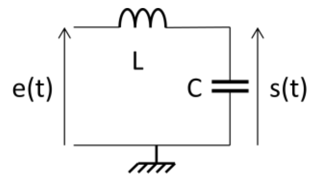
Oscillateurs

1 Retour sur l'oscillateur harmonique

1.1 Description



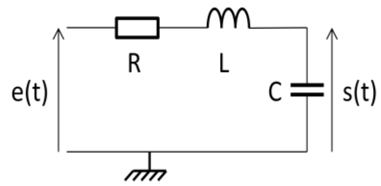
En électronique, l'oscillateur harmonique est le plus simplement réalisé d'une bobine d'inductance L et d'un condensateur de capacité C.

Son équation différentielle se met sous la forme suivante, ce qui donne une tension aux bornes du condensateur sinusoïdale.

$$\ddot{s}+\omega_0^2 s=0 \quad \Rightarrow \quad s(t)=A\cos(\omega_0 t)+B\sin(\omega_0 t) \quad avec \quad \omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Il est donc possible en théorie d'arriver à générer une tension périodique sinusoïdale à partir d'une alimentation continue. En pratique, ces deux composants ne sont pas parfaits et possède des résistances parasites, qui mènent donc à l'étude de l'oscillateur amorti.

1.2 Oscillateur amorti



On peut ici considérer que la bobine possède une résistance série non nulle, on va donc étudier un circuit RLC série.

Son équation différentielle se met sous la forme suivante, ce qui donne une tension aux bornes du condensateur qui dépend de la valeur des composants choisis. Cependant, pour une résistance faible, on peut supposer le facteur de qualité du circuit suffisamment important pour que l'on se trouve en régime pseudo-périodique.

$$\ddot{s}+\frac{\omega_0}{Q}\dot{s}+\omega_0^2 s=0 \quad avec \quad Q=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \quad \omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

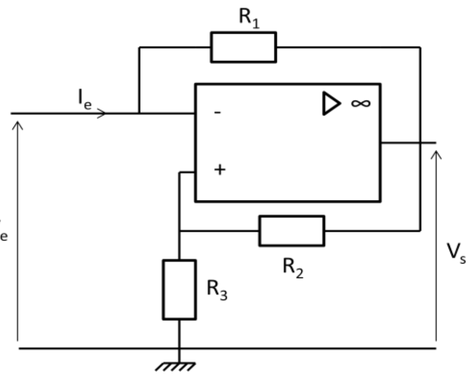
$$\Rightarrow \quad s(t)=e^{-\lambda t}\left(A\cos(\omega t)+B\sin(\omega t)\right) \quad avec \quad \lambda=\frac{\omega_0}{2Q} \quad \omega=\omega_0\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}$$

La tension est périodique et faiblement amortie. Pour éliminer totalement cet amortissement, il est nécessaire d'annuler la résistance totale R du circuit. Cela peut être réalisé par un dipôle équivalent à une résistance négative.

1.3 Oscillateur à résistance négative

1.3.1 Dipôle à résistance négative

Différents dipôles possèdent une partie de leur caractéristique (I,U) possédant une pente négative et peuvent donc être utilisés comme résistance négative. Nous allons ici étudier le cas d'un montage utilisant un amplificateur linéaire intégré idéal.

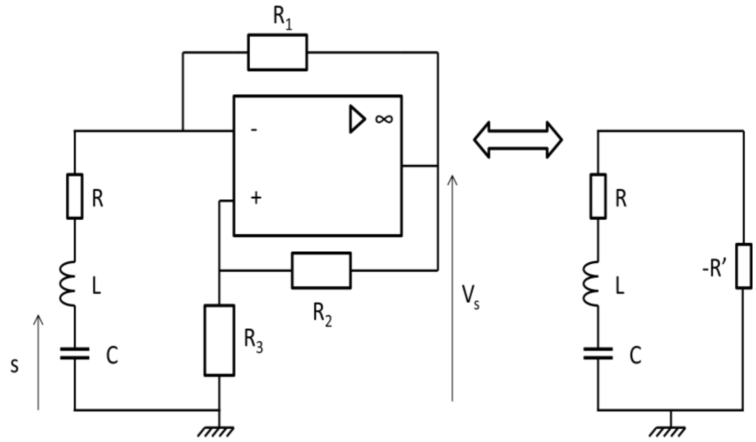


En régime linéaire :

$$\left|V_s\right| < V_{sat} \quad \Rightarrow \quad V_e - V_s = R_1 I_e \quad et \quad V^+ = \frac{R_3}{R_2 + R_3} V_s = V_e \quad \Rightarrow \quad V_e = -R_3 \frac{R_1}{R_2} I_e \quad \Rightarrow \quad I_e = -\frac{V_e}{R'}$$

1.3.2 Réalisation de l'oscillateur

On branche en série le circuit RLC et le dipôle à résistance négative.



L'équation différentielle dont la tension V_c est solution devient :

$$\ddot{s} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{s} + \omega_0^2 s = 0 \quad avec \quad Q = \frac{1}{R - R'}\sqrt{\frac{L}{C}} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} si\ R > R' \quad s(t) = e^{-\lambda t}\left(A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)\right) \quad avec \quad \lambda = \frac{\omega_0}{2Q} > 0 \quad \omega = \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \\ si\ R = R' \quad s(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t) \\ si\ R < R' \quad s(t) = e^{-\lambda t}\left(A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)\right) \quad avec \quad \lambda = \frac{\omega_0}{2Q} < 0 \quad \omega = \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \end{cases}$$

On peut donc envisager 3 cas :

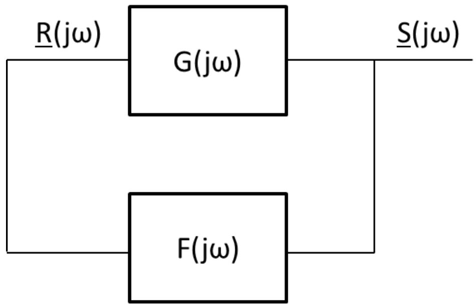
- si R > R' : la tension aux bornes de C s'amortit
- si R = R' : la résistance totale du circuit est nulle et la tension est une fonction sinusoïdale du temps (cas difficilement réalisable)
- si R < R' : l'amplitude des oscillations croît au cours du temps, la non-linéarité des composants limitera leur amplitude et la tension est une fonction créneau entre ± V_{sat}.

2 Oscillateur à réaction

2.1 Structure

Il s'agit d'un système bouclé qui génère un signal sinusoïdal en l'absence de signal d'entrée :

- la chaîne directe est constituée par un amplificateur (A), de fonction de transfert G(jω)
- la chaîne de retour est un filtre obtenu avec un quadripôle passif (B), de fonction de transfert F(jω)



2.2 Conditions d'oscillations

Ce signal est filtré par la chaîne de retour (ou réaction) qui délivre : $\underline{R} = F(j\omega)\underline{S}$

Le signal est ensuite amplifié par la chaîne directe (ou d'action) qui fournit le signal S' :

$$\underline{S}' = G(j\omega)\underline{R} = G(j\omega)F(j\omega)\underline{S}$$

L'entretien des oscillations, se traduit par S = S' soit : $\underline{s}\left(1 - G(j\omega)F(j\omega)\right) = 0$

Ceci impose : $G(j\omega)F(j\omega) = 1$ et donc les deux conditions suivantes (**conditions de Barkhausen**) :

$$\begin{cases} |G(j\omega)||F(j\omega)| = 1 \\ Arg\left[F(j\omega)\right] + Arg\left[G(j\omega)\right] = 2n\pi \quad n \in \mathbb{Z} \end{cases} \tag{1}$$

2.3 Démarrage des oscillations

Pour modéliser l'apparition du signal il faut considérer qu'à un instant donné il apparaît une micro-tension dans le circuit.

Si le système est stable, le régime libre est transitoire et le micro-signal disparaît

Si le système est instable, deux situations peuvent se présenter :

- on observe une saturation permanente (état stable, domaine non-linéaire)
- on observe des oscillations (domaine non-linéaire sans état stable).

Pour distinguer ces deux situations, il faut observer le gain du système bouclé en régime permanent.

En régime permanent ($\omega = 0$), on note G(0) et F(0) les gains en régime permanent des deux fonctions de transfert. On suppose l'état de saturation atteint, alors : $s(t) = S_{sat}$

On a donc après avoir effectué une boucle : $S'_{sat} = G(0)F(0)S_{sat}$

Le signal restera saturé si : $S'_{sat} \geq S_{sat} \quad \Rightarrow \quad G(0)F(0)S_{sat} \geq S_{sat} \quad \Rightarrow \quad G(0)F(0) \geq 1$

A contrario, un système instable oscillera si le gain de boucle en régime permanent satisfait la condition : $F(0)G(0) < 1$

2.4 Oscillations quasi-sinusoïdales

On considère un circuit dont :

- la chaîne d'action est un amplificateur de fonction de transfert : $G(j\omega) = G_0$

- la chaîne de retour est un passe-bande de fonction de transfert : $F(j\omega) = \dfrac{A_0}{1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$

Pour observer l'apparition des oscillations, il faut que $F(0)G(0) < 1$, ce qui est vérifié car F(0)=0.

Il faut aussi vérifier l'équation suivante : $\underline{S}\left(1-G(j\omega)F(j\omega)\right)=\underline{S}\left(1-\dfrac{G_0A_0}{1+Q\left(\dfrac{j\omega}{\omega_0}-\dfrac{\omega_0}{j\omega}\right)}\right)=0$

Ceci est équivalent à l'équation différentielle suivante : $\dfrac{1}{\omega_0^2}\dfrac{d^2s(t)}{dt^2}+\dfrac{1-G_0A_0}{Q}\dfrac{1}{\omega_0}\dfrac{ds(t)}{dt}+s(t)=0$

Pour obtenir l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique, il faut alors que : $G_0A_0=1$

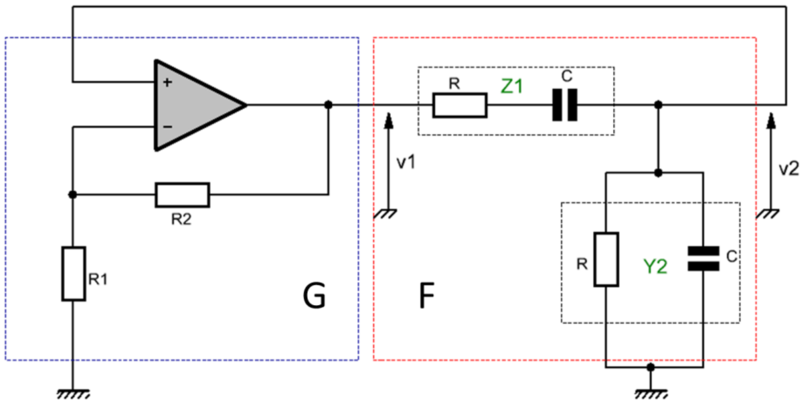
Soit G_0 l'amplification de la chaîne directe et A_0 l'amplification maximale du passe-bande et Q son facteur de qualité alors :
- la condition de démarrage des oscillations est $G_0A_0 > 1$
- la condition d'oscillations sinusoïdales est $G_0A_0 = 1$

Alors f_0, fréquence de résonance du filtre, est la fréquence des oscillations.

2.5 Exemple : oscillateur à pont de Wien

2.5.1 Schéma

L'oscillateur à pont de Wien est constitué d'un amplificateur non inverseur à amplificateur opérationnel et d'un filtre.



2.5.2 Filtre de Wien

On étudie dans un premier temps la chaine de retour où se trouve le filtre F.

$$F=\frac{1}{3+j\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)}=\frac{H_0}{1+jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)}\quad avec\quad \omega_0=\frac{1}{RC}\quad Q=\frac{1}{3}\quad H_0=\frac{1}{3}$$

2.5.3 Amplificateur

On étudie dans un second temps la chaine directe où se trouve l'amplificateur G. L'ALI est supposé idéal.

$$G=\frac{R_1+R_2}{R_1}$$

2.5.4 Oscillateur à pont de Wien

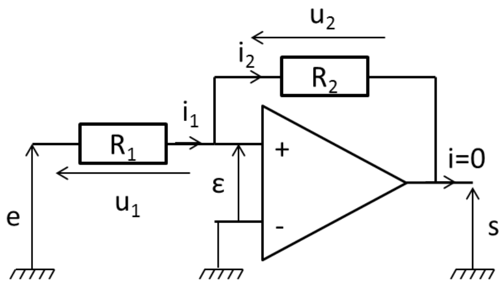
Les oscillations ne démarrent qu'à condition d'avoir : $1-H_0G_0\leq 0 \quad\Rightarrow\quad H_0G_0\geq 1$

3 Oscillateur à relaxation

Jusqu'à présent, nous avons vu des oscillateurs qui sous certaines conditions délivraient un signal sinusoïdal. Il existe d'autres oscillateur, qui oscille systématiquement, sans condition et délivrent des signaux créneau ou triangulaire : les oscillateurs à relaxation.

3.1 Retour sur le comparateur à hystérésis

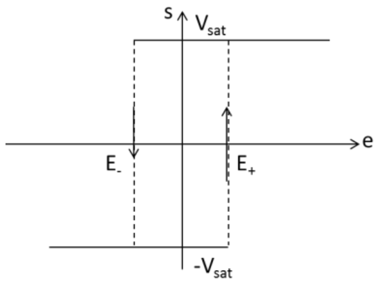
On raisonne sur le circuit suivant comparateur non-inverseur.



La caractéristique entrée-sortie d'un tel opérateur est donnée dans la figure suivante.

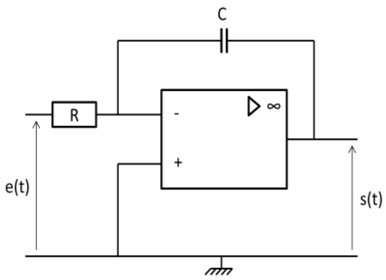
Deux seuils sont utilisés : $E_- \quad et \quad E_+$

- si $e \leq E_-$, la sortie du comparateur non inverseur est $-S_{sat}$
- si $e \geq E_+$, la sortie du comparateur non inverseur est S_{sat}
- si $E_- < e < E_+$, la sortie du comparateur non inverseur dépend de l'évolution antérieure du signal d'entrée, comme l'indique les flèches sur la caractéristique.



3.2 Retour sur l'intégrateur

Le schéma suivant représente un intégrateur dit « pur » basé sur l'utilisation d'un amplificateur linéaire intégré (ALI).



Pour un ALI idéal en régime linéaire, on a : $s = -RC\dfrac{de}{dt} \quad \Rightarrow \quad \underline{I}(j\omega) = \dfrac{\underline{S}}{\underline{E}} = -\dfrac{1}{jRC\omega}$

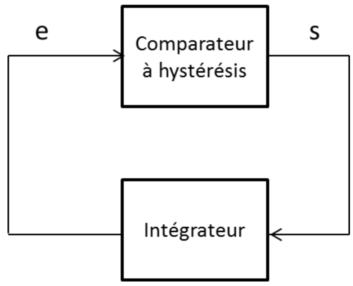
3.3 Structure de principe de l'oscillateur à relaxation

Un oscillateur à relaxation est un système bouclé qui comporte deux blocs :

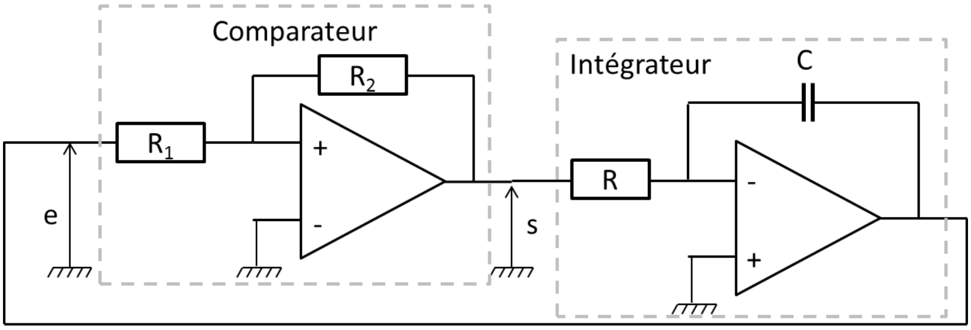
- un comparateur à hystérésis, élément non linéaire
- un intégrateur.

En sortie du comparateur les oscillations prennent une forme carrée et en sortie de l'intégrateur une forme triangulaire.

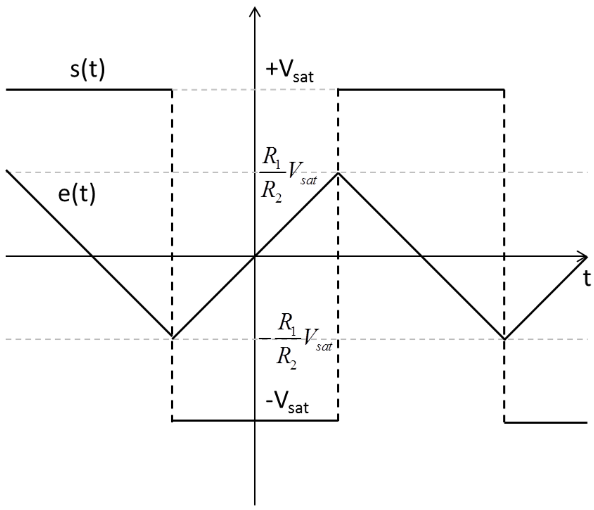
Le circuit global n'a donc ni entrée ni sortie, tout dépend de la forme du signal attendue.



3.4 Réalisation



Supposons un bruit dans notre montage comparateur. Ce faible signal est légèrement positif. La sortie du comparateur est alors égale à : $s = +V_{sat}$. L'intégrateur va alors intégrer cette valeur et donné en sortie un signal égal à : $e = -\frac{V_{sat}}{RC} + cte$. Cette tension est alors décroissante et diminue jusqu'à atteindre la valeur de seuil du comparateur $E_{-} = -\frac{R_1}{R_2}V_{sat}$. Alors le comparateur commute et fournit en sortie : $s = -V_{sat}$ qui est intégré en : $e = \frac{V_{sat}}{RC} + cte$ qui augmente jusqu'à la valeur seuil de $E_{+} = \frac{R_1}{R_2}V_{sat}$ pour laquelle le comparateur commute à nouveau.



Pour trouver la fréquence du signal, on peut calculer sa demi-période. Prenons le signal e(t) lorsqu'il décroit de $E_{+} = \frac{R_1}{R_2}V_{sat}$ à $E_{-} = -\frac{R_1}{R_2}V_{sat}$ avec une pente de $-\frac{V_{sat}}{RC}$. Alors :

$$\frac{V_{sat}}{RC} = \frac{E_{+} - E_{-}}{\frac{T}{2}} = \frac{2\frac{R_1}{R_2}V_{sat}}{\frac{T}{2}} = 4\frac{R_1}{R_2}\frac{V_{sat}}{T} \quad \Rightarrow \quad T = 4\frac{R_1}{R_2}RC \quad \Rightarrow \quad f = \frac{R_2}{4R_1RC}$$