

# Devoir maison

---

## **Instructions générales**

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction. La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

**En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte.**

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points. Les divers problèmes sont indépendants. Les diverses parties peuvent être traitées dans l'ordre choisi par le candidat. Le candidat prendra soin de bien numéroter les questions.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les résultats numériques peuvent être donnés sous forme approchée.

Le problème est constitué de trois parties totalement indépendantes. La première traite de l'**isolation thermique d'un mur de bâtiment**. La seconde s'intéresse à l'**isolation acoustique** que peut apporter l'installation d'une barrière antibruit.

La dernière partie de cette épreuve est consacrée à la **chimie de la silice**, matériau d'avenir pour la réalisation de parois isolantes.

*A l'heure où les économies d'énergie sont largement recommandées, un soin particulier est et devra être apporté à l'isolation thermique des bâtiments, qui se double d'isolation acoustique grâce à des matériaux permettant souvent ces deux applications.*

## PREMIÈRE PARTIE ISOLATION THERMIQUE

### A / ÉTUDE DU MUR SIMPLE

Considérons un mur de bâtiment (chalet de montagne en plein hiver par exemple) constitué d'un matériau homogène, isotrope, de masse volumique  $\rho$ , de capacité thermique massique  $c$  et de conductivité thermique  $\lambda$ , supposées constantes.

Le mur est limité par deux plans (Oyz) parallèles, distants de  $e_B$  (figure 1). Les températures constantes  $T_{int}$  et  $T_{ext}$  (avec  $T_{int} > T_{ext}$ ) sur les deux faces correspondent respectivement aux températures de l'air à l'intérieur et à l'extérieur du bâtiment. L'étude est unidirectionnelle, la chaleur se propageant uniquement dans la direction Ox normale à ces plans.

En un point M du mur d'abscisse  $x$ , la température est notée  $T(x)$ . Les dimensions de la surface S du mur dans le plan (Oyz) sont supposées grandes par rapport à son épaisseur et aucune ouverture n'est sensée venir perturber les transferts thermiques dans le mur.

L'étude est réalisée en régime permanent ; pour débiter, seuls les phénomènes conductifs sont pris en compte.

- A1.** Établir, en justifiant chaque étape de votre raisonnement, l'équation différentielle de la chaleur à laquelle obéit la température  $T(x)$ .
- A2.** En déduire la loi de répartition de la température  $T(x)$ . Commenter.
- A3.** Exprimer le flux surfacique (ou densité de courant thermique)  $\bar{J}_th$  dans le mur. Justifier son orientation.
- A4.** Déterminer le flux thermique total  $\Phi$  traversant le mur.
- A5.** Rappeler les grandeurs analogues de  $\Phi$  et de  $T_{int} - T_{ext}$  en électrocinétique ; en déduire l'expression de la résistance thermique surfacique définie par le rapport  $R_{th} = \Delta T / J_{th}$  et préciser son unité.

Les caractéristiques d'un mur en béton armé (épaisseur  $e_B$  et conductivité thermique  $\lambda$ ) sont mentionnées sur le tableau relatif aux matériaux sous les figures 1 et 2. Les températures sur les faces intérieure et extérieure du mur s'élèvent respectivement à  $T_{int} = 19^\circ\text{C}$  et  $T_{ext} = -15^\circ\text{C}$ .

Le coefficient de transmission surfacique ou coefficient de déperdition thermique noté  $U$  évalue la facilité avec laquelle le transfert thermique s'effectue à travers la surface d'échange ; il représente le flux de chaleur par unité de surface pour une différence de température d'un degré entre les deux milieux extrêmes.

- A6.** Calculer le flux surfacique  $J_{th}$  et le coefficient de transmission surfacique  $U$  du mur.
- A7.** Représenter, sur le document-réponse A, le profil de température dans le mur en béton armé.
- A8.** Déterminer numériquement la profondeur  $e_{HG}$  du mur demeurant « hors gel ».

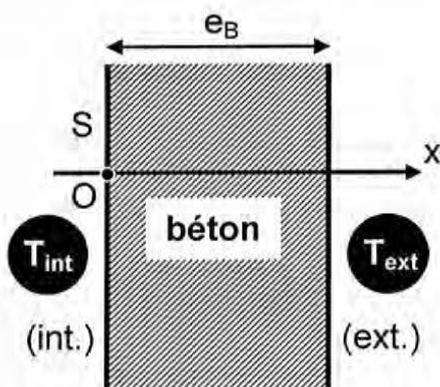


Figure 1

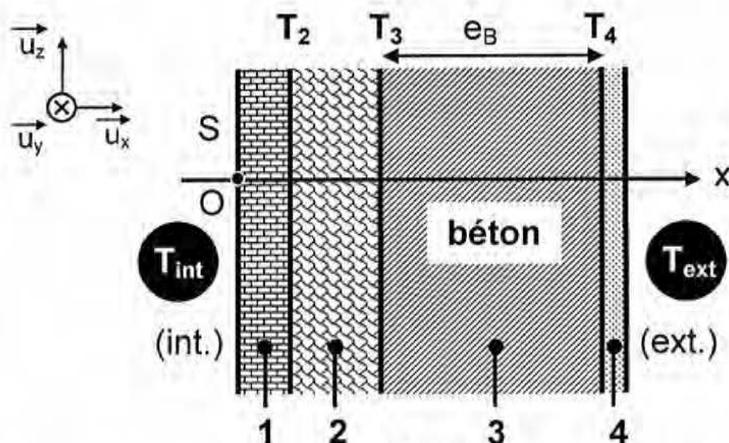


Figure 2

Couche j	1	2	3	4
Matériau	carreaux de plâtre	laine de verre	béton armé	crépis
Épaisseur $e_j$ (cm)	5	8	20 ( $e_B$ )	2
Conductivité thermique $\lambda_j$ ( $W.m^{-1}.K^{-1}$ )	0,30	0,04	1,75	0,90

Tableau récapitulatif des matériaux constitutifs du mur composite

## B / ÉTUDE DU MUR COMPOSITE

Le mur a maintenant une structure composite : il comporte quatre matériaux différents (de l'intérieur vers l'extérieur du bâtiment : carreaux de plâtre, laine de verre, béton armé, crépis extérieur), homogènes et isotropes, référencés  $j = 1, 2, 3, 4$ , d'épaisseur  $e_j$ , de conductivités thermiques  $\lambda_j$ , en contact parfait et possédant des surfaces limites isothermes (figure 2). Les températures des faces extrêmes sont toujours notées  $T_{int}$  et  $T_{ext}$  (avec  $T_{int} > T_{ext}$ ). Le régime est permanent et aucune source interne de chaleur n'est présente dans le mur.

- B1.** Justifier puis traduire la conservation du flux surfacique  $J_{Cth}$  à travers ce mur composite.
- B2.** Déterminer la résistance thermique surfacique  $R_{Cth}$  du mur composite (figure 2) en fonction des  $e_j$  et  $\lambda_j$ . Calculer  $R_{Cth}$  en utilisant les données relatives aux matériaux constitutifs.
- B3.** Exprimer le coefficient de transmission surfacique  $U_C$  en fonction de  $R_{Cth}$ , puis calculer  $J_{Cth}$  et  $U_C$ , sachant que les milieux extrêmes sont aux températures  $T_{int} = 19^\circ C$  et  $T_{ext} = -15^\circ C$ .  
Comparer les coefficients  $U$  du mur simple et  $U_C$  du mur composite.
- B4.** Calculer les températures intermédiaires  $T_2$ ,  $T_3$  et  $T_4$  aux interfaces entre les couches, puis représenter, sur le document-réponse A, le profil de température dans le mur composite. Analyser son évolution par rapport à celui tracé en A7.

Afin de simplifier l'approche thermique de ce mur, introduisons la notion de conductivité thermique équivalente  $\lambda_{MC\acute{e}q}$  : c'est celle d'un mur simple et homogène possédant une épaisseur et une résistance thermique respectivement égales à l'épaisseur et à la résistance thermique du mur composite.

- B5.** Déterminer puis calculer la conductivité thermique équivalente  $\lambda_{MC\acute{e}q}$  du mur composite.

## C / MUR COMPOSITE AVEC TRANSFERTS CONVectifs ET RADIATIFS

Le mur composite précédent est au contact, de part et d'autre, avec l'air intérieur et l'air extérieur. Ce fluide est aux températures respectives  $T_{FL,int}$  et  $T_{FL,ext}$  (avec  $T_{FL,int} > T_{FL,ext}$ ). Deux types de transferts thermiques superficiels interviennent alors : les échanges convectifs liés au déplacement de l'air et les échanges radiatifs dus au rayonnement thermique.

Ces deux modes de transfert entre les parois du mur et l'atmosphère environnante sont régis, pour un transfert de chaleur algébrique de la paroi (d'aire  $S$ ) au fluide, par la loi globalisée :

$$\Phi_{RCC} = h_{RCC} [T_{paroi} - T_{fluide}] S, \text{ avec } h_{RCC} \text{ positif.}$$

Le coefficient surfacique d'échange  $h_{RCC}$  tient en compte à la fois des transferts thermiques conducto-convectifs et des transferts par rayonnement aux interfaces air-paroi. Il est noté  $h_{int}$  pour la paroi interne à la température  $T_{P,int}$  au contact de l'air intérieur à la température  $T_{FL,int}$  et  $h_{ext}$  pour la paroi externe à la température  $T_{P,ext}$  au contact de l'air extérieur à  $T_{FL,ext}$ .

- C1.** Déterminer les nouvelles expressions du flux surfacique  $J_{th,FL}$  et de la résistance thermique surfacique  $R_{th,FL}$  aux deux interfaces air-mur.  
Calculer la résistance thermique surfacique du mur composite  $R_{Cth,FL}$ .
- C2.** Exprimer puis calculer les températures de paroi  $T_{P,int}$  et  $T_{P,ext}$ . Commenter.
- C3.** Tracer sommairement sur le document-réponse A l'évolution du profil de température au voisinage des parois murales (intérieure et extérieure). Discuter des paramètres (climatiques entre autres) qui pourraient influencer ces évolutions du profil thermique.

Données :  $T_{FL,int} = 19 \text{ }^\circ\text{C}$  ;  $T_{FL,ext} = -15 \text{ }^\circ\text{C}$  ;  $h_{int} = 10 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$  ;  $h_{ext} = 30 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ .

## D / RECHERCHE D'UNE ISOLATION OPTIMALE DU MUR

Dans le cadre de la rénovation de bâtiments (appartement ou chalet de montagne) ou de leur mise en conformité énergétique, un bureau d'étude envisage une isolation spécifique du mur composite présenté en sous-partie B. Le mur est considéré comme homogène, il possède une épaisseur  $e_{MC}$  ( $e_{MC} = 35 \text{ cm}$ ) et une conductivité thermique équivalente  $\lambda_{MC\text{eq}}$ .

Le bureau d'étude propose d'appliquer une couche isolante d'épaisseur  $e_{ISO}$  constituée de mousse de polyuréthane de faible conductivité thermique  $\lambda_{PUR} = 0,02 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  et insérée en sandwich entre deux plaques de bois. Deux alternatives s'offrent à eux : isolation côté intérieur (avantage d'une moindre épaisseur) ou isolation côté extérieur du bâtiment.

Le document-réponse A fournit les tracés des profils de températures dans ces deux cas.

Parmi les nombreux problèmes à résoudre, l'un des plus délicats est celui de la congélation d'humidité liée à la perméabilité à l'air et à l'humidité des matériaux constitutifs du mur. Pour un mur en béton donné et compte tenu de l'humidité qu'il renferme, la vapeur d'eau se condense dans la zone où  $T < T_S$ ,  $T_S$  étant la température de saturation ou point de rosée ( $T_S = 5 \text{ }^\circ\text{C}$ ). L'eau liquide formée se congèle si la température baisse en dessous de  $T_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$  et son volume augmente. Les cycles répétés gel-dégel, selon les évolutions temporelles et climatiques, entraînent la dégradation des matériaux, et plus particulièrement celle du béton.

- D1.** Positionner sur chaque tracé du document-réponse A, les températures  $T_0$  et  $T_S$ .  
Mettre en évidence (en les hachurant de couleurs différentes) trois zones en liaison avec la valeur de la température au sein du matériau par rapport à  $T_0$  et  $T_S$ . Décrire l'état physique de l'eau dans chacune de ces zones.
- D2.** Analyser les deux situations proposées. Conclure sur un choix d'isolation (extérieure ou intérieure), en tenant compte du bâtiment étudié.

DANS CE CADRE  
NE RIEN ÉCRIRE

Académie : \_\_\_\_\_ Session : \_\_\_\_\_ Modèle EN.

Examen ou Concours : \_\_\_\_\_ Série\* : \_\_\_\_\_

Spécialité/option : \_\_\_\_\_ Repère de l'épreuve : \_\_\_\_\_

Épreuve/sous-épreuve : \_\_\_\_\_

NOM : \_\_\_\_\_

(en majuscules, suivi, s'il y a lieu, du nom d'épouse)

Prénoms : \_\_\_\_\_ N° du candidat

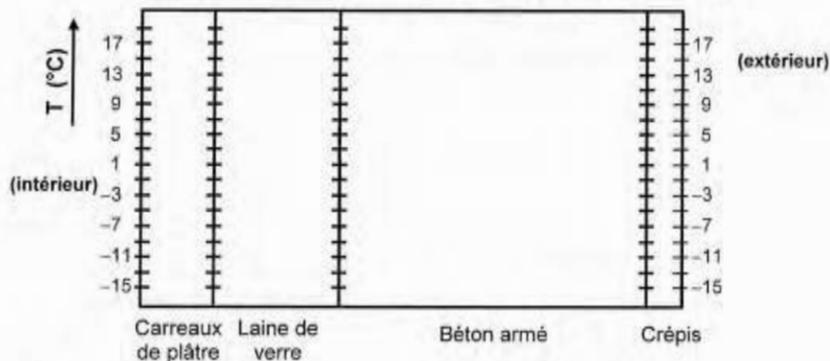
Né(e) le \_\_\_\_\_ (le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

093

### Document-réponse A, à compléter et rendre avec la copie

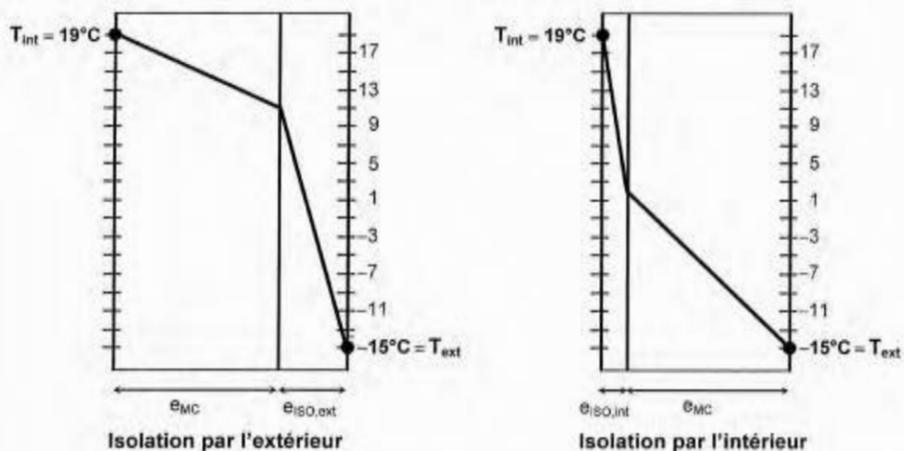
#### Questions A7, B4 et C3

Profil de température dans le mur (et dans le mur composite)



#### Question D1

Profils de température pour une optimisation de l'isolation



Tournez la page S.V.P.

(B)

Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance