

Exercices : Optique ondulatoire

2.4 Exercices d'application

2.4.1 Trous d'Young

Une source S ponctuelle monochromatique, de longueur d'onde λ , éclaire une plaque (P) opaque percée de deux trous fins S_1 et S_2 distants de a , qui se comportent comme deux sources cohérentes synchrones. On observe les franges sur un écran plan (E) parallèle à (P). La distance de S à (P) est d , et la distance de (P) à (E) est D ($d \gg a$ et $D \gg a$). L'écran (E), normal à l'axe Oz , est rapporté aux deux axes perpendiculaires Ox et Oy , où Ox est parallèle à S_1S_2 et O est le point de l'écran situé sur la médiatrice de S_1S_2 .

1) Déterminer l'ordre d'interférence et l'éclairement en un point $M(x, y, 0)$ de l'écran, ainsi que l'interfrange dans les trois cas suivants :

- a) La source S est sur la médiatrice de S_1S_2 ;
- b) La source S est déplacée dans un plan parallèle à (E), d'une quantité x_s , parallèlement à Ox ;
- c) La source S est déplacée à partir de la position a) dans un plan parallèle à (E), d'une quantité y_s , parallèlement à Oy .

2) La source S est replacée sur la médiatrice de S_1S_2 ; on place devant le trou S_1 une lame de verre à faces parallèles, d'indice n et d'épaisseur e , parallèle à (P).

a) Déterminer le nouvel ordre d'interférence en M et la position de la frange centrale.

b) On maintient la lame devant S_1 et on place devant S_2 une autre lame à faces parallèles en verre d'indice n' et d'épaisseur e' . Calculer e' pour que la frange centrale revienne en O ; on donne : $e = 420 \mu\text{m}$; $n = 1,50$; $n' = 1,70$.

3) La source S demeure sur la médiatrice de S_1S_2 . Les lames de verre sont retirées. Calculer l'ordre d'interférence en $M(x, y, 0)$ et déterminer les modifications du système des franges dans les deux cas suivants :

- a) Si la plaque (P) glisse dans son plan d'une quantité X parallèlement à S_1S_2 .
- b) Si l'écran (E) tourne d'un angle α autour de l'axe Oy .

2.4.2 Miroirs de Fresnel

On s'intéresse à deux miroirs de Fresnel M_1 et M_2 faisant un angle θ entre eux. Ils sont éclairés par une source ponctuelle S derrière laquelle est placée une lampe monochromatique à vapeur de sodium ($\lambda = 589\text{nm}$). S se trouve à une distance $R = 15\text{cm}$ du point O , appartenant aux deux miroirs, OS faisant un angle α avec M_1 .

1) On observe les interférences sur un écran placé à une distance $D = 1,0\text{m} \gg R$ de O . Quelle est la forme de ces franges ? Y a-t-il un déphasage supplémentaire φ_{sup} introduit par ce dispositif ?

2) Rapport avec les trous d'Young : à quelles distances de O se trouvent les sources secondaires S_1 et S_2 ? Que vaut l'angle $(\overrightarrow{OS_1}, \overrightarrow{OS_2})$? En déduire la distance $a = S_1S_2$.

3) Quelle est l'interfrange i ? On veut que l'interfrange soit, au moins $i > i_{\text{min}} = 1,0 \text{ mm}$. Déterminer alors θ_{max} , la valeur maximale de θ en degrés, minutes et secondes d'arc.

2.4.3 Différence de marche à partir du schéma équivalent

On considère un fragment élémentaire de la source étendue à l'entrée d'un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air.

- 1) Indiquer sur un schéma la position des deux sources secondaires.
- 2) Trouver la différence de marche entre deux rayons interférant à l'infini dans la direction θ .
- 3) L'observation dans le plan focal d'une lentille convergente change-t-elle cette différence de marche ?

2.4.4 Rayons des anneaux avec une raie de la lampe à vapeur de mercure

Un interféromètre de Michelson est réglé en lame d'air et éclairé par une lampe à vapeur de mercure. Un filtre permet d'isoler la raie $\lambda_0 = 546 \text{ nm}$.

- 1) Quelle est sa couleur ?
- 2) La distance relative entre les deux miroirs est $e = 1,10 \text{ mm}$. Que vaut l'ordre au centre ?
- 3) Sachant que la lentille de projection possède la focale $f' = 1 \text{ m}$, calculer les rayons des cinq premiers anneaux brillants.
- 4) On chariote le miroir M_2 de manière à diminuer e . Qu'observe-t-on sur l'écran ?

2.4.5 Mesure de l'angle entre les miroirs

Un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air est éclairé par une source monochromatique ($\lambda = 546 \text{ nm}$). Sur un écran situé à une distance $D = 1 \text{ m}$ derrière la lentille de projection de focale $f' = 20 \text{ cm}$, on observe des franges rectilignes d'interfrange $i' = 3,5 \text{ mm}$.

- 1) Où sont localisées les interférences dans ce montage ? Préciser la position de l'écran.
- 2) Calculer l'angle entre les deux miroirs. Donner sa valeur numérique en minutes d'arc.

2.5 Exercices

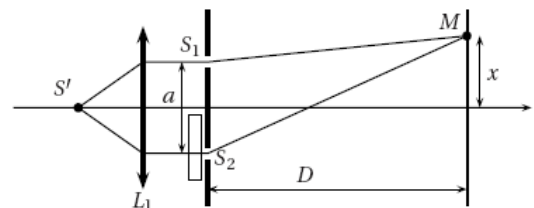
2.5.1 Observation d'une étoile double au travers de fentes d'Young

Les deux composantes d'une étoile double sont vues sous un angle α depuis la Terre. On pointe un système de deux trous d'Young vers le milieu des deux étoiles, et on place un écran à la distance D derrière les trous d'Young.

- 1) Donner l'expression de l'éclairement sur l'écran.
- 2) En visant l'étoile double Capella de la constellation du Cocher, des astronomes ont obtenu une première annulation de contraste pour $a = 1,16 \text{ m}$, dans le visible ($\lambda = 635 \text{ nm}$). En déduire la distance angulaire α .
- 3) Expliquer l'intérêt de la méthode par rapport à une observation directe sachant que la turbulence atmosphérique limite la résolution environ à $1''$.

2.5.2 Mesure interférométrique de l'épaisseur d'une lame

On considère le dispositif des fentes d'Young en lumière monochromatique avec observation sur un écran éloigné à la distance D du plan des fentes d'Young. La source (S) est placée au foyer objet d'une lentille mince convergente, conformément au schéma suivant.



- 1) Décrire la figure d'interférences observée ainsi que la répartition de l'éclairement $\epsilon(x)$ sur l'écran. Faire l'application numérique pour $S_1S_2 = a = 1,0 \text{ mm}$; $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$ et $D = 2,0 \text{ m}$. Définir puis calculer l'interfrange i .

2) Une lame de verre d'épaisseur e , d'indice n , est placée avant S_2 . Déterminer la nouvelle position de la frange centrale. De combien d'interfranges s'est-elle déplacée ? Faire l'application numérique pour $n = 1,500$ et $e = 0,01$ mm. Vous semble-t-il possible de repérer le décalage de la frange centrale consécutif à la présence de la lame ? Pourquoi ?

3) On remplace désormais la source monochromatique par une source de lumière blanche. L'indice du verre varie avec la longueur d'onde dans le vide selon la loi de Cauchy :

$$n(\lambda_0) = A + \frac{B}{\lambda_0^2} \quad \text{avec } A = 1,489 \text{ et } B = 4000 \text{ nm}^2$$

On appelle frange achromatique celle pour laquelle : $\left(\frac{\partial p(M)}{\partial \lambda_0} \right) = 0$

à une longueur d'onde moyenne à laquelle l'œil présente une sensibilité maximale : $\lambda_{0m} = 600$ nm.

La quantité $p(M)$ désigne l'ordre d'interférence en un point M de l'écran. Déterminer la position de la frange achromatique. Donner, en interfrange, l'écart entre la frange achromatique et la frange centrale trouvée à la question précédente. Conclure quant à l'intérêt d'utiliser une source de lumière blanche.

4) Dans cette question, on néglige le phénomène de dispersion : $B=0$. Sachant que le dispositif des fentes d'Young permet d'obtenir des différences de marche géométriques allant de 0 à 10 μm , quelle est la valeur maximale de e qui peut être mesurée par cette méthode ? Qu'observe-t-on si on prend une lame ayant 1 mm d'épaisseur ? On rappelle que la longueur de cohérence temporelle de la lumière blanche peut être estimée en pratique à 3 μm .

2.5.3 Interféromètre de Michelson réglé en lame à faces parallèles

Un interféromètre de Michelson, réglé en lame à faces parallèles séparées de e , est éclairé par une source ponctuelle monochromatique $\lambda = 546$ nm, placée au foyer d'une lentille convergente de focale $f'_1 = 10$ cm. Un écran est placé au foyer d'une autre lentille convergente de focale $f'_2 = 1$ m.

1) Qu'observe-t-on sur l'écran ? Et quand e varie ? Et si on enlève la lentille de sortie ?

2) La source est désormais un disque de diamètre $d = 4$ cm. Qu'observe-t-on sur l'écran ? Justifier les valeurs des focales des lentilles.

3) Donner le nombre de franges lumineuses visibles pour $e = 0,075$ cm.

2.5.4 Michelson en coin d'air

On s'intéresse à un Michelson réglé en coin d'air, l'angle entre les deux miroirs étant θ . On observe les interférences créées par une lampe monochromatique large (de longueur d'onde λ) grâce à une lentille convergente de focale f_0 placée à une distance l_1 des miroirs.

1) Comment éclairer les miroirs ?

2) Les interférences sont-elles localisées ? Où ? Où les observe-t-on grâce à la lentille (on donnera la distance l_2 entre la lentille et le plan d'observation) ? Quel est alors le grandissement du montage en fonction de f_0 et l_1 ?

3) Quelle est la forme des franges ? Que vaut l'interfrange sur l'écran d'observation i en fonction de λ , θ , f_0 et l_1 ? Que se passe-t-il si les miroirs sont parallèles ?

2.5.5 Mesure du doublet du sodium

Un interféromètre de Michelson, réglé en lame à faces parallèles, est éclairé par une lampe à vapeur de sodium, dont le spectre peut être considéré comme composé uniquement de deux longueurs d'ondes λ_1 et λ_2 autour de 589 nm.

- 1) Où faut-il observer les interférences pour pouvoir utiliser une source étendue ? Comment procéder ?
- 2) Donner l'expression de l'éclairement sur l'écran en fonction de δ , différence de marche optique entre les rayons interférant. La commenter.
- 3) Entre quatre brouillages successifs (au centre de l'écran), on mesure $\Delta e = 0,87 \text{ mm}$. En déduire $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$. Pourquoi ne pas mesurer Δe directement entre deux brouillages successifs ?
- 4) Retrouver le résultat précédent en utilisant le fait que, pour un brouillage, les franges claires d'une longueur d'onde correspondent aux franges sombres de l'autre.

2.5.6 Mesure du défaut d'épaisseur d'une lame

Une lame en verre (indice n), parfaitement transparente, d'épaisseur e_0 , possède une petite irrégularité $\Delta e_0 \ll e_0$.

- 1) Cette lame est éclairée en incidence normale par un faisceau de lumière parallèle issu d'une source monochromatique de longueur d'onde λ dans le vide. On forme à l'aide d'une lentille convergente de focale f l'image de la lame sur l'écran, de telle manière que la distance lame-lentille vaille $2f$. L'épaisseur e_0 est supposée très faible afin de pouvoir assimiler la lame à un objet plan situé dans un plan perpendiculaire à l'axe optique. Où se situe l'écran ? Quel est le grandissement du montage ?
- 2) Peut-on mettre en évidence le défaut d'épaisseur sur l'image ?
- 3) On considère un interféromètre de Michelson réglé au contact optique. Il est éclairé par le faisceau parallèle utilisé précédemment. On place la lame contre l'un des miroirs, et on fait l'image des miroirs sur l'écran grâce à une lentille. Qu'observe-t-on sur l'écran ?
- 4) A quelle condition le défaut d'épaisseur n'est-il pas visible ? Comment remédier à cette situation ?