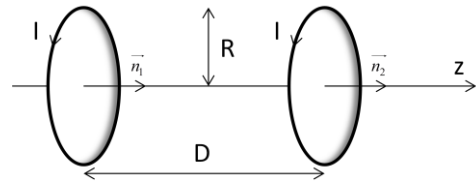


Exercices : Electromagnétisme

4.6 Exercices d'application

4.6.1 Couplage entre deux spires coaxiales

On considère deux spires d'axe Oz et de même rayon R, situées à grande distance D l'une de l'autre. On se place dans le cas où le rayon R est très inférieur à la distance D, en vue de simplifier les calculs.

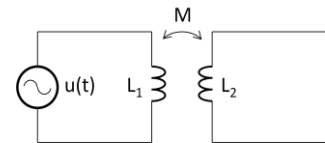


L'orientation des spires est choisie de telle manière que leurs normales aient même sens que $\vec{u}_z$.

- 1) Lorsque l'une est parcourue par un courant I, quel est le champ magnétique au centre de l'autre ?
- 2) En déduire l'expression du coefficient de mutuelle induction.
- 3) Si les rayons avaient été différents, tout en restant petits devant D, aurait-on vérifié l'identité des deux coefficients d'inductance mutuelle M_{12} et M_{21} ?
- 4) Comment le changement d'orientation de l'une des spires affecte-t-il l'inductance mutuelle ? Que se passe-t-il si les deux orientations sont modifiées ?

4.6.2 Inductance équivalente

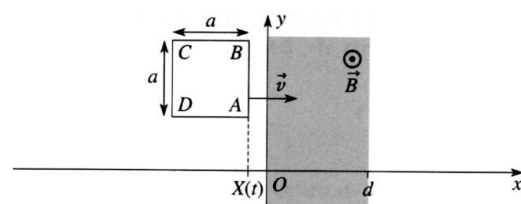
Un ensemble de deux circuits couplés, non résistifs ($R_1 = R_2 = 0$) a son bobinage secondaire en court-circuit. Un générateur est branché aux bornes du circuit primaire, il impose une tension variable $u(t) = U_m \cos(\omega t)$.



- 1) Ecrire le système d'équations différentielles régissant l'évolution des intensités.
- 2) Eliminer de ce système l'intensité $i_2(t)$, de manière à faire apparaître la relation entre $u(t)$ et $i_1(t)$. Quel comportement a le circuit couplé vu depuis le générateur ?
- 3) Reprendre la mise en équation à l'aide de l'écriture complexe et retrouver la même conclusion.

4.6.3 Déplacement d'un cadre conducteur

On suppose que le champ magnétique B est uniforme et constant entre les plans ($x = 0$) et ($x = d$), et nul ailleurs. Un cadre conducteur carré, de côté a ($a < d$), de résistance totale R et de côtés parallèles aux axes (Ox) et (Oy), circule avec une vitesse constante v. On désigne par X(t) l'abscisse du côté avant du cadre.



Déterminer en fonction de X le courant i et la force électromagnétique F résultante qui s'exerce sur le cadre :

- 1) en calculant le champ électromoteur ;
- 2) en utilisant la loi de Faraday ;
- 3) par un bilan énergétique.

4.7 Exercices

4.7.1 Le transformateur

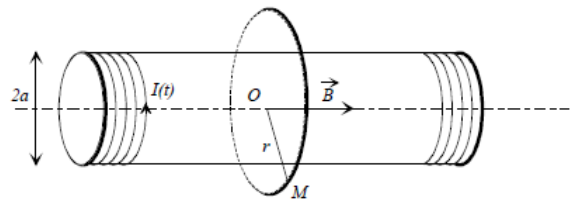
On considère un système de deux circuits couplés en ajoutant les deux conditions suivantes :

- le couplage est parfait
- les chutes de tensions dues aux résistances R_1 et R_2 sont négligeables.

- 1) Quelle forme prend le système d'équations couplées ?
- 2) Faire apparaître un coefficient de proportionnalité entre les deux tensions d'entrée et sortie.
- 3) Un dipôle d'impédance complexe $\underline{Z}$ est placé au secondaire d'un transformateur parfait. Quelle est l'impédance équivalente à l'association vue au primaire ?

4.7.2 Bobine autour d'un solénoïde

Un très long solénoïde, de rayon a , est constitué de n spires par unité de longueur. Le solénoïde est entouré d'une bobine plate de résistance R , formée de N spires circulaires de rayon r et de même axe que le solénoïde. Le solénoïde est parcouru par un courant variable $I(t)$ au cours du temps.



- 1) Déterminer le champ électromoteur E_m induit au point M de la bobine plate, en fonction de n , a , r et dI/dt ,
- 2) Exprimer la f.é.m. induite aux bornes de la bobine plate, par deux méthodes différentes.
- 3) Que devient cette f.é.m. si la bobine est extérieure au solénoïde sans l'entourer ?
- 4) Calculer l'inductance mutuelle M de ces deux circuits

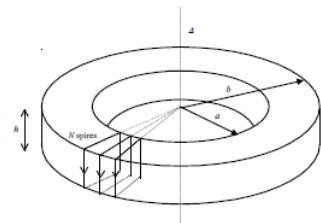
4.7.3 Energie magnétique et inductance mutuelle de deux solénoïdes coaxiaux

Le solénoïde S_1 de longueur l_1 pénètre dans le solénoïde S_2 coaxial de longueur l_2 d'une quantité variable x ($x < l_1$). Les solénoïdes, ayant N_1 spires et N_2 spires régulièrement réparties sur une couche, sont parcourus par les courants I_1 et I_2 continus. Les rayons de S_1 et S_2 sont $R_1 \ll l_1$ et $R_2 \ll l_2$. Déterminer, pour ce système de deux solénoïdes :

- 1) l'énergie magnétique $W(x)$;
- 2) l'inductance mutuelle $M(x)$ et vérifier l'inéquation $M(x) < \sqrt{L_1 L_2}$

4.7.4 Bobinage sur un noyau torique

Une bobine est constituée de N spires pratiquement jointives enroulées en une seule couche sur un tore de section carrée. On note a le rayon intérieur du tore et b le rayon extérieur et h la largeur du tore.

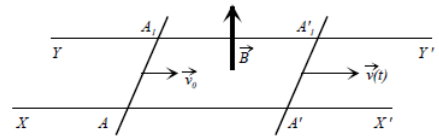


- 1) Lorsqu'un courant d'intensité I parcourt le circuit, déterminer le flux du champ magnétique propre à travers l'une des spires. En déduire une expression du coefficient d'auto-induction du bobinage.
- 2) Retrouver cette expression par un raisonnement énergétique.
- 3) Un second circuit est bobiné sur le tore, le nombre de spires est N' . Déterminer le coefficient d'induction mutuelle.
- 4) Application numérique : $a = 3$ cm, $h = 8$ mm. Les bobinages ont respectivement 200 et 50 spires. Quelle approximation peut-on faire si $h \ll a$? Quel modèle de solénoïde obtient-on alors ?

4.7.5 Barres mobiles sur deux rails

Sur deux rails rectilignes parallèles horizontaux XX' et YY' , de résistance négligeable, sont placées deux barres mobiles horizontales AA_1 et $A'A_1$ perpendiculaires aux rails. La distance entre les rails est $l = 10\text{cm}$; la résistance de la partie de chaque barre comprise entre les deux rails est $R = 1\ \Omega$; chaque barre a une masse $m = 10\text{ g}$. L'ensemble étant soumis à l'action d'un champ magnétique vertical B uniforme d'intensité $B = 1\text{ T}$, on déplace la barre AA_1 en l'approchant de $A'A_1$, avec une vitesse constante $v_0 = 20\text{ cm.s}^{-1}$ normale à AA_1 .

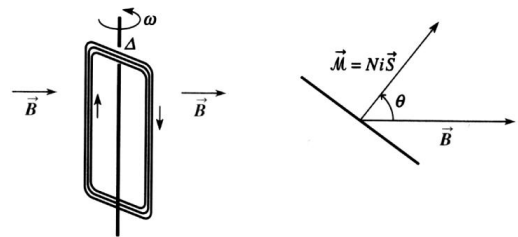
Etudier la loi des vitesses $v(t)$ de la barre $A'A_1$. Tracer le graphe de $v(t)$.



4.7.6 Alternateur rudimentaire

Une bobine plate de $N = 200$ spires, d'aire $S = 20\text{cm}^2$, tourne avec une vitesse angulaire constante $\omega = 10\text{ rad.s}^{-1}$ entre les pôles d'un aimant en «U», qui produit un champ $B = 0,2\text{ T}$ supposé uniforme et normal à l'axe de rotation.

La bobine dont les bornes sont reliées, possède une résistance $R = 1\ \Omega$. Le champ qu'elle crée est négligeable devant celui de l'aimant.



- 1) Calculer la f.e.m. d'induction induite par le mouvement de la bobine.
- 2) Déterminer le moment Γ par rapport à l'axe qu'il faut exercer pour entretenir la rotation.
- 3) Effectuer un bilan d'énergie
- 4) Ce dispositif peut être utilisé comme génératrice tachymétrique. Expliquer.

4.7.7 Moteur asynchrone

Le rotor (R) d'un moteur électrique peut être décrit :

- d'un point de vue mécanique, comme un solide mobile autour d'un axe vertical Oz par rapport auquel son moment d'inertie est J , et freiné dans sa rotation de vitesse angulaire ω par rapport à Oz par des forces de frottement fluide dont le moment par rapport à Oz est de la forme $-h\omega$.
- d'un point de vue électromagnétique, comme un ensemble de N spires planes superposées de même aire S dont le vecteur normal $\vec{n}$ appartient au plan horizontal xOy dans lequel sa rotation est repérée par l'angle : $\theta = (\vec{u}_x, \vec{n})$ avec $\omega = \frac{d\theta}{dt}$.

On note respectivement R et L la résistance et l'inductance du circuit ainsi constitué, $i(t)$ l'intensité qui le parcourt à l'instant t .

Initialement immobile et siège d'aucun courant, (R) est soumis à l'action d'un champ magnétique extérieur uniforme et de module B , dont la direction, contenue dans le plan xOy , est repérée par l'angle : $\omega_0 t = (\vec{u}_x, \vec{B})$.

- 1) En introduisant les paramètres $\phi_0 = NBS$ et $\gamma = \omega_0 t - \theta$, calculer le moment Γ par rapport à Oz des forces de Laplace qui s'exercent sur (R).
- 2) Ecrire une équation (M) qui exprime le comportement mécanique de (R).
- 3) Ecrire une équation (E) qui exprime son comportement électrocinétique.

4) En négligeant le champ magnétique propre du circuit devant le champ magnétique extérieur et en supposant que les variations de ω sont lentes devant celles de y , donner une expression en fonction de ω , ω_0 , ϕ_0 et R de la moyenne temporelle $\langle \Gamma \rangle$ du couple Γ qui s'exerce sur (R) .

Commenter qualitativement les effets de ce couple moyen en ce qui concerne les qualités du moteur réalisé.

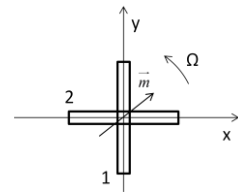
5) On revient à l'étude générale (sans l'approximation précédente). Multiplier (M) par ω et (E) par i , faire apparaître un bilan énergétique dont on commentera la signification (on pourra à cet effet imaginer que le champ tournant est créé par un aimant maintenu en rotation par un opérateur).

6) Proposer une réalisation matérielle simple du « champ tournant » qui fasse appel au courant alternatif fourni par le secteur sans intervention d'aucune pièce mobile.

4.7.8 Freinage par courants induits

Deux spires circulaires métalliques identiques, de rayon a ont leurs centres situés à l'origine O de l'espace. L'une est d'axe Ox , l'autre d'axe Oy . On note R la résistance électrique de chaque spire et on néglige son inductance propre.

Un dipôle magnétique, également situé en O , est animé d'un mouvement de rotation à la vitesse Ω constante dans le plan xOy . On admet que lorsque l'angle que fait le moment dipolaire avec l'axe d'une spire est égal à θ , le flux du champ crée dans cette spire s'écrit : $\phi = \phi_0 \cos \theta$, où ϕ_0 est une constante que l'on ne cherchera pas à déterminer.



1) On choisit l'origine des temps de telle manière que l'angle que fait le moment dipolaire avec $\vec{u}_x$ s'écrive $\theta(t) = \Omega t$. Etablir les expressions des intensités induites dans les deux bobines. Que peut-on dire des propriétés comparées de ces deux intensités ?

2) Exprimer la puissance dissipées par effet Joule à chaque instant, dans chaque spire, puis au total. Commenter le résultat.

3) Le dipôle est mis en rotation à la vitesse angulaire Ω_0 à l'origine des temps. La liaison maintenant la rotation autour du point O est considérée sans frottement et on prend en compte l'inertie du dipôle tournant. Définir un temps caractéristique pour ce système.

4) Représenter l'évolution de la vitesse au cours du temps.

5) Quelle est l'influence de l'inertie du dipôle sur la durée du freinage ? Quel est l'effet d'un doublement de la valeur de la résistance R de la spire ?

6) Les intensités induites dans les spires sont responsables de l'existence d'un champ magnétique $\vec{B}_i$. Quelle est son évolution au centre O des spires ? Quelle est son action sur le dipôle ?