

Devoir maison 1

Instructions générales

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction. La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points. Les divers problèmes sont indépendants. Les diverses parties peuvent être traitées dans l'ordre choisi par le candidat. Le candidat prendra soin de bien numéroter les questions.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les résultats numériques peuvent être donnés sous forme approchée.

Cavitation (lien : <http://www.mecaflux.com/cavitation.htm>)

Il est possible de faire évaporer un liquide, sans varier sa température, en abaissant la pression ambiante au-dessous de la pression de vapeur saturante.

Lorsque l'on aspire un liquide dans un conduit on crée une dépression, si cette baisse de pression fait descendre la pression du liquide au-dessous de sa pression de vapeur saturante, le liquide se met en ébullition. On appelle ce phénomène la cavitation. Cette dépression vaporisant l'eau est atteinte lorsque l'on veut aspirer une colonne d'eau avoisinant les 10 mètres, l'eau se vaporise et libère du gaz qui comble la dépression, il est ainsi impossible de pomper à plus de 8-10 mètres de profond en aspirant.

Il faut donc pomper le fluide par refoulement, et placer la pompe dans le fond du puits... Ces baisses de pressions au-dessous de la pression de vapeur saturante peuvent être très localisées par exemple dans les zones rétrécies de dispositif de pompage : Bernoulli nous dit que l'accélération du fluide génère une baisse de pression..... La cavitation est une formation de bulles de vapeur due à une baisse de pression.

En se formant ces bulles augmentent le volume de fluide présent dans la zone de basse pression ce qui a pour effet d'augmenter la pression en certains endroits où la bulle de gaz se condense violemment en implosant. Les chocs créés par l'éclatement des bulles détruisent les parois des organes en contact avec le fluide. Une pompe qui cavite s'use rapidement.

A 2006 PHYS. I PSI

ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES,
ÉCOLES NATIONALES SUPÉRIEURES DE L'AÉRONAUTIQUE ET DE L'ESPACE,
DE TECHNIQUES AVANCÉES, DES TÉLÉCOMMUNICATIONS,
DES MINES DE PARIS, DES MINES DE SAINT-ÉTIENNE, DES MINES DE NANCY,
DES TÉLÉCOMMUNICATIONS DE BRETAGNE,
ÉCOLE POLYTECHNIQUE (FILIERE TSI)

CONCOURS D'ADMISSION 2006

PREMIERE ÉPREUVE DE PHYSIQUE

Filière PSI

(Durée de l'épreuve : 3 heures)

L'usage de la calculatrice est autorisé

Sujet mis à disposition des concours : ENSTIM, INT, TPE-EIVP

Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente sur la première page de la copie :

PHYSIQUE I - PSI

L'énoncé de cette épreuve comporte 8 pages.

- Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.
- Il ne faudra pas hésiter à formuler les commentaires (incluant des considérations numériques) qui vous sembleront pertinents, même lorsque l'énoncé ne le demande pas explicitement. Le barème tiendra compte de ces initiatives ainsi que des qualités de rédaction de la copie.

Notations : vecteur $\rightarrow \mathbf{A}$ (gras) ; norme du vecteur $\mathbf{V} \rightarrow V$ (italique) ; vecteur unitaire $\rightarrow \hat{\mathbf{a}}$.

ÉNERGIE HYDRAULIQUE

On étudie le principe de fonctionnement d'une microcentrale hydraulique. Ce type de centrale permet une production souple et une adaptation rapide en période de pointe.

L'épreuve comprend trois problèmes indépendants entre eux, et que l'on pourra traiter dans l'ordre de son choix.

Dans toute l'épreuve, *exprimer* signifie donner l'expression littérale et *calculer* signifie donner la valeur numérique.

Description

La centrale est alimentée par une conduite d'eau cylindrique de diamètre constant D , dite *conduite forcée*, issue du barrage (Fig. 1). La capacité de ce barrage est suffisamment importante pour que l'on considère l'eau qu'il contient comme immobile. L'extrémité aval de la conduite, notée A, est reliée à une tubulure de section décroissante, appelée *injecteur*.

L'axe vertical repérant l'altitude z est orienté vers le haut. L'altitude du point A est, par convention, nulle ; on note H la dénivellation entre la surface libre de l'eau et l'axe de l'injecteur et h la différence de niveau entre l'entrée de la

conduite et la sortie, en A (la différence de niveau entre la surface libre et l'entrée de la conduite est donc $h' = H - h$). L'eau est considérée comme un fluide parfait, incompressible et de masse volumique μ ; elle sort de l'injecteur à l'air libre, sous la pression atmosphérique P_0 , supposée indépendante de l'altitude. Le jet est cylindrique d'axe horizontal et de section circulaire de diamètre D dans la conduite puis d dans l'injecteur. Ce jet frappe la turbine et l'anime d'un mouvement de rotation. On considère les écoulements comme permanents et irrotationnels. On néglige tout frottement. On néglige les variations avec l'altitude de l'accélération de la pesanteur g .

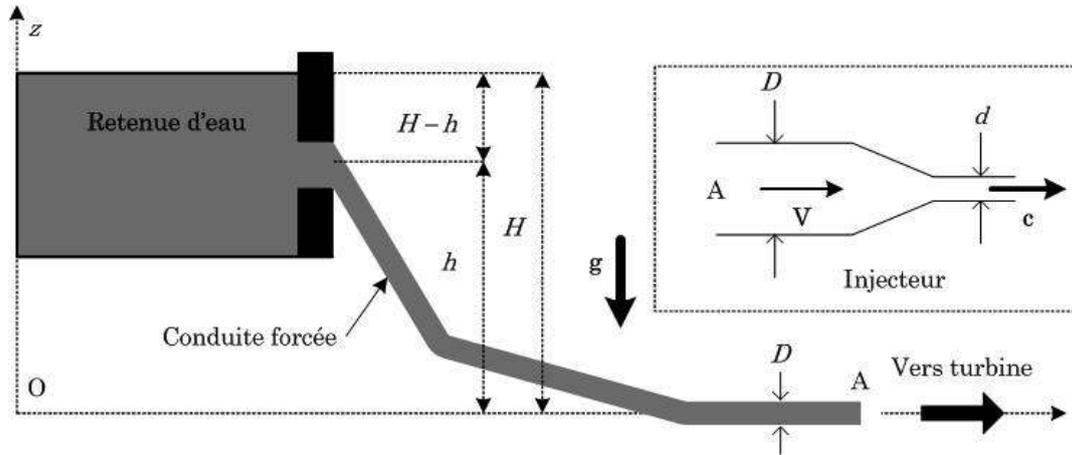
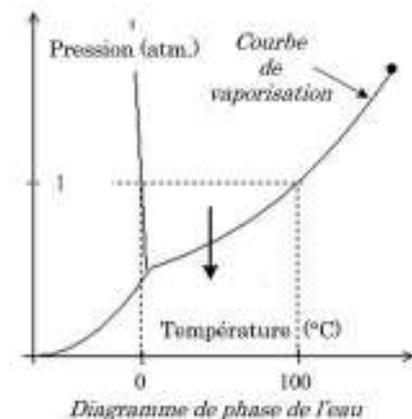


Fig. 1 - Retenue et conduite forcée pour installation hydroélectrique. L'injecteur, en A, est schématisé dans le rectangle en pointillés.

Données : $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$, $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$, $D = 60 \text{ cm}$, $H = 300 \text{ m}$ et $\mu = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$.

I – Conduite forcée

□ 1 – Dans cette question — et dans cette question seulement — on suppose que l'extrémité aval de la conduite n'est pas reliée à l'injecteur ; l'eau sort à l'air libre au point A. En justifiant l'utilisation de la relation de Bernoulli entre le point A et un point quelconque de la canalisation et en considérant la conservation du débit, exprimer la pression $P_1(z)$ à l'intérieur de la conduite sous la forme



$$P_1(z) = P_0 \left(1 - \frac{z}{z_0} \right), \text{ avec } z_0 = \frac{P_0}{\mu g}.$$

Calculer z_0 .

La pression de vapeur saturante de l'eau à la température ambiante est $P_{\text{sat}} \approx 3 \times 10^3 \text{ Pa}$.

Montrer qu'au-delà d'une certaine altitude, à préciser, ce modèle de pression n'est plus applicable. Le phénomène qui intervient alors (cavitation) engendre toutes

sortes de perturbation (attaque des matériaux, bruits ...).

□ 2 – Pour pallier cet inconvénient, on visse en A sur la partie finale horizontale de la conduite un injecteur (encart de la Fig. 1) de section décroissante et de diamètre de sortie $d < D$. Montrer que la vitesse en sortie de l'injecteur, notée c , est $c = \sqrt{2gH}$ (relation de Torricelli). Calculer c .

Établir que la vitesse en A est $V = \left(\frac{d}{D}\right)^2 \sqrt{2gH}$.

□ 3 – Exprimer la pression $P_2(z)$ à l'intérieur de la conduite munie d'injecteur. On admet que l'entrée de la conduite est pratiquement à l'altitude H . Montrer que les phénomènes de cavitation disparaissent dans toute la conduite si d est inférieur à un certain d_0 dont on établira l'expression en fonction de D, P_0, H, g et μ . Vérifier que $d_0 \approx 26$ cm.

□ 4 – Le diamètre de sortie de l'injecteur est $d = 12$ cm. La vitesse du jet mesurée en sortie de l'injecteur est $c' = 74 \text{ m.s}^{-1}$. A quelle dénivellation, notée H' , cette vitesse correspondrait-elle ? Exprimer et calculer le *coefficient de contraction* $C_c = \frac{H'}{H}$. Donner quelques raisons de l'écart à l'unité de ce coefficient.

□ 5 – Exprimer et calculer le débit volumique q de l'injecteur *sans pertes*, puis le débit massique D_m (en litres par seconde) en fonction de d , de c et de μ . Exprimer et calculer la puissance cinétique *réelle* P_c du jet en sortie (énergie cinétique par unité de temps, pour la vitesse de sortie c' et le débit associé q').

□ 6 – Justifier que l'on nomme *puissance potentielle* la quantité $P_{pot} = \mu q g H$.

Exprimer et calculer le rendement de la conduite $\eta = \frac{P_c}{P_{pot}}$ en fonction de C_c .

II-Étude de la turbine Pelton

La turbine Pelton est constituée par une roue munie d'augets. Un auget Pelton est une sorte de double godet avec une cloison au milieu (penser à deux coquilles de noix contiguës), qui dédouble le jet en deux parties identiques (Fig. 2). Les deux parties s'écoulent latéralement. L'eau, en provenance d'un injecteur identique à celui du paragraphe précédent, est propulsée sur ces augets et met la roue en mouvement. La vitesse du jet d'eau, de section $s = \pi d^2/4$, est notée $\mathbf{c} = c\hat{\mathbf{x}}$. La section de chacun des deux demi-jets est $s' = s/2$. On néglige l'effet de la pesanteur sur les jets.

□ 7 – Quel intérêt y a-t-il à dédoubler le jet qui heurte l'auget ?

Le référentiel du laboratoire, $\{L\}$, est galiléen ; on note $\{L'\}$ le référentiel lié à l'auget frappé par le jet. La Fig. 3 présente schématiquement les paramètres de fonctionnement d'une turbine Pelton. Le rayon R du rotor est suffisamment grand



EPREUVE SPECIFIQUE – FILIERE MP

PHYSIQUE 1**Durée : 4 heures***Les calculatrices sont autorisées.*

* * *

NB : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

* * *

THERMODYNAMIQUE

Ce problème a pour objectif l'étude du système liquide-vapeur de l'eau et son utilisation dans le circuit secondaire des centrales nucléaires.

ETUDE DU SYSTEME LIQUIDE-VAPEUR

L'équilibre entre l'eau liquide et sa vapeur est caractérisé, à différentes températures, par les données suivantes :

θ °C	p_s bar	Liquide saturant		Vapeur saturante	
		v_L m ³ .kg ⁻¹	h_L kJ. kg ⁻¹	v_G m ³ . kg ⁻¹	h_G kJ. kg ⁻¹
35	0,056	$1,00 \cdot 10^{-3}$	146,34	25,24	2560,67
50	0,123	$1,01 \cdot 10^{-3}$	208,96	12,04	2587,42
100	1,013	$1,04 \cdot 10^{-3}$	418,42	1,673	2671,44
185	11,238	$1,13 \cdot 10^{-3}$	784,17	0,174	2778,03
285	69,200	$1,35 \cdot 10^{-3}$	1261,11	0,028	2768,83

θ : température en degré Celsius

p_s : pression de vapeur saturante

v_L : volume massique du liquide saturant

h_L : enthalpie massique du liquide saturant
 v_G : volume massique de la vapeur saturante
 h_G : enthalpie massique de la vapeur saturante

A. Diagramme de Clapeyron (p,v) du système liquide-vapeur de l'eau

On désigne par p la pression du système liquide-vapeur et par v son volume massique.

- A-I.** Représenter l'allure du diagramme de Clapeyron (p,v) de l'eau.
On prendra soin de préciser la position du point critique C, les domaines liquide (L), liquide + vapeur (L+V), et vapeur (V).
- A-II.** Représenter, sur le diagramme précédent :
- A-II.1** L'allure de l'isotherme critique T_C et préciser ses caractéristiques.
A-II.2 L'allure d'une isotherme $T < T_C$ et justifier la présence d'un palier sur cette isotherme.
- A-III.** On rappelle que le titre massique en vapeur x d'un système liquide-vapeur est égal au rapport entre la masse m_G d'eau à l'état de vapeur saturante et la masse totale m du système.
On désigne, respectivement par : v_m et h_m , le volume massique et l'enthalpie massique du système liquide-vapeur.
Montrer que le titre massique en vapeur x est donné par l'une quelconque des relations ci-dessous :
- $$x = (v_m - v_L)/(v_G - v_L) ; \quad x = (h_m - h_L)/(h_G - h_L)$$
- A-IV.** On désigne par $l_v(T)$ la chaleur latente massique de vaporisation à la température T.
Rappeler la relation reliant $l_v(T)$ à $h_G(T)$ et $h_L(T)$.

B. Détente adiabatique réversible d'un système liquide-vapeur

On dispose d'un cylindre indéformable muni d'un piston. Le cylindre et le piston ont des parois calorifugées.

L'entropie massique d'un système liquide-vapeur, de titre massique en vapeur x, en équilibre à la température T est donnée par la relation : $s(x, T) = c_L \ln T + l_v(T)x/T + \text{cste}$, dans laquelle c_L désigne la capacité thermique massique du liquide saturant.

Le piston est, initialement, fixé dans une position qui délimite un volume $V = 10$ litres dans le cylindre.

L'introduction d'une masse $m = 10$ g d'eau dans le cylindre permet d'obtenir un système liquide-vapeur en équilibre à la température $\theta = 100$ °C.

- B-I.** Calculer le titre massique en vapeur x de ce système.
- B-II.** On fait subir au système liquide-vapeur défini ci-dessus une détente adiabatique réversible de la température θ à la température $\theta' = 50$ °C.
Sachant que c_L reste constante au cours de cette détente et égale à $4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, calculer le titre massique en vapeur x' du système liquide-vapeur à la fin de la détente.
- B-III.** Quel titre massique en vapeur x'' aurait-on dû avoir, à la température $\theta = 100$ °C, pour qu'au cours de la détente définie ci-dessus (**B-II.**) ce titre reste constant ?

Dans la suite du problème tous les calculs se rapporteront à une masse $m = 1$ kg de fluide. La capacité thermique massique c_L du liquide est constante et vaut $4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Le coefficient de dilatation isobare α de l'eau liquide, supposé constant, vaut $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$.

C. Modèle de fonctionnement d'une turbine à vapeur. Cycle de Rankine

Le circuit secondaire d'une centrale nucléaire comporte les éléments suivants : un générateur de vapeur, une turbine, un condenseur et une pompe d'alimentation (figure 1).

Les transformations subies par l'eau dans ce circuit sont modélisées par le cycle de Rankine décrit ci-dessous.

- A→B : compression adiabatique réversible, dans la pompe d'alimentation, de la pression $p_1 = 0,056$ bar à la pression $p_2 = 69,200$ bar, du liquide saturant sortant du condenseur à la pression p_1 (état A).
Cette compression entraîne une élévation ΔT de la température du liquide.
- B→D : échauffement isobare du liquide dans le générateur de vapeur qui amène le liquide de l'état B à l'état de liquide saturant sous la pression p_2 (état D).
- D→E : vaporisation totale, dans le générateur de vapeur, sous la pression p_2 .
- E→F : détente adiabatique réversible, dans la turbine, de p_2 à p_1 .
- F→A : liquéfaction totale, dans le condenseur, sous la pression p_1 , de la vapeur présente dans l'état F.

C-I. Représenter le cycle décrit par l'eau dans le diagramme de Clapeyron (p, v).

C-II. La différentielle de l'entropie massique du liquide s'écrit, en fonction des variables T et p :

$$ds = c_L dT/T - \alpha v_L dp.$$

On note $\Delta T = T - T_1$ l'élévation de la température du liquide dans la pompe d'alimentation. Sachant que $\Delta T \ll T_1$, calculer ΔT .

On supposera, pour ce calcul, que le liquide est incompressible et que son volume massique v_L vaut $10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$.

Dans la suite du problème on négligera ΔT .

C-III. Calculer le titre x_F et l'enthalpie massique h_{mF} du système liquide-vapeur sortant de la turbine (état F).

C-IV. Calculer les quantités d'énergie Q_1 et Q_2 reçues par 1 kg d'eau, par transfert thermique, respectivement, dans le condenseur et dans le générateur de vapeur.

C-V. Calculer le travail W reçu, par 1 kg de fluide, au cours du cycle.

C-VI. Calculer l'efficacité ρ (ou rendement thermodynamique) du cycle. Comparer cette efficacité à celle ρ_C d'un cycle de Carnot décrit entre les mêmes températures extrêmes T_1 et T_2 .

C-VII. Calculer la variation d'enthalpie Δh_{AB} du liquide au cours de la compression AB.

On supposera, pour ce calcul, que le liquide est incompressible et que son volume massique v_L vaut $10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$.

C-VIII. Dans le calcul du bilan enthalpique du fluide au cours du cycle, on peut négliger la variation d'enthalpie Δh_{AB} . Montrer, alors, que le travail W peut s'exprimer en fonction des enthalpies massiques du fluide à l'entrée et à la sortie de la turbine.

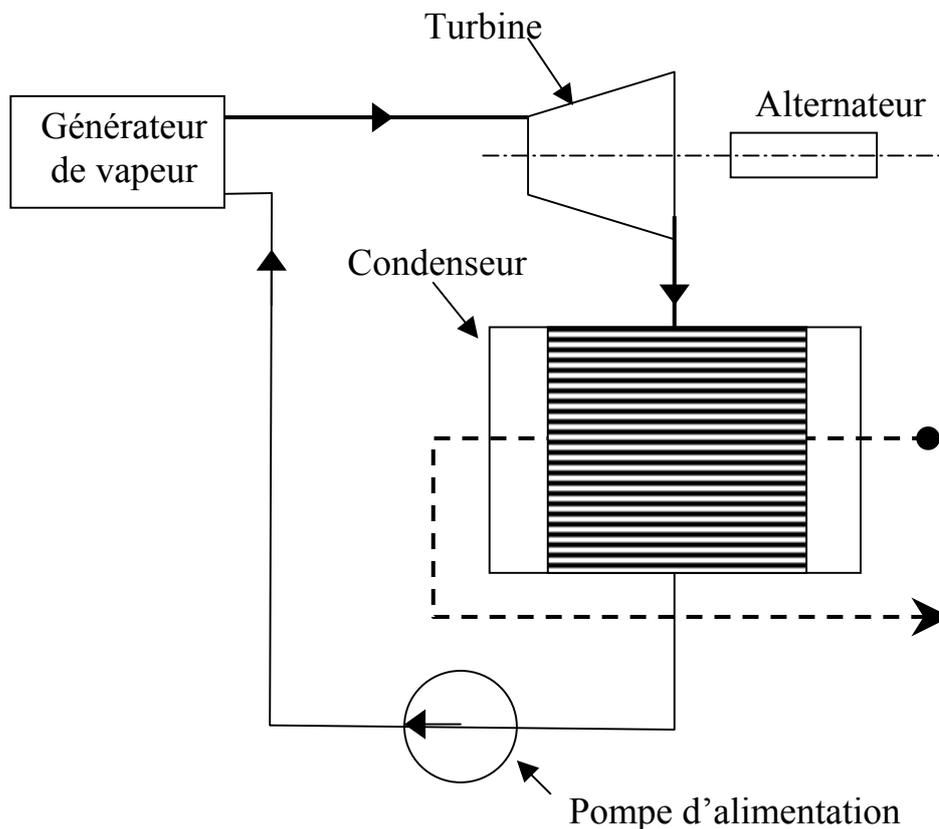


Figure 1

D. Cycle de Rankine avec soutirage

On se propose de modifier l'installation par l'adjonction d'une deuxième turbine et la pratique du soutirage qui a pour but de réchauffer le liquide avant qu'il soit réinjecté dans le générateur de vapeur.

La pratique du soutirage consiste à prélever, à la sortie de la première turbine, sous la pression $p' = 11,238$ bar, une masse m' de vapeur saturante. Cette vapeur est envoyée dans un réchauffeur où elle est mise en contact, par l'intermédiaire d'un échangeur, avec la masse $m - m'$ de liquide saturant, issue du condenseur, qui a été, préalablement, comprimée de p_1 à p' par la pompe d'alimentation (figure 2).

Au cours de cette opération la masse m' de vapeur saturante se liquéfie sous la pression constante p' . L'énergie ainsi libérée est entièrement utilisée pour réchauffer la masse $m - m'$ de liquide de la température T_1 , atteinte à la sortie du condenseur, à la température T' .

A la sortie du réchauffeur le fluide se trouve à l'état liquide dans les conditions T', p' . Une pompe de reprise comprime ce liquide, de manière adiabatique, de p' à p_2 puis le refoule dans le générateur de vapeur où il subit un échauffement isobare de T' à T_2 avant de se vaporiser de nouveau.

D-I. Représenter le cycle de Rankine avec soutirage dans le diagramme de Clapeyron (p,v).

D-II. A partir d'un bilan enthalpique traduisant les transferts thermiques entre la vapeur saturante et le liquide dans le réchauffeur, calculer m' .

D-III. Calcul des titres et des enthalpies du système liquide-vapeur à la fin des deux détente.

D-III-1 Calculer le titre x_1' et l'enthalpie massique h_1' du système liquide-vapeur à la fin de la première détente et avant soutirage.

D-III-2 Calculer le titre x_2 et l'enthalpie H_2 du système liquide-vapeur à la fin de la deuxième détente.

D-IV. On adopte l'approximation suggérée à la question **C-VIII.** de l'exercice précédent. Calculer le travail total W_s reçu, par 1 kg de fluide au cours d'un cycle avec soutirage.

D-V. Calculer l'efficacité ρ_s (ou rendement) du cycle avec soutirage. Conclure.

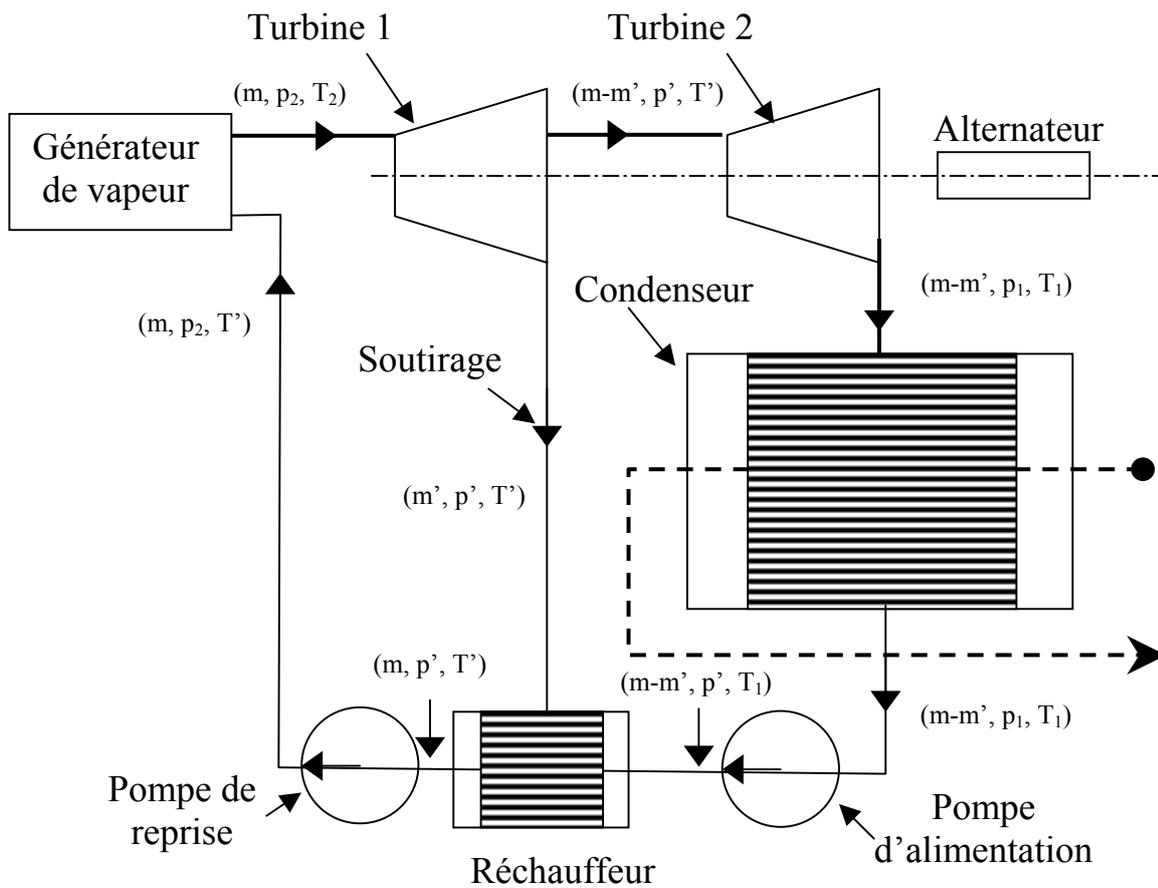


Figure 2