

# Outils mathématiques

## 1 Exercices : Rappel sur les systèmes de coordonnées

- 1) Dans une base cartésienne, le point M parcourt un carré de côté a. Quelle est la distance D parcourue par le point M au bout d'un tour ?
- 2) Dans une base cylindrique, le point M parcourt un cercle de rayon a. Quelle sera la distance D parcourue par le point M au bout d'un tour (utiliser une intégrale) ? Comparer au diamètre du cercle.
- 3) Même question en coordonnées sphériques lorsque le point M parcourt un cercle de rayon a dans le plan Oxy.

## 2 Exercices : Surfaces et volumes élémentaires

- 1) Retrouver le volume d'un cube par intégration du volume élémentaire entre les abscisses  $x_0$  et  $x_0 + x$ ,  $y_0$  et  $y_0 + y$ ,  $z_0$  et  $z_0 + z$ .
- 2) Retrouver le volume d'un cylindre de rayon  $r_0$  par intégration du volume élémentaire entre les abscisses  $z_0$  et  $z_0 + z$ .
- 3) Que vaut l'intégrale suivante :  $\iint_{\Sigma} dS$  ? Quelle est la surface comprise entre deux cercles concentriques de rayons  $r_0$  et  $r_1$  ?
- 4) Retrouver le volume d'une sphère de rayon  $r_0$  par intégration du volume élémentaire.
- 5) Retrouver la surface d'une sphère de rayon  $r_0$  par intégration de la surface élémentaire.

## 3 Exercices : Fonctions de plusieurs variables

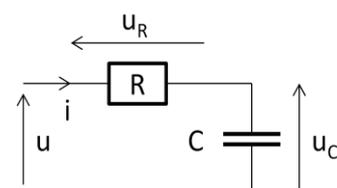
- 1) Soit la fonction f telle que  $f(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi)$ . Dériver cette fonction par rapport à x, puis par rapport à t.
- 2) Donner les développements limités à l'ordre 2 au voisinage de 0 des fonctions usuelles suivantes :

$$(1+x)^a; \frac{1}{1-x}; \frac{1}{1+x}; \ln(1+x); e^x; \cos(x); \sin(x); \tan(x)$$

- 3) Donner le développement limité à l'ordre 2 de  $\sqrt{1+x}$  au voisinage de 0.
- 4) On donne les variations suivantes pour la pression dans l'eau :  $P(z) = P_{atm} - \mu g z$  pour  $z \leq 0$ . Trouver la résultante des forces de pression qui s'exerce sur un barrage vertical de hauteur H et de largeur L.

## 4 Exercices : Equations différentielles linéaires à coefficients constants

- 1) Donner l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes d'un condensateur dans un circuit RC. La résoudre en supposant que le condensateur est initialement déchargé. La tension appliquée en entrée est un échelon variant entre 0 et E.



2) Donner l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes d'un condensateur dans un circuit LC. La résoudre en supposant que le condensateur est initialement déchargé. La tension appliquée en entrée est un échelon variant entre 0 et E.

3) Donner l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes d'un condensateur dans un circuit RLC. La résoudre en supposant que le condensateur est initialement déchargé. La tension appliquée en entrée est un échelon variant entre 0 et E.

