Modèle scalaire des ondes lumineuses

1 De l'électromagnétisme à l'optique géométrique

1.1 Optique géométrique

Pour une onde plane progressive dans un milieu LHI transparent, on peut caractériser l'onde par :

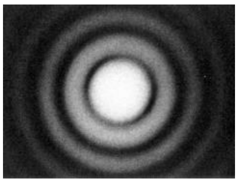
- sa direction de propagation $\vec{n}$
- sa vitesse de propagation $v = c/n$, où n est l'indice du milieu

Ces deux quantités sont justement celles qui décrivent localement un rayon lumineux tel qu'il a été défini en optique géométrique.

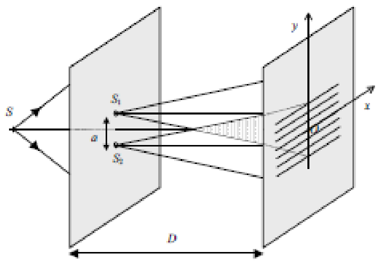
L'optique géométrique est caractérisée par le domaine des longueurs d'onde faibles devant la longueur d typique de la variation de l'amplitude de l'onde : $\lambda \ll d$

1.2 Limites de l'optique géométrique

La notion de rayon lumineux suppose qu'on ne s'intéresse qu'à un mince pinceau de lumière. On place alors un diaphragme devant une source de lumière quasi ponctuelle et monochromatique. Pour essayer de caractériser ce rayon lumineux, on va petit à petit diminuer l'ouverture du diaphragme. Or, plus celle-ci diminue et plus le faisceau de lumière émergent s'élargit. En effet, on se rapproche alors de la limite d'application de l'optique géométrique, puisque la longueur typique a se rapproche de la valeur de la longueur d'onde.
C'est le phénomène de diffraction.



Voici l'expérience réalisée par Thomas Young en 1809. Un écran opaque, percé de deux petits trous, est éclairé par une source S quasi ponctuelle et monochromatique. On observe la lumière atteignant un écran placé un peu plus loin. Sur l'écran sont alternées des bandes claires et sombres. Si l'optique géométrique était respectée, on ne devrait voir sur l'écran que deux points lumineux.
Cette expérience met en évidence le phénomène d'interférences, étudié au prochain chapitre.



2 Propagation d'une vibration scalaire

2.1 Définition du modèle

Pour une onde électromagnétique polarisée rectilignement, le champ électrique se met sous la forme : $\vec{E}(M,t) = s(M,t)\vec{u}$ où $\vec{u}$ est le vecteur unitaire dans la direction de polarisation.

<u>Définition</u> :
Dans le cadre de l'approximation de la grandeur scalaire, l'onde lumineuse est décrite par un scalaire : **l'amplitude lumineuse** $s(M,t)$ (en V.m^{-1})

2.2 Déphasage dû à la propagation d'une onde lumineuse monochromatique

L'onde lumineuse est ici considérée comme une onde monochromatique d'amplitude $A(M)$ et de **retard de phase** $\varphi(M)$, on peut donc écrire son **amplitude lumineuse** sous la forme :

$$s(M,t) = A(M)\cos\big(\omega t - \varphi(M)\big) \quad avec \quad \varphi(M) = \vec{k}\cdot\vec{r} - \varphi_0 \qquad (1)$$

Propriété :
Dans le vide, la lumière se propage à la **célérité** c = 3.10^8 m.s^{-1} quelque soit la fréquence.

Dans un milieu transparent d'**indice de réfraction** n, la **vitesse** de l'onde lumineuse est : $v = \dfrac{c}{n}$

Dans un milieu transparent d'**indice de réfraction** n, la **longueur d'onde** d'une onde lumineuse monochromatique est notée λ, la longueur d'onde dans le vide est notée λ_0 :

$$\lambda = vT = \frac{c}{n}T = \frac{c}{nf} \quad et \quad \lambda_0 = cT = \frac{c}{f} = n\lambda$$

Rappel :

λ_0 (nm)	< 400	500	550	590	630	> 750
f (Hz)	> $7{,}5.10^{14}$	6.10^{14}	$5{,}5.10^{14}$	$5{,}1.10^{14}$	$4{,}8.10^{14}$	< $4{,}010^{14}$
Couleur	ultra violet	bleu	vert	jaune orangé	rouge	infra rouge

Soit un signal sinusoïdal émis d'un point source S (0,0,0) et se propageant dans un milieu d'indice n constant. Sa phase à l'origine est φ_0. Le signal au point M (x,y,z) reproduit le signal au point S avec un retard égal à : $\tau = \dfrac{SM}{v}$

L'amplitude lumineuse de l'onde s'écrit :

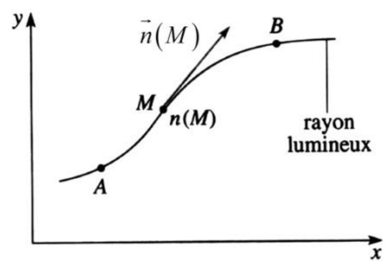
$$s(M,t) = A(M)\cos\big(\omega t - \varphi(M)\big) = A(M)\cos\big(\omega(t-\tau) + \varphi_0\big)$$

On alors peut réécrire l'amplitude de l'onde en un point M :

$$s(M,t) = A(M)\cos\big(\omega t - \varphi(M)\big) \quad avec \quad \varphi(M) = \omega\tau - \varphi_0 \qquad (2)$$

2.3 Chemin optique

Dans le cas général, l'indice du milieu peut varier de façon continue, et le rayon lumineux ne se propage plus en ligne droite mais courbe. On introduit alors la notion de **chemin optique**.
On peut interpréter le chemin optique (AB) comme le chemin parcouru dans le vide pendant la durée réelle mise pour aller de A à B dans le milieu d'indice n.



Définition :
Pour un milieu quelconque d'indice n, on définit le **chemin optique,** (AB), sur un rayon lumineux curviligne quelconque de A à B (d'abscisse curviligne s) par :

$$L_{AB} = (AB) = \int_A^B n(M)\,ds \qquad (3)$$

Remarque :

Si le milieu est homogène (n constant) : $(AB)=\int_A^B nds = n\int_A^B ds = nAB$

Soit un signal sinusoïdal émis d'un point source S (0,0,0) et se propageant dans un milieu d'indice n constant. Sa phase à l'origine est φ_0. Le signal au point M (x,y,z) reproduit le signal au point S avec un retard égal à : $\tau = \dfrac{SM}{v}$

Or, on préfère utiliser la notion de **chemin optique** qui dans un tel milieu s'écrit : $(SM)=nSM$

Alors le **retard de phase** s'écrit :

$$\varphi(M)=\omega\tau-\varphi_0=\omega\frac{SM}{v}-\varphi_0=\omega\frac{(SM)}{nv}-\varphi_0=\omega\frac{(SM)}{c}-\varphi_0=k_0(SM)-\varphi_0$$

On alors peut réécrire l'amplitude de l'onde en un point M :

$$s(M,t)=A(M)\cos\left(\omega t-\varphi(M)\right) \quad avec \quad \varphi(M)=\frac{2\pi}{\lambda_0}(SM)-\varphi_0 \qquad (4)$$

2.4 Surface d'onde

Définition :

On appelle **surface d'onde** relative au point source S une surface formée des points M tels que (SM) = constante, ou encore, ce qui est équivalent, φ(M) = constante.

Conséquence :

Entre deux surfaces d'onde, le chemin optique est constant quel que soit le rayon lumineux choisi.

Théorème de Malus (admis) :

Les surfaces d'ondes sont orthogonales aux rayons lumineux, quel que soit le nombre de réflexions ou réfractions subies.

3 Amplitude scalaire et système optique

3.1 Onde plane, onde sphérique

Une source ponctuelle S émet une onde lumineuse dont la structure est sphérique. Les rayons lumineux sont des demi-droites issues de S. Il y a décroissance en 1/r de l'amplitude A(M) pour une nécessaire conservation de l'énergie. Les surfaces d'onde sont des sphères, d'où le nom d'**onde sphérique**.

Cependant, localement, à grande distance de la source, on peut assimiler l'onde sphérique à une **onde plane**. Les variations de phase deviennent prépondérantes devant la variation d'amplitude et cette dernière peut être considérée comme constante. Alors : $A(M)=A_0$

Les rayons lumineux sont des droites parallèles entre elles. Les surfaces d'onde sont alors des plans.

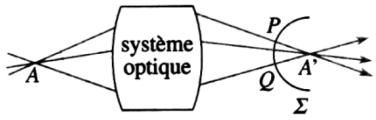
Pour une onde plane, l'amplitude lumineuse peut se mettre sous la forme :

$$s(M,t)=A_0\cos\left(\omega t-\varphi(M)\right) \quad avec \quad \varphi(M)=\vec{k}\cdot\vec{r}-\varphi_0=\omega\tau-\varphi_0=\frac{2\pi}{\lambda_0}(SM)-\varphi_0 \qquad (5)$$

En notation complexe, on peut écrire pour une onde plane : $\underline{s}(M,t)=A_0\exp\left(i\left(\omega t-\varphi(M)\right)\right)$

3.2 Effet d'une lentille mince dans l'approximation de Gauss

Propriété :
Le chemin optique est conservé entre deux points conjugués : $(AA') = cte \quad si\ A\,et\ A'\ sont\ conjugués$



A et A' sont conjugués.

4 Cohérence d'une source

4.1 Différents types de sources lumineuses

4.1.1 Lampe à filament

Le principe d'une lampe à filament est de porter le filament de la lampe à haute température par effet Joule. Les charges contenues dans le filament possèdent alors une agitation thermique importante et émettent un rayonnement électromagnétique, dit rayonnement thermique.
Son spectre est continu et couvre l'ensemble du visible et son maximum se situe proche de l'infrarouge.
Remarque :
Le rayonnement solaire est de ce type mais avec un maximum dans le jaune-orange.

4.1.2 Lampe spectrale

Ces lampes contiennent une vapeur atomique (vapeur de mercure, de sodium,…). Un flux d'électron parcourt cette vapeur entre les électrodes contenues dans l'ampoule. Ces électrons entrent en collision avec les atomes, qui sont alors excités. La désexcitation de ceux-ci provoque l'émission de photons.
Son spectre est constitué de raies discrètes, caractéristiques des atomes de la vapeur. Elles sont fines de l'ordre de 0,01 à 0,1 nm. Elles ne peuvent être purement monochromatiques. En effet, la mécanique quantique et plus précisément le principe d'incertitude d'Heisenberg, imposent un étalement minimal en pulsation $\Delta\omega$ pour un processus durant le temps Δt : $\Delta\omega\Delta t \geq 1$.

4.1.3 Laser

Contrairement aux deux types précédents de sources lumineuses, l'émission d'un photon par désexcitation d'un atome n'est pas spontanée mais stimulée. Cette dernière est déclenchée par un photon incident résonant, c'est-à-dire de même fréquence υ. Le photon émis est cohérent avec le photon incident : il a même fréquence, même direction de propagation et est en phase avec lui. Pour que l'émission induite sont importante, il est nécessaire que beaucoup d'électrons soient dans le niveau excité 1 et le restent suffisamment longtemps pour pouvoir réaliser une émission stimulée. Pour cela, il est nécessaire de réaliser une excitation, par un procédé nommé pompage optique, amenant massivement les électrons du niveau fondamental à un niveau excité : on obtient l'inversion de population voulue. Le milieu contenant les atomes est ensuite placé dans une cavité résonante.
La lumière produite peut en première approximation être considérée comme monochromatique et quasi parallèle.

4.2 Modèle d'émission

Pour modéliser les conditions microscopiques et expérimentales nécessaires à l'émission d'un rayonnement lumineux. On considère que le rayonnement émis par la source est constitué par la superposition de **trains d'onde**.

Chaque train d'onde est de durée finie moyenne appelée **temps de cohérence** Δt et possède une phase à l'origine φ_0 constante. Il est constitué d'un très grand nombre d'oscillations de la grandeur vibrante de période $T = \frac{1}{f}$. A la fin de ce temps Δt, l'onde s'annule. Puis, elle reprend pendant un nouveau temps Δt avec une phase à l'origine différente et aléatoire.

Cela permet donc de représenter le caractère discontinu de la lumière.

De plus, pour une fonction non périodique de durée Δt, on admet que la largeur de son spectre Δf est telle que : $\Delta f\,\Delta t \approx 1$

Or, comme : $\lambda = cT = \frac{c}{f} \quad \Rightarrow \quad d\lambda = -\frac{c}{f^2}df \quad \Rightarrow \quad \Delta\lambda = \frac{c}{f^2}\Delta f \quad \Rightarrow \quad \Delta\lambda\Delta t \sim \frac{c}{f^2} \quad \Rightarrow \quad \Delta\lambda\Delta t \sim \frac{\lambda^2}{c}$

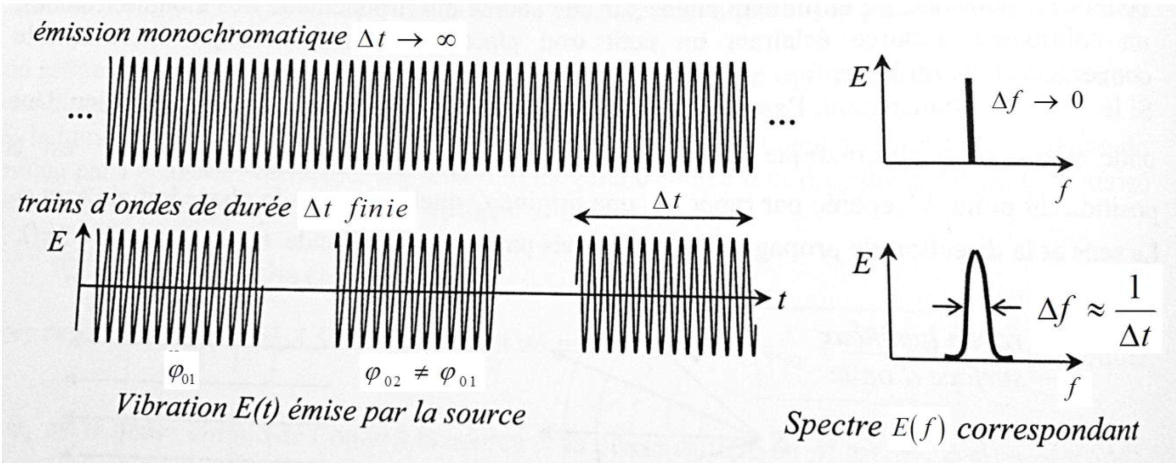
Propriété :

On peut relier la durée des trains d'onde à la largeur spectrale d'une source par :

$$\Delta f\,\Delta t \sim 1 \quad ou \quad \Delta\lambda\Delta t \sim \frac{\lambda^2}{c} \qquad (6)$$

Remarques :

On comprend que suivant ce modèle une source purement monochromatique n'existe pas car alors $\Delta f = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta t \to \infty$, les trains d'onde seraient de durée infinie.



Plus une source possède un spectre étendu, plus les trains d'onde qu'elle émet sont courts. On dit que la source possède une faible cohérence temporelle.

Pour une lampe spectrale : $\Delta\lambda \approx 0{,}1\text{nm} \quad \Rightarrow \quad \text{pour} \quad \lambda = 600\text{nm} \quad \Rightarrow \quad \Delta t \approx 10^{-11} s$

Pour une lumière blanche : $\Delta t \approx 10^{-15} s$

Pour un laser : $\Delta t \approx 10^{-8} s$

On peut définir aussi la **longueur du train d'onde** L_c tel que dans un milieu d'indice n : $L_c = \frac{c}{n}\Delta t$

5 Intensité lumineuse

5.1 Les détecteurs lumineux

Les récepteurs lumineux ne sont sensibles qu'à la valeur moyenne de la puissance lumineuse qu'ils reçoivent ou encore fournissent un signal proportionnel à l'énergie lumineuse reçue pendant son temps d'intégration.

En effet, les récepteurs lumineux (photocellules, pellicules photo, œil,…) ont des temps d'intégration τ_r très grands devant la période des ondes lumineuses dans le visible T = 10^{-14} s :

- pour l'œil, τ_r est de l'ordre de 0,1 s
- pour une photodiode, τ_r est de 10^{-6} s
- pour une pellicule photo, τ_r est de l'ordre de 10^{-1} s à 10^{-2} s.

5.2 Intensité lumineuse

On appelle **intensité lumineuse** en un point M la puissance lumineuse moyenne reçue, δP, par unité de surface, δS, sur un capteur placé en M : $I(M) = \dfrac{\delta P}{\delta S}$

La lumière étant une onde électromagnétique, sa puissance découle du calcul du vecteur de Poynting d'où : $\vec{\Pi} = \dfrac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = c\varepsilon_0 E^2(M,t)\vec{n} = c\varepsilon_0 s^2(M,t)\vec{n}$

La puissance lumineuse moyenne reçue est donc proportionnelle à la valeur moyenne de l'amplitude lumineuse au carré, il en va de même pour l'intensité lumineuse.

Définition :

L'intensité lumineuse, I (en candela, Cd) est proportionnelle à la moyenne temporelle du carré de l'amplitude lumineuse au point M :

$$I(M) = K\left\langle s^2(M,t)\right\rangle \qquad (7)$$

Remarque :

En optique ondulatoire, on ne fait que comparer les intensités lumineuses en deux points, on ne détermine pas de valeur numérique de l'intensité lumineuse. La valeur de la constante K n'est donc pas utile à connaître. Elle est souvent prise égale à 1.

L'intensité lumineuse se met alors sous la forme pour une onde plane et K = 1 :

$$I(M) = \left\langle s^2(M,t)\right\rangle = \left\langle A^2(M)\cos^2\left(\omega t - \varphi(M)\right)\right\rangle = \frac{A_0^2}{2}$$

5.3 Facteur de contraste

Définition :

Le **contraste**, C, ou visibilité d'une figure est donné par le rapport :

$$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \qquad (8)$$

Remarque :

Le contraste est compris entre 0 et 1.