou d'un circuit mobile dans un champ magnétique permanent.
- Savoir orienter un circuit et déterminer les courants induits, les forces de Laplace mises en jeu.
- Savoir effectuer un bilan énergétique.
- Connaître quelques applications de l'induction électromagnétique
- Connaître le théorème de Neumann
- Savoir calculer une inductance propre et une inductance mutuelle dans le cas du solénoïde infini (les autres cas sont théoriquement hors programme).
- Comprendre le phénomène d'auto-induction.