Cours VI : Electromagnétisme

2.10 Exercices d'application

2.10.1 Trajectoire d'une particule

Une particule de charge électrique q et de masse m pénètre à l'instant t = 0 en O (x = y = z = 0) avec une vitesse v_0 dans une région où règnent un champ électrique uniforme E et un champ magnétique uniforme B parallèles, dirigés suivant l'axe Oy d'un référentiel Oxyz rectangulaire.La vitesse v_0 est dans le plan yOz et fait l'angle α avec les champs E et B. On introduira le paramètre : $\omega = \frac{qB}{m}$

1) Déterminer les composantes v_x, v_y et v_z de la vitesse v de la particule à l'instant t en intégrant les équations différentielles du mouvement.
2) Déterminer les équations paramétriques du mouvement de la particule et définir sa trajectoire.
3) On supprime le champ électrique. Définir la nouvelle trajectoire de la particule.

2.10.2 Effet Hall

Un ruban d'argent de largeur a = 1 cm, d'épaisseur e = 0,1 mm, est parcouru par un courant I = 15 A ; les lignes de courant sont parallèles à la longueur (supposée infinie). Ce ruban est placé dans un champ magnétique uniforme B = 2 T, normal au plan de ce ruban.
1) En régime permanent, on constate l'existence d'une d.d.p. V_H entre les deux bords du ruban distants de a. Expliquer ce phénomène.
2) On mesure V_H = 25,2 µV. En déduire :
- La vitesse de déplacement des électrons en régime permanent,
- Le nombre n d'électrons libres par unité de volume, et le comparer au nombre n' d'atomes d'argent par unité de volume du ruban.

On donne : M_{Ag} = 108 g.mol^{-1} ; masse volumique de l'argent : µ = 10,5 g/cm^3 ; charge élémentaire e = - 1,6.10^{-19} C ; nombre d'Avogadro N_A = 6,02.10^{23} mol^{-1}

2.10.3 Potentiels vecteurs d'un champ uniforme

On considère le champ magnétostatique uniforme : $\vec{B} = B_0 \vec{u_z}$

1) Proposer un potentiel vecteur A, cherché sous la forme : $\vec{A} = A(y)\vec{u_x}$

A(y) est une fonction de la seule ordonnée y, que l'on pourra imposer nulle à l'origine de l'espace.

2) Faire de même pour : $\vec{A'} = A'(x)\vec{u_y}$

3) Vérifier que A'-A peut être écrit comme le gradient d'un champ scalaire f(M).

2.11 Exercices

2.11.1 Cyclotron

Un cyclotron comporte deux demi-boîtes cylindriques métalliques creuses ou « D », séparées par un intervalle, entre lesquelles on établit une tension u sinusoïdale de fréquence convenable f. Les « D » sont situés dans l'entrefer d'un électroaimant qui fournit un champ magnétique B uniforme parallèle aux génératrices des « D ».

On injecte des protons ($m = 1{,}66.10^{-27}$ kg, $q = 1{,}60.10^{-19}$ C) dans une direction perpendiculaire à B, avec une vitesse négligeable. On donne B = 1,5 T.

1) Quelle doit être la fréquence f de la tension u pour que le proton soit accéléré (pendant un temps très court) à chaque passage entre les « D » ?

2) La tension atteint sa valeur maximale U = 200 kV.

- Déterminer en fonction de n le rapport des rayons des deux demi-cercles consécutifs numérotés n et n + 1, si le premier demi-cercle décrit après la première accélération porte le numéro 1.
- Calculer le rayon de la trajectoire après 1 tour (2 passages entre les D) et après 10 tours.

3) Le rayon de la dernière trajectoire décrite par les protons accélérés avant de bombarder une cible est R_m = 35 cm ; déterminer :

- L'énergie cinétique du proton avant le choc,
- Le nombre de tours décrits par le proton après sa première accélération.

2.11.2 Expérience de Rowland

Un condensateur est constitué de deux disques métalliques de rayon R, très proches l'un de l'autre.0 Si on impose une différence de potentiel U entre ces disques des charges électriques surfaciques apparaissent sur les faces métalliques en regard. On admet que la charge sur le disque positif est uniformément répartie, avec une densité surfacique σ. Le disque positif, de centre O, est mis ne rotation autour de l'axe (Oz).

1) Calculer le champ magnétique en un point M de l'axe (Oz). En quel point ce champ est-il maximal ? On repèrera M par l'angle α.

2) U = 100kV, R = 10 cm et e = 0,5 mm, et la vitesse de rotation est de 6000 tours par minute. Calculer la valeur maximale du champ magnétique. Comparer cette valeur à celle du champ magnétique terrestre ($\approx 10^{-5}$ T).

2.11.3 Segment de courant

1) Calculer le champ crée en un point M distant de d.

2) En déduire le champ crée par une spire carré, de côté a de centre O et d'axe Oz en un point de son axe.

2.11.4 Bobines "façon Helmholtz"

Une "spire" rectangulaire de centre O, comportant N tours de fil, est parcourue par un courant I.

Sa longueur 2L' selon l'axe (Oz) est très supérieure à sa largeur 2L selon l'axe (Oy), de telle sorte qu'on peut la modéliser par une paire de fils rectilignes "infinis" parcourus par des courants de sens contraires.

1) D'après les symétries, déterminer l'orientation du champ magnétique en un point M de l'axe (Ox).

2) Calculer (algébriquement) le champ magnétique B(x) en M. Tracer la courbe représentative de B(x).

3) En déduire qu'en associant deux spires identiques, de même axe, dont les centres sont à une distance D l'un de l'autre, judicieusement choisie, on obtient un champ pratiquement uniforme dans une région de l'espace à préciser.

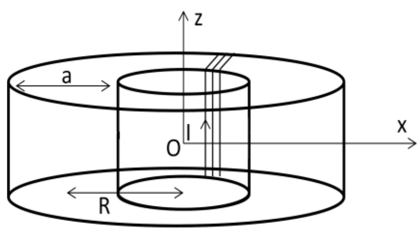
On considère un assemblage de deux spires, à la distance D déterminée précédemment.

4) D'après les symétries, déterminer l'orientation du champ magnétique en un point M de l'axe (Oy).

5) Calculer (algébriquement) le champ magnétique B(y) en M. Tracer la courbe représentative de B(y). Commenter.

2.11.5 Tore circulaire

On veut étudier le champ magnétique créé par une distribution de courants présente sur un tore circulaire de rayon R à la section carré de côté a. On note O le centre du tore et (Oz) son axe de révolution. La distribution de courants est constituée par un enroulement d'un grand nombre de N spires jointives enroulées sur toute la surface du tore, le sens du courant étant donnée sur la figure. On négligera l'épaisseur des fils. Soit M un point quelconque de l'espace où l'on cherche le champ magnétique crée par cette distribution, déterminer l'expression de B en un point quelconque de l'intérieur et de l'extérieur du tore.



2.11.6 Champ crée par un faisceau cylindrique d'électrons

Un faisceau électronique a la forme d'un cylindre très long de rayon R et d'axe Oz. Les électrons ont tous la même vitesse $\vec{v} = v\vec{e_z}$ et ils sont uniformément répartis avec une densité de n électrons par unité de volume.

1) En adoptant un modèle volumique, calculer la densité volumique de charge et le vecteur densité volumique de courant $\vec{j}$.

2) Calculer le champ électrique $\vec{E}(M)$ en un point M de coordonnées cylindriques (r, θ, z).

3) Calculer le champ magnétique $\vec{B}(M)$. Quelle relation relie E et B ?

4) Le faisceau peut-il rester cylindrique ?