Superposition d'ondes lumineuses

1 Superposition de deux ondes lumineuses

1.1 Superposition de deux ondes monochromatiques

On s'intéresse à deux sources ponctuelles (lumineuses en optique) notées S_1 et S_2 qui émettent des ondes planes monochromatiques de pulsations respectives ω_1 et ω_2.
Les déphasages φ_{02} et φ_{01} sont appelé déphasages initiaux des sources 1et 2.
Les deux signaux émis par les deux sources se propagent et atteignent le point M :

$$\begin{cases} s_1(M,t) = A_{01}\cos\left(\omega_1 t - \dfrac{2\pi}{\lambda_0}(S_1M) + \varphi_{01}\right) = A_{01}\cos\left(\omega_1 t - \varphi_1(M)\right) \\ s_2(M,t) = A_{02}\cos\left(\omega_2 t - \dfrac{2\pi}{\lambda_0}(S_2M) + \varphi_{02}\right) = A_{02}\cos\left(\omega_2 t - \varphi_2(M)\right) \end{cases}$$

La lumière étant une onde électromagnétique, on peut utiliser le théorème de superposition, l'onde résultante en M est donc : $s(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t)$

1.2 Formule de Fresnel

On s'intéresse alors à l'intensité lumineuse résultante en M (K est pris égal à 1) :

$$\begin{aligned} I(M) &= \langle s^2(M,t)\rangle = \langle s_1^2(M,t)\rangle + \langle s_2^2(M,t)\rangle + 2\langle s_1(M,t)s_2(M,t)\rangle \\ &= I_1(M) + I_2(M) + 2\langle s_1(M,t)s_2(M,t)\rangle \end{aligned}$$

On remarque donc que l'intensité lumineuse résultante est la somme des intensités lumineuses dues à chacune des sources si elles étaient allumées séparément et d'un troisième terme qui traduit le phénomène d'interférences.

$$\begin{aligned} \langle s_1(M,t)s_2(M,t)\rangle &= \langle A_{01}\cos(\omega_1 t - \varphi_1(M))A_{02}\cos(\omega_2 t - \varphi_2(M))\rangle \\ &= \underbrace{\left\langle \frac{A_{01}A_{02}}{2}\cos\left((\omega_1+\omega_2)t - (\varphi_1(M)+\varphi_2(M))\right)\right\rangle}_{=0} + \left\langle \frac{A_{01}A_{02}}{2}\cos\left((\omega_1-\omega_2)t + \varphi_2(M) - \varphi_1(M)\right)\right\rangle \\ &= \sqrt{I_1(M)I_2(M)}\left\langle \cos\left((\omega_1-\omega_2)t + \varphi_2(M) - \varphi_1(M)\right)\right\rangle \end{aligned}$$

L'intensité lumineuse résultante se met alors sous la forme :

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1(M)I_2(M)}\left\langle \cos\left((\omega_1-\omega_2)t + \varphi(M)\right)\right\rangle$$

$$avec \quad \varphi(M) = \varphi_2(M) - \varphi_1(M) = \frac{2\pi}{\lambda}\left\{(S_2M) - (S_1M)\right\} - \varphi_{02} + \varphi_{01}$$

L'intensité lumineuse résultante de deux sources lumineuses monochromatiques n'est pas toujours la somme de leurs deux intensités. Un terme supplémentaire, dit **d'interférences**, peut s'y rajouter. Sa valeur est déterminée par la différence de phase φ(M) entre les deux ondes au point M.

Remarque :

Le déphasage $\varphi(M)$ a donc deux origines : le déphasage à l'origine entre les deux sources et un déphasage supplémentaire du à la différence des temps de parcours entre les deux rayons.

1.3 Ondes incohérentes

Lorsque les ondes n'interfèrent pas entre elles, elles sont dites **incohérentes**. L'éclairement est la somme des éclairements de chacune des deux sources. Le terme d'interférences est nul.

$$I(M) = I_1 + I_2 \quad (1)$$

1.4 Cohérence des sources

Définition :
Deux sources sont dites **cohérentes**, lorsque l'intensité lumineuse résultante n'est pas la somme de leurs deux intensités, I_1 et I_2, il y a en plus un terme d'interférence.

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\left(\varphi(M)\right) \quad (2)$$

Propriété :
Deux sources cohérentes sont nécessairement **synchrones** : elles ont même pulsation.

Remarques :
Cette condition est nécessaire mais non suffisante.
Prenons deux sources laser émettant la même longueur d'onde, on n'observe pas le phénomène d'interférences. En effet, une source émet une multitude de sinusoïdes de durée finie, appelées trains d'onde. Ceux-ci ont des déphasages initiaux qui varient de manière aléatoire. Il faut que les deux intensités appartiennent au même train d'onde pour avoir un déphasage initial constant et donc pour que le phénomène d'interférences se produise. Il faut donc obtenir deux sources secondaires issues d'une même source. C'est le rôle d'un interféromètre.
De plus, un train d'onde a une durée finie. Ce train d'onde émis par une même source est séparé en deux dans l'interféromètre. Les deux trains d'onde résultant doivent ensuite se superposer pour qu'il y ait interférence. Sinon, au train d'onde suivant, la phase à l'origine aura changé.

Propriété :
Deux sources cohérentes doivent avoir un déphasage constant dans le temps.

Remarques :
La valeur moyenne de l'intensité lumineuse (valeur moyenne spatiale) est $I_1(M) + I_2(M)$, ce qui est conforme à la conservation de l'énergie. Le phénomène d'interférence change la répartition de l'énergie dans l'espace mais ne modifie pas l'énergie totale.

2 Superposition de deux ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles

2.1 Description du champ d'interférences

Définition :
Le **champ d'interférences** est le lieu des points M pouvant être atteints par les deux signaux. On parle aussi de zone de recouvrement des faisceaux.
L'éclairement va dépendre de la position du point M. A une valeur de φ(M) donnée, appelée **état d'interférences**, correspond une intensité lumineuse constante.
Le lieu des points M contigus de même intensité lumineuse, donc de même phase, est appelé **frange d'interférences**.

L'intensité lumineuse en M peut alors prendre toutes les valeurs entre : $\begin{cases} I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \\ I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \end{cases}$

L'intensité lumineuse est maximum si les deux ondes sont en phase : $\varphi(M) = 0[2\pi]$

On parle **d'interférences constructives** et de **franges brillantes**, ou claires, ou lumineuses.

L'intensité lumineuse est minimum si les deux ondes sont en opposition de phase : $\varphi(M) = \pi[2\pi]$

On parle **d'interférences destructives** et de **franges sombres**, ou foncées.

Remarque :

Dans le cas particulier où les deux ondes ont la même intensité lumineuse I_0(M), l'expression de l'intensité lumineuse devient : $I(M) = 2I_0\left(1+\cos\left(\varphi(M)\right)\right)$

Définition :

On appelle **différence de marche** au point M, δ(M), la longueur :

$$\delta(M) = \frac{\lambda_0}{2\pi}\varphi(M) = \delta_{géo}(M) + \delta_{\sup} = (S_2M) - (S_1M) + \delta_{\sup} \quad (3)$$

Remarque :

La différence de marche supplémentaire, $\delta_{\sup}$, inclut tous les déphasages qui ne dépendent pas de la géométrie. En particulier, elle inclut les déphasages initiaux dus aux sources. Or, ceux-ci sont la plupart du temps en phase : $\varphi_{01} = \varphi_{02} \quad \Rightarrow \quad \delta_{\sup} = 0$

Dans la suite, on prendra le terme δ_{sup} nul.

On peut comparer la différence de marche géométrique à la longueur d'un train d'onde. Pour qu'il y ait interférence, il faut en effet que : $\delta_{géo} \le L_c$ avec L_c : longueur d'un train d'on de.

Définition :

On appelle **ordre d'interférence** en M, p(M), le rapport :

$$p(M) = \frac{\varphi(M)}{2\pi} = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} \quad (4)$$

Propriété :

Dans le cas de franges brillantes, on a :

$$\varphi(M) = 0[2\pi] \quad \Leftrightarrow \quad \delta(M) = 0[\lambda_0] \quad \Leftrightarrow \quad p(M)\ est\ un\ entier$$

Dans le cas de franges sombres, on a :

$$\varphi(M) = \pi[2\pi] \quad \Leftrightarrow \quad \delta(M) = \frac{\lambda_0}{2}[\lambda_0] \quad \Leftrightarrow \quad p(M)\ est\ un\ demi-entier$$

2.2 Contraste d'une figure d'interférence

En remplaçant dans la formule du contraste, on obtient : $C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = 2\frac{\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$

Propriété :

On peut réécrire l'intensité lumineuse totale au point M sous la forme :

$$I(M) = (I_1 + I_2)\left(1 + C\cos\left(\varphi(M)\right)\right)$$

Remarque :

Dans le cas particulier où les deux ondes ont la même intensité lumineuse I_0(M), l'expression du contraste devient : $C = 1$

Pour obtenir un bon contraste, il faut donc avoir des intensités lumineuses des deux sources voisines.

2.3 Allure des franges d'interférences

On étudie les interférences produites à partir d'une source primaire ponctuelle, donnant naissance par un système optique approprié (interféromètre) à deux sources secondaires S_1 et S_2 mutuellement cohérentes. On suppose que le milieu est homogène d'indice égal à n.

On suppose de plus que les ondes ont la même pulsation, ω, et la même amplitude, A_0. Ainsi, chacune des sources produit séparément un éclairement égal à I_0 au point M. La différence de marche supplémentaire est nulle. Ainsi, l'intensité lumineuse du champ d'interférence se met sous la forme : $I(M) = 2I_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta(M)\right)\right)$

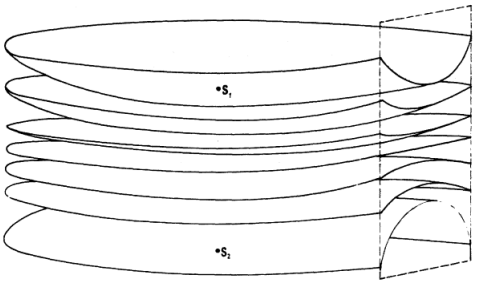
Les franges d'interférences sont le lieu des points M telles que δ(M) = constante, soit avec nos hypothèses : $\delta(M) = (S_2M) - (S_1M) = cte \quad \Leftrightarrow \quad n(S_2M - S_1M) = cte$

Il s'agit d'hyperboloïdes de révolution de foyers S_1 et S_2.

On ne peut pas donner l'allure générale de l'intersection de ces hyperboloïdes avec des plans. Il y a cependant deux cas particuliers :

- l'intersection avec un plan perpendiculaire à l'axe des sources secondaires (S_1S_2) : les franges brillantes sont alors des cercles
- l'intersection avec un plan parallèle à (S_1S_2) : les franges brillantes sont alors des hyperboles.

Dans les conditions habituelles des expériences d'optique (distances S_1S_2 petite devant la distance d'observation), ces hyperboles peuvent être assimilées à des droites.

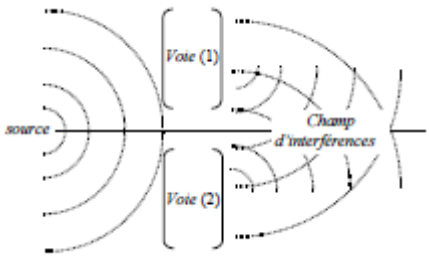


Définition :
On parle dans ce cas **d'interférences non localisées**, car elles existent dans tout le domaine de l'espace où les ondes issues de S_1et S_2 se superposent

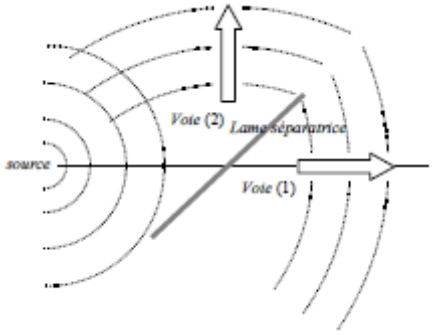
2.4 Deux types d'interféromètres

Afin de réaliser des interférences lumineuses, il faut faire appel à un dispositif qui permette de créer deux ou plusieurs ondes cohérentes entre elles : l'interféromètre. Il en existe deux types :

- Dispositif à division du front d'onde : Les deux ondes qui interfèrent sont donc issues d'une division géométrique de l'onde incidente issue de la source. Exemple : les fentes d'Young.
- Dispositif à division d'amplitude : Les deux ondes qui interférent sont donc issues d'une division énergétique de l'onde incidente issue de la source. Exemple : l'interféromètre de Michelson.



Division du front d'onde



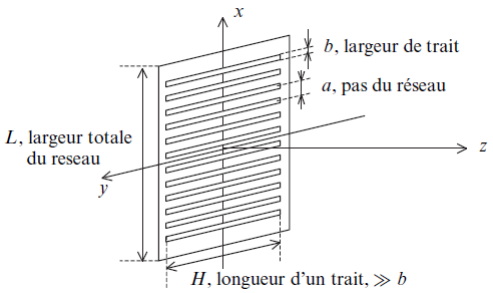
Division d'amplitude

3 Superposition de *N* ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles

3.1 Réseau de diffraction

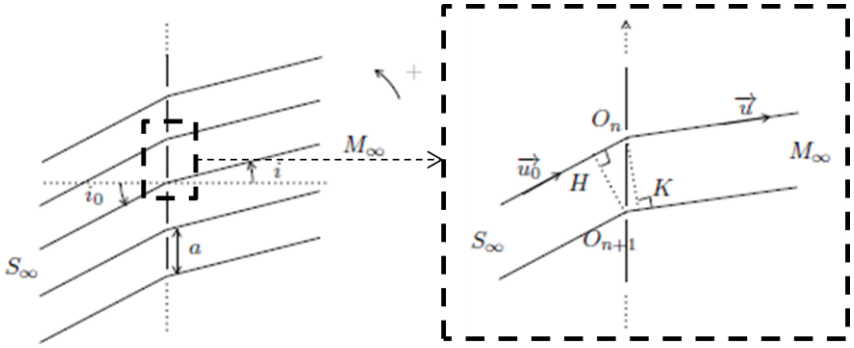
3.1.1 Définition

Un **réseau** est constitué par la répétition périodique d'un motif diffractant, comme par exemple une fente. La période spatiale est appelée **pas du réseau**, a.
Le pas du réseau est souvent donné en nombre de traits par millimètre : n = 1/a.



3.2 Formule des réseaux par transmission

On suppose le réseau éclairé par une source monochromatique, de longueur d'onde λ_0. Les rayons éclairent le réseau sont issus d'une même source et sont donc cohérents entre eux. Ainsi, l'amplitude diffractée par le réseau à l'infini résulte des interférences entre les rayons issus de tous les motifs éclairés : on parle **d'interférences à N ondes**.
On considère une source ponctuelle à l'infini, on note i_0 l'angle d'incidence qui repère la direction de la source. On observe à l'infini, on repère par i la direction du point d'observation M. On se place dans un milieu d'indice n.



Pour trouver la formule de l'intensité lumineuse arrivant sur l'écran placé après le réseau, il faut donc calculer la différence de marche entre deux rayons successifs.

$$\delta = (SM)_2 - (SM)_1 = (SO_{n+1}) + (O_{n+1}K) + (KM) - (SH) - (HO_n) - (O_nM)$$

Or, H et O_{n+1} se trouve sur la même surface d'onde, de même pour O_n et K :

$$\delta = (O_{n+1}K) - (HO_n) = a\sin i - a\sin i_0 = a(\sin i - \sin i_0)$$

Pour que la lumière diffractée dans une direction i soit observable, il faut que les interférences entre les ondes issues de deux motifs successifs soient constructives.

On obtient donc la **formule des réseaux**, qui nous donne la valeur de l'angle d'émergence, i_p, du réseau pour une frange brillante en fonction de l'angle d'incidence, i_0 , et de l'ordre d'interférence p entier :

$$a(\sin i_p - \sin i_0) = p\lambda_0 \quad p \in \mathbb{Z} \qquad (5)$$

La répartition d'intensité est tracée en fonction de cette différence de marche. On remarque que la position des maxima est indépendante de N, ils correspondent à p entier.
De plus, on peut montrer que les maxima sont d'autant plus fins que N est grand.

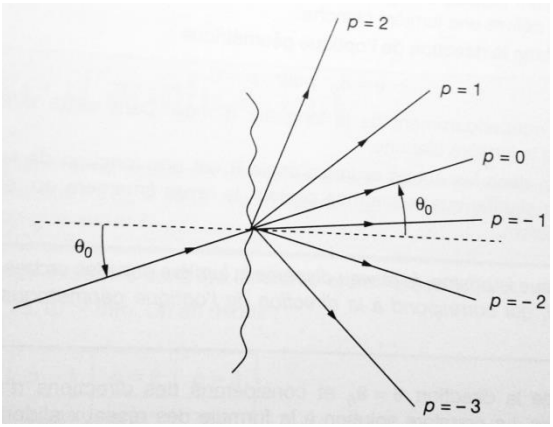
3.3 Dispersion d'un réseau

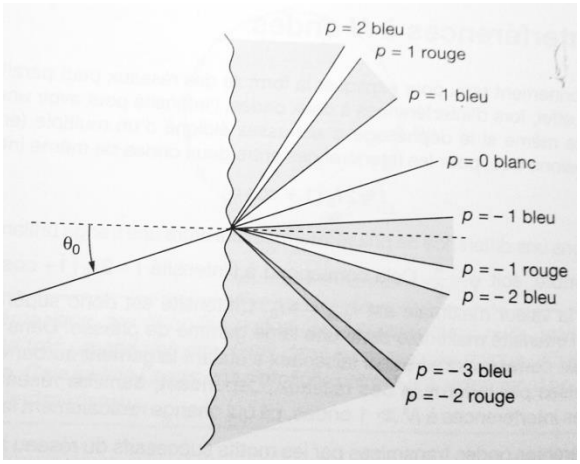
3.3.1 Ordre 0

Prenons l'ordre d'interférence p = 0, cette solution est dans la direction de l'optique géométrique (non déviée), elle ne dépend pas de la longueur d'onde : $\sin i_p = \sin i_0 \quad \Rightarrow \quad i_p = i_0$

3.3.2 Ordre p

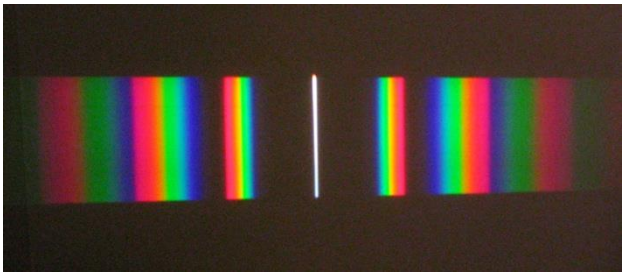
Les autres solutions dépendent de la longueur d'onde. Le réseau est dispersif. On va ainsi parler de "la raie d'ordre p" afin de distinguer les différentes raies observées correspondant aux différentes valeurs de p. Ce sont les plus grands longueurs d'onde qui sont le plus déviées.

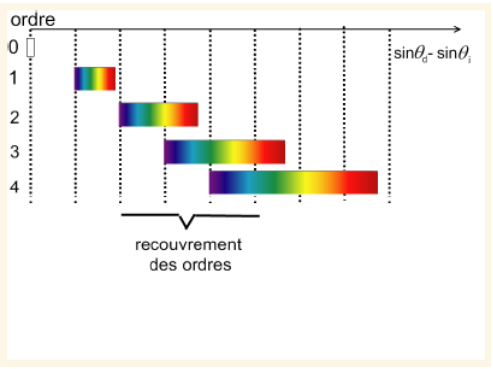




3.3.3 Cas de la lumière blanche

Pour l'ordre 0, on obtiendra une raie blanche, puis à partir de l'ordre 1, la lumière blanche sera dispersée avec dans l'ordre du bleu (longueur d'onde plus faible) au rouge (longueur d'onde plus élevée). Il peut arriver que les différents ordres se recouvrent, c'est-à-dire qu'un ordre commence alors que le précédent n'est pas achevé.





Un réseau peut donc être utilisé en tant que spectromètre ou spectroscope, c'est-à-dire pour mesurer les longueurs d'onde composant un rayonnement.