

Devoir maison 2

Instructions générales

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction. La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points. Les divers problèmes sont indépendants. Les diverses parties peuvent être traitées dans l'ordre choisi par le candidat. Le candidat prendra soin de bien numéroter les questions.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les résultats numériques peuvent être donnés sous forme approchée.

Fonctionnement d'un générateur à turbine (adapté de PSI e3a 2011)

Le problème se décompose en 2 volets :

- la première partie introductive est consacrée à l'étude du cycle idéal de Carnot ;
- la deuxième partie traite d'un générateur à turbine à gaz fonctionnant sur un cycle de Brayton ; l'énergie thermique des gaz sortant de la turbine est réutilisée pour améliorer le rendement de la turbine, c'est la régénération.

Les industries, les hôpitaux et les villes sont des sites qui ont besoin d'un apport d'énergie très important : les consommations d'électricité, de chaleur ou de froid y sont nécessaires conjointement. De petites turbines à gaz intégrées à de grands immeubles, à des quartiers administratifs, à des centres commerciaux ou à des usines assurent la stabilité et le contrôle local de leurs productions.

Première partie : Cycle de Carnot

I/ Diagramme de Watt

Le cycle réversible de Carnot décrit par le fluide est constitué des quatre transformations :

- deux isothermes ($1 \rightarrow 1'$) et ($2 \rightarrow 2'$) de températures respectives T_1 et T_2 ($T_2 < T_1$) au cours desquelles sont échangés les transferts thermiques respectifs Q_1 et Q_2 ;
- deux adiabatiques ($1' \rightarrow 2$) et ($2' \rightarrow 1$) joignant les deux isothermes.

Ce cycle moteur est représenté dans le diagramme de Watt (P,V), visualisant la pression P du gaz en fonction du volume V qu'il occupe.

I.1/ Comparer qualitativement les pentes des tangentes aux courbes représentant une isotherme et une adiabatique réversible en un point commun du diagramme (P,V) pour un gaz parfait. Exprimer le rapport de ces deux pentes en fonction du rapport γ de ses capacités thermiques à pression et volume constants.

I.2/ En déduire la représentation du cycle moteur de Carnot en précisant son orientation, les états 1, 1', 2 et 2' du fluide, les isothermes T_1 et T_2 . Que représente l'aire du cycle ?

I.3/ Définir le rendement η de ce cycle puis l'exprimer en fonction des températures T_1 et T_2 . Calculer sa valeur pour $T_1 = 3000 \text{ K}$ et $T_2 = 300 \text{ K}$.

I.4/ Ce rendement dépend-il de la nature du fluide considéré ? Justifier que la valeur du rendement de Carnot ne peut être dépassée par aucun moteur réel fonctionnant entre les mêmes deux sources de chaleur.

II/ Diagramme entropique

Le diagramme entropique (T,S) est la représentation de la température T en fonction de l'entropie S du système étudié.

II.1/ Montrer que, lorsque la transformation subie par le fluide thermique est adiabatique et réversible, son entropie est conservée.

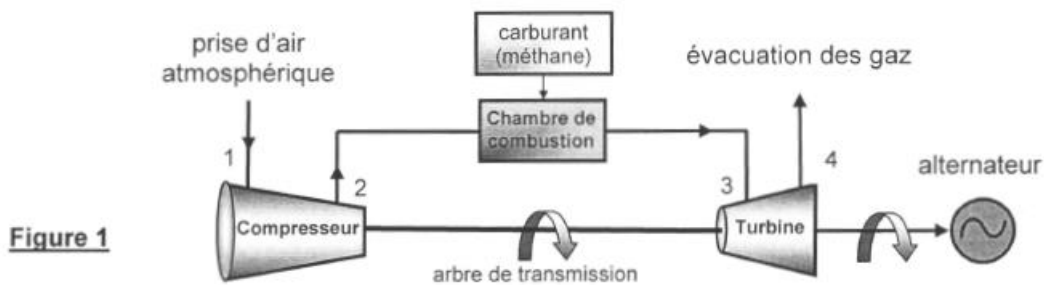
II.2/ Représenter le cycle de Carnot dans le diagramme (T,S) en précisant son orientation, les états 1, 1', 2 et 2' du fluide, les températures T_1 et T_2 ainsi que les entropies maximales et minimales du système, notées respectivement $S_{\max}$ et $S_{\min}$.

II.3/ Exprimer $\Delta S_{1 \rightarrow 1'}$ et $\Delta S_{2 \rightarrow 2'}$ en fonction de $S_{\max}$ et $S_{\min}$, puis en fonction de Q_1 , Q_2 , T_1 , et T_2 .

II.4/ Comparer, en le justifiant, l'aire de ce cycle réversible à l'aire du cycle visualisé en diagramme de Watt.

Deuxième partie : Etude d'un générateur à turbine à gaz

Le schéma simplifié du générateur à turbine est représenté ci-dessous :



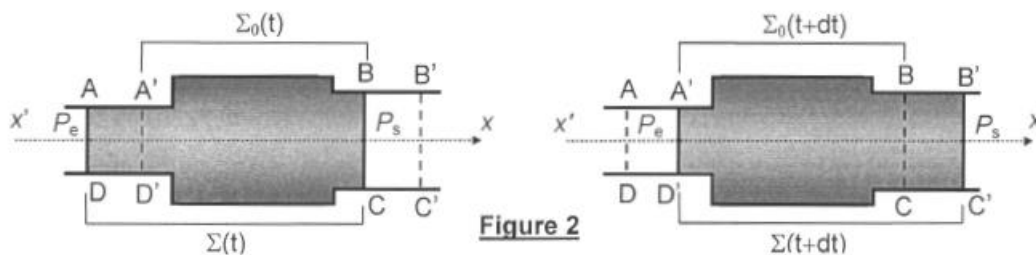
L'énergie thermique est fournie dans la chambre de combustion et l'énergie mécanique est récupérée sur l'arbre de transmission de la turbine pour entrainer le compresseur et actionner l'alternateur. Les éléments de la turbine à gaz (compresseur, chambre à combustion, turbine, échangeurs thermiques) traversés par le fluide en écoulement sont des systèmes ouverts.

III/ Premier principe pour un système ouvert

Les hypothèses suivantes seront adoptées tout au long du problème :

- le régime de fonctionnement de la machine est permanent ;
- les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle de pesanteur du fluide traversant chaque partie du dispositif sont négligeables devant les autres formes d'énergie.

Schéma de principe :



Le volume de contrôles A'B'C'D' définit le système machine ouvert Σ_0 . La masse de fluide gazeux contenue dans ce volume est notée $m_0(t)$ à la date t et $m_0(t+dt)$ à la date $t+dt$. Le fluide s'écoule du réservoir de pression P_e au réservoir de pression P_s ($P_e > P_s$) : pendant la durée dt , une masse δm_e (contenue dans le volume AA'DD') entre par l'ouverture de section S_e et une masse δm_s (contenue dans le volume BB'CC') sort par l'ouverture de section S_s .

Le système fermé Σ considéré pour cette étude occupe à l'instant t le volume ABCD puis à l'instant $t+dt$ le volume A'B'C'D'.

Pour les fluides entrant et sortant, u , h et v désignent respectivement l'énergie interne massique, l'enthalpie massique et le volume massique du fluide. L'indice « e » est relatif aux grandeurs d'entrée du secteur AA'DD' et l'indice « s » aux grandeurs de sortie du secteur BB'CC'.

Les grandeurs d'échange massiques entre ce système et le milieu extérieur sont :

- le transfert thermique massique q ;
- le travail massique w_p exercé par les forces pressantes à l'entrée et à la sortie de la machine ;
- le travail massique utile w_u fournie à l'intérieur de la machine par des pièces mobiles (ailettes ou pistons).

III.1/ Etablir un bilan de masse pour le système Σ entre les instants t et $t+dt$. En déduire une relation simple entre δm_e et δm_s .

III.2/ Déterminer en fonction de P_e , P_s , v_e et v_s le travail massique exercé par les forces de pression sur le système Σ entre les instants t et $t+dt$.

III.3/ En appliquant le premier principe de la thermodynamique au système Σ entre les instants t et $t+dt$, montrer que : $h_s - h_e = w_u + q$

IV/ Cycle de Brayton idéal

Le fluide utilisé dans les générateurs à turbine à gaz est l'air atmosphérique.

Les étapes successives du cycle de Brayton réversible décrit par l'air sont les suivantes :

1→2 : l'air atmosphérique s'engage en (1) dans le compresseur où il est comprimé de façon isentropique.

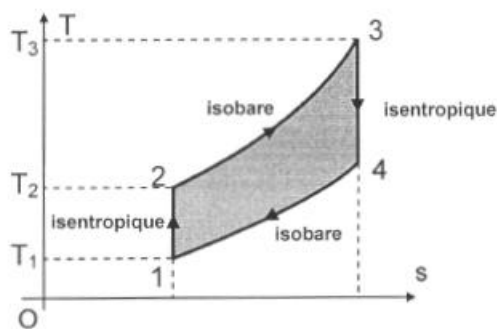
2→3 : l'air frais est ensuite admis dans la chambre de combustion où le gaz naturel est injecté et s'enflamme. Le fluide est porté à des températures très élevées de façon isobare, sans apport de travail. Sa composition n'est pas modifiée.

3→4 : le gaz chaud subit dans la turbine une détente isentropique. Cette détente est utilisée pour produire un travail mécanique dont une partie sert à faire fonctionner le compresseur alors que l'autre actionne l'alternateur. A la sortie (4) de la turbine, les gaz d'échappement sont évacués vers l'atmosphère.

4→1 : le gaz chaud qui s'échappe subit un refroidissement sans apport de travail au contact de la source froide (l'air atmosphérique). Le transfert thermique est isobare.

L'air atmosphérique, le mélange initial {air-gaz naturel} et les gaz brûlés d'échappement sont assimilés à un même gaz parfait. Le rapport de ses capacités thermiques à pression et volumes constants est supposé constant et égal à : $\gamma = 1,4$. Sa capacité thermique massique à pression constante est : $c_p = 1 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

Le cycle de Brayton est représenté dans le diagramme entropique, où T est la température du gaz et s son entropie massique :



$$T_1 = 300 \text{ K} \quad P_1 = 1 \text{ bar} \\ T_3 = 1300 \text{ K} \quad P_2 = 10 \text{ bars}$$

Posons pour simplifier :

$$\lambda = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \text{et} \quad \tau = \frac{T_3}{T_1}$$

Figure 3

L'air est aspiré dans le compresseur à la pression $P_1 = 1 \text{ bar}$ et à la température $T_1 = 300 \text{ K}$ pour y être comprimé à la pression $P_2 = 10 \text{ bar}$.

IV.1/ Démontrer la loi de Laplace relative au couple (P,T) en précisant ses conditions d'utilisation. En déduire T_2 et T_4 en fonction de λ , τ et T_1 . Applications numériques.

IV.2/ Exprimer puis calculer le travail massique de compression w_{12} absorbé par le gaz (fourni au gaz par le compresseur) au cours de la transformation adiabatique 1→2, en fonction de c_p , T_1 et λ .

IV.3/ A l'issue de la combustion (étape 2→3), la chambre fournit au gaz une énergie thermique massique de combustion q_{23} qui amène la température de celui-ci à la valeur $T_3 = 1300 \text{ K}$. Exprimer q_{23} en fonction de c_p , T_1 , λ et τ . Réaliser l'application numérique.

IV.4/ Exprimer puis calculer le travail massique w_T récupéré par la turbine (fourni à la turbine par le gaz) au cours de la transformation 3→4, en fonction de c_p , λ , T_1 et τ .

Le travail w_c fourni au compresseur par la turbine est intégralement transféré au gaz par le compresseur au cours de la transformation $1 \rightarrow 2$: $w_c = w_{12}$.

IV.5/ Ecrire le travail utile w_a fourni par la turbine pour actionner l'alternateur, puis l'exprimer en fonction de c_p , λ , T_1 et τ ; effectuer l'application numérique.

IV.6/ Calculer le rapport $R = \frac{w_c}{w_a}$ qui évalue la répartition entre le travail w_c que fournit la turbine au

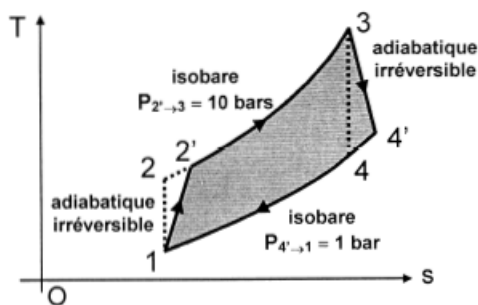
compresseur et le travail utile w_a qu'elle fournit à l'alternateur. Commenter.

IV.7/ Définir le rendement thermique η du générateur à la turbine et l'exprimer en fonction du paramètre λ . Calculer η pour le travail w_a fourni par la turbine à l'alternateur et le comparer à celui d'un cycle de Carnot fonctionnant entre les mêmes températures extrêmes.

IV.8/ Exprimer puis calculer le transfert thermique massique q_{41} reçu par le gaz au cours de la phase d'échappement $4 \rightarrow 1$, en fonction de c_p , λ , T_1 et τ . Cette énergie thermique est-elle une énergie récupérable ? Commenter.

V/ Cycle de Brayton réel

En réalité, des phénomènes irréversibles tant au niveau du compresseur qu'au niveau de la turbine se produisent et des chutes de pression apparaissent dans les conduits et dans la chambre de combustion. Le cycle réel décrit par la turbine diffère alors du cycle idéal décrit précédemment. Il est représenté dans le diagramme entropique par le cycle $12'34'$ comme schématisé ci-dessous :



Les irréversibilités dans le compresseur et dans la turbine sont prises en compte grâce aux rendements isentropiques :

$$\eta_c = \frac{h_2 - h_1}{h_{2'} - h_1} = 0,80 \quad \text{et} \quad \eta_T = \frac{h_{4'} - h_3}{h_4 - h_3} = 0,85$$

- $1 \rightarrow 2'$ et $3 \rightarrow 4'$: adiabatiques irréversibles
- $2' \rightarrow 3$ et $4' \rightarrow 1$: isobares

Figure 4

V.1/ Déterminer la température réelle de sortie du compresseur $T'_{2'}$, puis la température réelle à la sortie de la turbine $T'_{4'}$, en fonction de λ , T_1 , τ , η_c et η_T . Applications numériques.

V.2/ Exprimer puis calculer le travail massique de compression $w_{12'}$ absorbé par le gaz en fonction de c_p , T_1 , λ et η_c .

V.3/ Déterminer l'énergie thermique massique de la combustion réelle $q_{2'3}$, puis le travail réel w_T récupéré par la turbine au cours de la transformation $3 \rightarrow 4'$, en fonction de c_p , T_1 , λ , τ , η_c et η_T . Applications numériques.

V.4/ Le travail w_c fourni au compresseur par la turbine est intégralement transféré au gaz par le compresseur au cours de la transformation $1 \rightarrow 2'$. Déterminer, en fonction de c_p , T_1 , λ , τ , η_c et η_T , le travail utile $w_{a'}$ fourni par la turbine pour actionner l'alternateur. Application numérique. Pour quelle valeur $\lambda'_{\max}$ de λ (fonction de τ , η_c et η_T), ce travail $w_{a'}$ est-il maximal ? Comparer cette valeur numérique $\lambda'_{\max}$ à la valeur de λ adoptée pour la turbine.

V.5/ Calculer le rapport $R' = \frac{w_c}{w_{a'}}$ qui évalue la répartition entre le travail $w_c = w_{12'}$ que fournit la

turbine pour actionner le compresseur et le travail utile $w_{a'}$ qu'elle destine à la rotation de l'alternateur. Calculer le rendement thermique η' du générateur à turbine pour le cycle réel. Comparer R' au rapport idéal R et η' au rendement η du cycle théorique. Commenter.

VI/ Régénérateur

La température des gaz d'échappement à la sortie de la turbine est considérablement plus élevée que la température de l'air comprimé admis dans la chambre de combustion. Une partie de la chaleur des gaz d'échappement peut ainsi être avantageusement récupérée pour le préchauffage de l'air de combustion. Le rendement du générateur à turbine, de faible valeur dans le cas du cycle de Brayton réel, en est ainsi amélioré.

Le « régénérateur » est un échangeur de chaleur intercalé entre le compresseur et la chambre de combustion. En traversant le régénérateur, les gaz d'échappement échauffent l'air comprimé en écoulement vers la chambre de combustion, moins de chaleur issue de la combustion du carburant est donc requise et moins de combustible se révèle nécessaire.

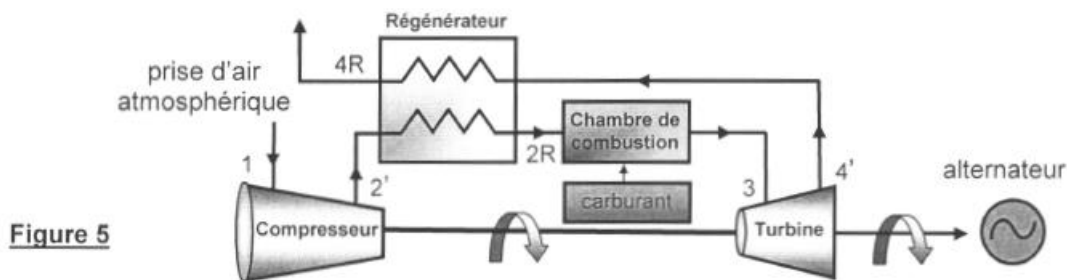
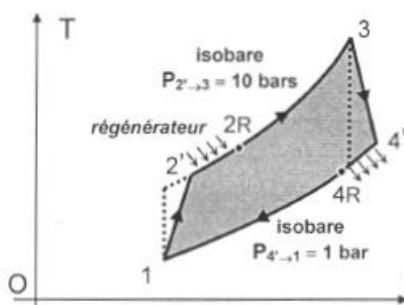


Figure 5

Les travaux et la chaleur $q_{2'3}$ échangés restent les mêmes que dans le cas précédent sans régénération, seul l'apport de chaleur que doit fournir la combustion est modifié.



Le régénérateur fonctionne de manière isobare. Le coefficient d'efficacité ε de l'échangeur est défini comme le rapport entre le transfert thermique reçu par le gaz et celui que l'on pourrait recueillir au maximum :

$$\varepsilon = \frac{h_{2R} - h_{2'}}{h_4 - h_{2'}} = 0,95.$$

Figure 6

VI.1/ Préciser la valeur numérique de la température de sortie du régénérateur T_{2R} .

VI.2/ Calculer le transfert thermique massique $q_{2'2R}$ reçu par le gaz en sortie de l'échangeur.

VI.3/ Conclure sur la valeur du rendement η_R du cycle de Brayton réel avec régénération.