

Electrostatique

9 Exercices

9.1 Champs et forces électrostatiques

Soient deux charges Q et Q' situées respectivement en M et M' , deux points distants de d .

- 1) Comparer les normes des champs électrostatiques auxquels sont soumises les charges Q et Q' .
- 2) Même question pour les forces subies par les charges.
- 3) Comment peut-on rendre les champs égaux en plaçant une charge Q'' sur l'axe MM' à une distance l de Q ?
- 4) Si Q'' est située entre les deux point M et M' , quelle est la valeur de Q'' ?

9.2 Carré de 4 charges

- 1) Calculer le champ créé en O centre du carré de 4 charges de côté $a\sqrt{2}$.
On étudiera les cas suivants : $+q+q+q+q$, $-q-q-q-q$, $+q-q+q-q$, $+q+q-q-q$ et $+q+q-q+q$.
- 2) Vérifier la direction du champ électrique donné à la question 1 par l'examen des symétries.
- 3) Calculer le potentiel créé en O centre du carré de 4 charges de côté $a\sqrt{2}$ après examen des symétries.
- 4) Calculer le potentiel sur l'axe dans le cas du carré de 4 charges positives, puis le champ sur l'axe.

9.3 Dépôt métallique

Dans un circuit électronique, une couche de cuivre d'épaisseur h de l'ordre du micromètre a la forme d'un ruban de largeur $l = 0,2$ mm et de longueur $L = 0,3$ cm. On considère que chaque atome de métal cède en moyenne un électron, devenant ainsi un ion, que l'on écrit Cu^+ pour simplifier. Les électrons ainsi libérés forment un ensemble, appelé nuage délocalisé, de densité volumique notée n_e , qui peut se mettre en mouvement pour assurer la conduction du courant électrique.

- 1) Rappeler l'ordre de grandeur du rayon atomique R_a et vérifier que les conditions requises pour une modélisation continue sont réunies.
- 2) Le Cuivre (Cu) a une masse volumique $\mu = 8,94.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$, une masse molaire $M = 63,5$ g. Estimer la densité volumique n_i des ions Cu^+ .
- 3) Quelle équation liant les densités d'électrons n_e et d'ions n_i traduit la neutralité électrique du milieu ?

9.4 Distributions continues de charges

- 1) Soit un cylindre de rayon r et de hauteur h chargé uniformément en volume de densité volumique de charge ρ . Donner la charge totale contenue dans ce cylindre.
- 2) Soit une sphère de rayon r chargée uniformément en volume de densité volumique de charge ρ . Donner la charge totale contenue dans cette sphère.
- 3) Soit deux plans parallèles infini d'équations respectives $z = a/2$ et $z = -a/2$, entre lesquels se trouve une distribution volumique de charge uniforme de valeur ρ . On suppose que la distance entre les deux plans est très faible devant leur dimension latérale. Exprimer la densité surfacique de charge σ en fonction de ρ .

4) Soit un cylindre de rayon r et de hauteur h chargé uniformément en volume de densité volumique de charge ρ . On suppose que le rayon r est très faible devant sa hauteur. Le cylindre peut donc être confondu avec un fil de longueur h et de densité linéique de charge λ . Exprimer la densité linéique de charge λ en fonction de ρ .

9.5 Symétries de la distribution de charges

1) Soit un cylindre de rayon a et de hauteur infinie chargé uniformément en volume de densité volumique de charge ρ . Déterminer les plans de symétrie de la distribution de charges. Que peut-on en déduire sur la direction du champ électrostatique en un point M situé à une distance r de l'axe du cylindre ?

2) Soit une sphère de rayon a chargée uniformément en volume de densité volumique de charge ρ . Déterminer les plans de symétrie de la distribution de charges. Que peut-on en déduire sur la direction du champ électrostatique en un point M situé à une distance r de l'axe du cylindre ?

3) Soit un plan infini chargé uniformément en surface de densité surfacique de charge σ . Déterminer les plans de symétrie de la distribution de charges. Que peut-on en déduire sur la direction du champ électrostatique en un point M situé à une distance z du plan ?

9.6 Invariance de la distribution de charges

1) Soit un cylindre de rayon a et de hauteur infinie chargé uniformément en volume de densité volumique de charge ρ . De quelles coordonnées dépend le champ électrostatique ?

2) Soit une sphère de rayon a chargée uniformément en volume de densité volumique de charge ρ . De quelles coordonnées dépend le champ électrostatique ?

3) Soit un plan infini chargé uniformément en surface de densité surfacique de charge σ . De quelles coordonnées dépend le champ électrostatique ?

9.7 Champ créé par un segment et un disque uniformément chargés

1) Calculer le champ créé par un segment de charge linéique λ en tout point de son plan médiateur.

2) Calculer le champ créé par un disque de charge surfacique σ en tout point de son axe.

9.8 Energie mécanique d'une particule

Un électron est émis en O avec une vitesse initiale négligeable, par une électrode portée à une température élevée. Il est ensuite soumis à une champ électrostatique $\vec{E}$, dont le potentiel électrostatique $V(O)$ est choisi nul au niveau de l'électrode.

1) Définir l'énergie mécanique de l'électron au cours de son mouvement.

2) Du seul point de vue énergétique, à quelle condition, sur la valeur de son potentiel $V(P)$, un point P peut-il être atteint par l'électron ?

3) Quelle est la vitesse de l'électron en sortie S de la cavité accélératrice, si la tension entre les points O et S est égale à U ?

9.9 Relation potentiel-champ

Dans l'espace muni d'un repère cartésien (O, x, y, z) un champ électrique est défini par son potentiel :

$$\begin{cases} V(x, y, z) = -E_0 \frac{x^2}{2a} \text{ pour } -a \leq x \leq a \\ V(x, y, z) = -E_0 x + E_0 \frac{a}{2} \text{ pour } x > a \\ V(x, y, z) = E_0 x + E_0 \frac{a}{2} \text{ pour } x < -a \end{cases} \quad \text{où } E_0 \text{ est une constante}$$

- 1) Mettre en évidence des invariances permettant d'affirmer que le champ électrique a une direction fixe.
- 2) Exprimer le champ dans les différents domaines.
- 3) Peut-on parler de champ uniforme ?

9.10 Cas d'une masse ponctuelle

Une masse ponctuelle M est placée à l'origine du repère, on s'intéresse au flux du champ de gravitation qu'elle crée à travers une sphère de centre O et de rayon R .

- 1) Prévoir le signe du flux sortant.
- 2) Effectuer le calcul du flux et retrouver le résultat prévu par le théorème de Gauss.

9.11 Astre à géométrie sphérique

Un astre de rayon extérieur R est constitué d'un noyau homogène de masse volumique ρ_N et de rayon $R_N < R$ entouré d'un manteau de masse volumique constante ρ_M .

- 1) Préciser les symétries et invariances du problème
- 2) Déterminer le champ de gravité en tout point de l'espace.
- 3) Tracer le graphe donnant l'évolution de $\frac{G(r)}{G(R)}$ en fonction du rapport $\frac{r}{R}$, dans le cas où

$$R_N = \frac{R}{2} \quad \text{et} \quad \rho_M = 2\rho_N.$$

9.12 Fil infini chargé

On considère que l'axe Oz porte une densité linéique de charge λ répartie uniformément.

- 1) Donner l'expression du champ électrique créé en tout point de l'espace situé hors de l'axe Oz .
- 2) Retrouver ce résultat à partir du champ électrostatique créé par un cylindre infini.

9.13 Différents types de condensateurs

- 1) Calculer la capacité d'un condensateur sphérique d'armatures concentriques de rayons respectifs R_1 et R_2 .
- 2) Déterminer l'énergie stockée entre les armatures d'un condensateur sphérique en fonction de la charge Q portée par l'armature intérieure.
- 3) Retrouver l'expression de la capacité à l'aide de la relation $U_E = Q^2/2C$.
- 4) Calculer la capacité d'un condensateur cylindrique d'armatures concentriques de rayons respectifs R_1 et R_2 .

9.14 Géométrie des lignes de champ et surfaces équipotentiellles

Sans effectuer de calculs, préciser la nature géométrique des lignes de champ et des surfaces équipotentiellles dans les cas étudiés suivants :

- 1) sphère chargée en volume

2) cylindre chargé en volume

3) plan chargé en surface

9.15 Lignes de champ

On donne les lignes de champ suivantes :

Préciser celles qui peuvent correspondre aux lignes de champ d'un champ électrostatique.

