

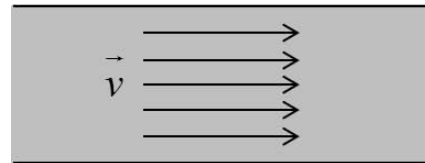
Énergétique des fluides en écoulement laminaire stationnaire dans une conduite

1 Fluides parfaits, fluides newtoniens

1.1 Fluide parfait

Définition :

On considère un **fluide parfait** s'il est possible de choisir un profil de vitesse uniforme au sein d'une section du fluide. Ainsi, le fluide glisse sur les parois de la conduite, il n'y a aucune adhérence.



Remarques :

La vitesse est donc tangentielle à la paroi.

Seules les forces de pression interviennent au sein du fluide.

1.2 Fluide newtonien et viscosité

Dans un fluide newtonien :

La vitesse du fluide au contact de la paroi est égale à celle de la paroi.

Remarque :

Si le fluide n'est pas parfait, il est alors **visqueux**. Il y aura donc, en plus des forces surfaciques de pression, des forces surfaciques de cisaillement qui interviendront au sein du fluide.

La force élémentaire $\vec{dF}$, appelée **force de cisaillement**, qu'exerce une couche de fluide de surface élémentaire dS sur une couche de fluide située juste au-dessous de même surface se met sous la forme :

$$\vec{dF} = \eta \frac{\partial v_x}{\partial z} dS \vec{u}_x \quad (1)$$

avec η la viscosité dynamique du fluide en $\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$ ou Pa.s ou encore Pl (poiseuille).

Remarques :

Fluide parfait : viscosité nulle

Fluide newtonien : viscosité a priori fonction de la température et de la pression, mais indépendante

du taux de cisaillement $\frac{\partial v_x}{\partial z}$

Viscosité en général plus faible pour un gaz que pour un liquide

Ordres de grandeur de viscosité :

- $\eta(\text{air à } 15^\circ\text{C}) = 1,8.10^{-5} \text{ Pl}$
- $\eta(\text{eau à } 20^\circ\text{C}) = 1,0.10^{-3} \text{ Pl}$
- $\eta(\text{huile pour moteur à } 40^\circ\text{C}) \approx 0,1 \text{ Pl}$

1.3 Viscosité et irréversibilité

Viscosité d'un fluide implique irréversibilité des écoulements de ce fluide. La viscosité dissipe l'énergie cinétique de l'écoulement et la transforme en énergie thermique.

2 Bilan de grandeurs énergétiques extensives

2.1 Surface et volume de contrôle

Définition :

Une **surface de contrôle** est une surface fermée, nommée Σ , fixe dans le référentiel d'étude et qui s'appuie sur deux sections d'entrée et de sortie, S_e et S_s , respectivement reliées par des lignes de courants. L'intérieur de Σ est lui appelé **volume de contrôle**.

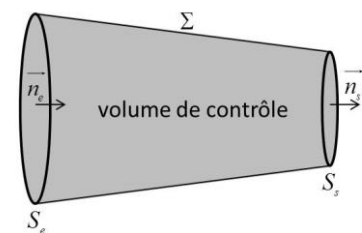
Remarque :

Dans le cas d'un écoulement dans une conduite, on choisira en général une surface de contrôle qui épouse les parois.

Propriété :

Cette surface de contrôle délimite un **système** dit **ouvert**, car il peut échanger de la matière avec l'extérieur. Sa section d'entrée S_e est traversée par le fluide avec un débit entrant D_{me} , tandis que sa section de sortie S_s sera traversée par le fluide avec un débit sortant D_{ms} . Les normales des sections seront orientées dans le sens d'écoulement du fluide, comptant ainsi positivement les débits précédents. En régime stationnaire, on obtient l'**égalité des débits** : $D_{me} = D_{ms} = D_m$

tube de courant = surface de contrôle



2.2 Conservation de l'énergie mécanique

Bilan d'énergie mécanique, sans prendre en compte les aspects thermodynamiques, sur un système fermé Σ' :

A l'instant t , on définit un système Σ' comprenant :

- le fluide contenu dans Σ à l'instant t
- la masse élémentaire de fluide $dm = D_m dt$ qui va pénétrer dans Σ pendant la durée dt suivante, cette portion de fluide est notée Σ_e .

Σ' est donc la réunion de Σ et Σ_e .

A l'instant $t+dt$, on définit un système Σ' comprenant :

- le fluide contenu dans Σ à l'instant $t+dt$
- la masse élémentaire de fluide $dm = D_m dt$ qui va sortir de Σ pendant la durée dt , cette portion de fluide est notée Σ_s . Cette masse correspond exactement à celle entrée dans Σ en régime stationnaire.

Σ' est donc la réunion de Σ et Σ_s .

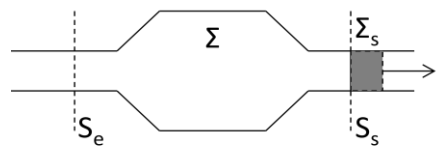
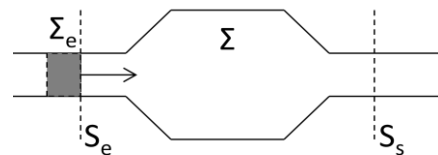
Variation **d'énergie mécanique macroscopique** dans Σ' en prenant en compte :

- l'énergie cinétique de l'écoulement : $E_c = \frac{1}{2}mv^2$
- l'énergie potentielle de pesanteur : $E_{pp} = mgz$

A l'instant t , l'énergie mécanique du système Σ' : $E_{m,\Sigma'}(t) = E_{m,\Sigma}(t) + \frac{1}{2}dmv_e^2 + dm g z_e$

A l'instant $t+dt$, l'énergie mécanique du système Σ' :

$$E_{m,\Sigma'}(t+dt) = E_{m,\Sigma}(t+dt) + \frac{1}{2}dmv_s^2 + dm g z_s$$



Régime stationnaire, donc : $E_{m,\Sigma}(t+dt) = E_{m,\Sigma}(t)$

Variation d'énergie mécanique dans Σ' :

$$dE_{m,\Sigma'} = E_{m,\Sigma'}(t+dt) - E_{m,\Sigma'}(t) = \frac{1}{2}dmv_s^2 + dm g z_s - \frac{1}{2}dmv_e^2 - dm g z_e \Rightarrow$$

$$dE_{m,\Sigma'} = D_m dt \left(\left(\frac{1}{2}v_s^2 + g z_s \right) - \left(\frac{1}{2}v_e^2 + g z_e \right) \right)$$

Sous forme de puissance : $P_{m,\Sigma'} = D_m \left(\left(\frac{1}{2}v_s^2 + g z_s \right) - \left(\frac{1}{2}v_e^2 + g z_e \right) \right)$

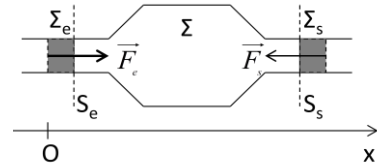
2.3 Bilan d'énergie pour un fluide parfait

La variation d'énergie mécanique précédemment étudiée peut être due à plusieurs causes :

- le **travail des forces pressantes** δW_p exercées par les fluides en amont et en aval de Σ'

Les forces de pression en amont et aval du système Σ' sont données par : $\vec{F}_e = P_e S_e \vec{u}_x$ et $\vec{F}_s = -P_s S_s \vec{u}_x$

Le travail élémentaire dû aux forces de pression reçu par Σ' est donc donné par : $\delta W_p = \vec{F} \cdot d\vec{l} = P_e S_e v_e dt - P_s S_s v_s dt$



- le travail δW_f dû à l'action du fluide ou de la conduite sur le pourtour du tube de courant.

Pour un fluide parfait : $\delta W_f = 0$

- le travail δW_d dû à d'éventuels processus intérieurs à l'écoulement, phénomènes de dissipation (viscosité, transferts thermiques,...). Pour un fluide parfait : $\delta W_d = 0$

- le travail dû à un élément actif δW_i , comme une pompe, que l'on appelle **travail indiqué**. Il représente la somme des travaux autres que ceux des forces de pression d'admission et de refoulement. Il est en général dû à la présence de parties mobiles dans la conduite ou la machine. Ce travail est en général renseigné sur l'élément actif sous forme d'une puissance indiquée Ψ_i avec : $\delta W_i = w_i dm = \Psi_i dt$ où w_i est le travail massique indiqué.

En reprenant le bilan d'énergie mécanique établi précédemment, cela nous donne :

$$dE_{m,\Sigma'} = \delta W_p + \delta W_i \Rightarrow D_m dt \left(\left(\frac{1}{2}v_s^2 + g z_s \right) - \left(\frac{1}{2}v_e^2 + g z_e \right) \right) = (P_e S_e v_e - P_s S_s v_s) dt + \Psi_i dt$$

Le même bilan sous forme de puissance donne :

$$D_m \left(\left(\frac{1}{2}v_s^2 + g z_s \right) - \left(\frac{1}{2}v_e^2 + g z_e \right) \right) = (P_e S_e v_e - P_s S_s v_s) + \Psi_i$$

2.4 Relation de Bernoulli

Dans le cas d'un **fluide incompressible**, travail des forces pressantes sous la forme :

$$\delta W_p = (P_e S_e v_e - P_s S_s v_s) dt = \left(\frac{P_e}{\mu} - \frac{P_s}{\mu} \right) D_m dt$$

Ce qui donne le bilan d'énergie suivant :

$$D_m dt \left(\left(\frac{1}{2}v_s^2 + g z_s \right) - \left(\frac{1}{2}v_e^2 + g z_e \right) \right) = \left(\frac{P_e}{\mu} - \frac{P_s}{\mu} \right) D_m dt + w_i D_m dt$$

Expression utilisant des grandeurs massiques : $\left(\frac{1}{2}v_s^2 + g z_s + \frac{P_s}{\mu} \right) - \left(\frac{1}{2}v_e^2 + g z_e + \frac{P_e}{\mu} \right) = w_i$

Pour un travail massique indiqué nul : $\frac{P_s}{\mu} + \frac{1}{2}v_s^2 + gz_s = \frac{P_e}{\mu} + \frac{1}{2}v_e^2 + gz_e$

Dans un référentiel galiléen dont l'axe (Oz) est vertical ascendant, lorsqu'un écoulement est parfait, stationnaire, homogène et incompressible et lorsque les seules forces volumiques sont celles de pesanteur, considérées uniformes, la **relation de Bernoulli** s'écrit :

$$P + \frac{1}{2}\mu v^2 + \mu gz = cte \quad (2)$$

3 Perte de charge

Pertes de charge : manière de caractériser l'écart à l'idéalité de l'écoulement dans une conduite.

On restera dans le cas où la puissance indiquée est donc toujours nulle.

3.1 Définition

Définition :

On définit la **perte de charge** en Pa par la différence entre ces deux termes homogène à une pression :

$$\Delta P_C = \left(P_e + \frac{1}{2}\mu v_e^2 + \mu gz_e \right) - \left(P_s + \frac{1}{2}\mu v_s^2 + \mu gz_s \right) \quad (3)$$

Remarque :

Expression en m homogène à une altitude : $\Delta z_C = \left(\frac{P_e}{\mu g} + \frac{1}{2g}v_e^2 + z_e \right) - \left(\frac{P_s}{\mu g} + \frac{1}{2g}v_s^2 + z_s \right) = \frac{\Delta P_C}{\mu g}$

La perte de charge est donc liée à une dissipation d'énergie mécanique.

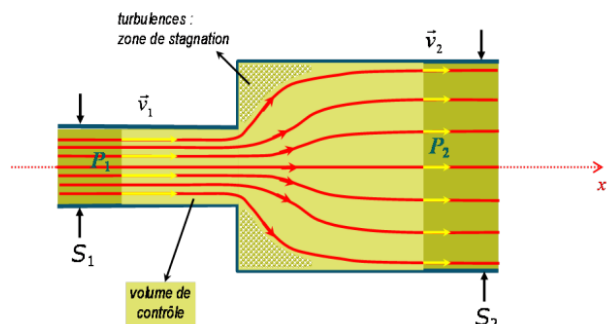
3.2 Perte de charge régulière

Définition :

Une perte de charge est dite **régulière** lorsqu'elle est définie pour un tronçon de conduite parcouru par un fluide incompressible, en régime stationnaire. Elle dépend de la nature du fluide, du matériau de la conduite, de la géométrie de celle-ci et des propriétés de l'écoulement.

3.3 Perte de charge singulière

Contrairement à la perte de charge régulière qui se répartit tout au long d'une conduite, les **pertes de charge singulières** apparaissent de manière localisée, sur des coudes, des raccords entre canalisation de sections différentes, des bifurcations.



3.4 Comment calculer une perte de charge en pratique

Pour une conduite de section circulaire de diamètre D séparés d'une longueur L, on utilise les formules suivantes :

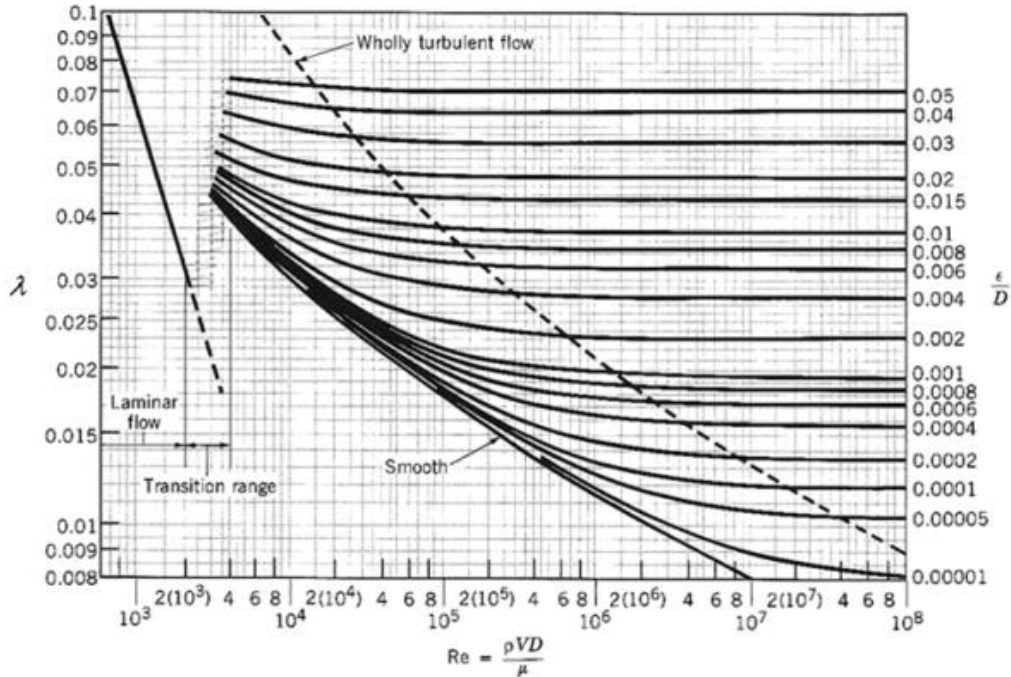
- Cas d'une perte de charge régulière (formule de Darcy)

$$\frac{\Delta P}{L} = \lambda \frac{\mu v^2}{2D} \quad \text{ou} \quad \frac{\Delta h}{L} = \lambda \frac{v^2}{2gD} \quad \text{où } \lambda \text{ est le coefficient de perte de charge sans dimension dont la}$$

valeur dépend du nombre de Reynolds $Re = \frac{\mu UD}{\eta}$ et éventuellement de la rugosité relative ε_r de la

conduite : rapport entre la rugosité ε et le diamètre D de la conduite : $\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{D}$.

Le plus simple est d'utiliser le diagramme de Moody ci-dessous :



- Cas d'une perte de charge singulière

Elles sont quadratiques en vitesse et données par les relations : $\Delta P = K \frac{\mu v^2}{2}$ ou $\Delta h = K \frac{v^2}{2g}$ où K

est le coefficient de perte de charge singulière sans dimension. Il dépend essentiellement de la nature de la singularité et plus faiblement du Re .

4 Bilans thermodynamiques

4.1 Premier principe pour un système ouvert

Au bilan énergétique réalisé précédemment, il faut **rajouter l'énergie interne**, on écrit alors le premier principe pour le système fermé Σ' .

A l'instant t , énergie totale du système Σ' :

$$U_{\Sigma'}(t) + E_{m,\Sigma'}(t) = U_{\Sigma}(t) + E_{m,\Sigma}(t) + dm u_e + dm e_{c,e} + dm g z_e$$

A l'instant $t+dt$, énergie totale du système Σ' :

$$U_{\Sigma'}(t+dt) + E_{m,\Sigma'}(t+dt) = U_{\Sigma}(t+dt) + E_{m,\Sigma}(t+dt) + dm u_s + dm e_{c,s} + dm g z_s$$

Régime stationnaire, donc : $U_{\Sigma}(t+dt) + E_{m,\Sigma}(t+dt) = U_{\Sigma}(t) + E_{m,\Sigma}(t)$

Variation d'énergie totale dans Σ' : $dU_{\Sigma'} + dE_{m,\Sigma'} = dm u_s - dm u_e + dm e_{c,s} + dm g z_s - dm e_{c,e} - dm g z_e$

Premier principe de la thermodynamique : $dU_{\Sigma'} + dE_{m,\Sigma'} = \delta W_p + \delta Q + \delta W_i$

Avec : - δW_p : le **travail des forces pressantes** exercées par les fluides en amont et en aval de Σ'
 - δQ : le **transfert thermique** de l'extérieur vers l'intérieur du système, à travers les parois
 avec $\delta Q = q_e dm = \Phi dt$ où q_e est le transfert thermique massique et Φ la puissance thermique
 - δW_i : le **travail indiqué**

Sous forme massique : $u_s - u_e + e_{c,s} - e_{c,e} + gz_s - gz_e = \left(\frac{P_e}{\mu_e} - \frac{P_s}{\mu_s} \right) + q_e + w_i$

Equation réécrite avec l'**enthalpie** : $h = u + \frac{P}{\mu}$: $h_s - h_e + e_{c,s} - e_{c,e} + gz_s - gz_e = q_e + w_i$

Dans un référentiel galiléen dont l'axe (Oz) est vertical ascendant, lorsqu'un écoulement est stationnaire et homogène et lorsque les seules forces volumiques sont celles de pesanteur, considérées uniformes, le **premier principe pour un système ouvert** à une entrée et une sortie s'écrit :

$$\Delta h + \Delta e_c + \Delta(gz) = w_i + q_e \quad (4)$$

4.2 Deuxième principe pour un système ouvert

Bilan d'entropie sur le système fermé Σ' , entre les instants t et t+dt :

A l'instant t, entropie du système Σ' : $S_{\Sigma'}(t) = S_{\Sigma}(t) + dms_e$

A l'instant t+dt, entropie du système Σ' : $S_{\Sigma'}(t+dt) = S_{\Sigma}(t+dt) + dms_s$

Régime stationnaire, donc : $S_{\Sigma}(t+dt) = S_{\Sigma}(t)$

Variation d'entropie dans Σ' : $dS_{\Sigma'} = S_{\Sigma'}(t+dt) - S_{\Sigma'}(t) = dm(s_s - s_e)$

Deuxième principe de la thermodynamique : $dS_{\Sigma'} = \delta S_{ech} + \delta S_{créé}$

On introduit les entropies massiques échangées s_{ech} , qui rend compte des échange thermique à travers la frontière, et créées $s_{créé}$, qui rend compte des irréversibilités.

Dans un référentiel galiléen, lorsqu'un écoulement est stationnaire et homogène, le **second principe pour un système ouvert** à une entrée et une sortie s'écrit :

$$\Delta s = s_{ech} + s_{créé} \quad (5)$$

Remarque :

On retrouve alors un deuxième principe similaire aux systèmes fermés.

4.3 Ordres de grandeur

Exemple :

L'énergie thermique nécessaire pour vaporiser un kg d'eau sous pression usuelle ≈ 2200 kJ.

Pour atteindre une valeur comparable :

- avec l'énergie cinétique, il faut une vitesse de 2.10^3 m.s^{-1}
- avec l'énergie potentielle de pesanteur, il faut une dénivellation de 200 km

Dans la plupart des cas usuels, les énergies cinétiques et potentielles seront négligeables.

Exceptions : - usine hydroélectrique, on va utiliser l'énergie potentielle de pesanteur
 - tuyère de réacteur, on va utiliser l'énergie cinétique