Energie du champ électromagnétique

4 Exercices

4.1 Cas particulier du condensateur plan

On considère un condensateur plan dont les armatures ont une surface S et sont distantes de d. Le champ électrostatique créé entre ses deux armatures est uniforme de norme E_0. La tension a ses bornes est notée U.

1) Donner l'expression de l'énergie stockée dans un condensateur en fonction de la valeur de sa capacité C et de U.

2) Rappeler l'expression de la capacité d'un condensateur plan en fonction de ses dimensions S et d.

3) Relier la tension U aux bornes du condensateur à la norme du champ électrique entre ses armatures. En déduire une nouvelle expression de l'énergie stockée dans le condensateur en fonction de E_0 et de ses dimensions.

4) En déduire la densité volumique d'énergie électrique.

4.2 Cas particulier du solénoïde infini

On considère un solénoïde de longueur l contenant N spires de section S parcouru par un courant i.

1) Donner l'expression de l'énergie emmagasinée dans une bobine en fonction de la valeur de son inductance L et de i.

2) Retrouver l'expression de l'inductance du solénoïde en fonction de ses dimensions S et l.

3) Relier le courant i traversant le solénoïde à la norme du champ magnétique créé en son sein. En déduire une nouvelle expression de l'énergie emmagasinée dans la bobine en fonction de B_0 et de ses dimensions.

4) En déduire la densité volumique d'énergie magnétique.

4.3 Bilan d'énergie dans un conducteur ohmique

On considère un conducteur cylindrique parcouru par une intensité I uniformément répartie et de conductivité Υ uniforme. Il est de section S, de longueur L et dirigé selon Oz.

1) Donner la loi d'Ohm locale.

2) En déduire la puissance cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charges.

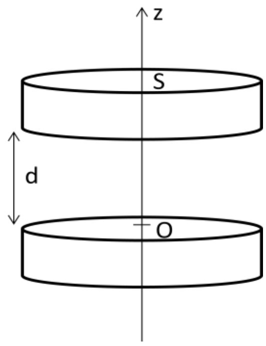
3) Donner l'expression du champ magnétique crée par le cylindre.

4) Donner l'expression du vecteur de Poynting.

5) En déduire la valeur de la puissance entrant par rayonnement dans le dipôle. Conclure.

6) La raisonnement tenu ci-dessus est en partie généralisable à tout dipôle électrique auquel un circuit extérieur impose une différence de potentiel stationnaire U et qui est traversé par un courant d'intensité I. Exprimer le champ électrique uniforme longitudinale. Réécrire la puissance électromagnétique reçue par le dipôle en fonction de U et I.

4.4 Charge d'un condensateur



On effectue le bilan énergétique d'un condensateur lors de sa charge très lente (ARQS). On raisonne sur un modèle de condensateur plan, de section circulaire S, rayon R, d'axe Oz et de distance inter-armatures d.
Dans le cadre de l'ARQS : $R\omega \ll c$.
On note q(t) le charge de l'armature du condensateur située en z = d.
1) Quelle est l'expression du champ électrique entre les deux armatures ? La variation du champ électrique est à l'origine de l'existence d'un courant de déplacement. Quelle est son expression ?
2) Quelle est l'expression du champ magnétique entre les deux armatures ? (Utiliser le théorème d'Ampère)
3) En comparant les ordres de grandeur des termes électrique et magnétique de la densité volumique d'énergie, donner l'expression de l'énergie électromagnétique, U, stockée dans le condensateur. Où est-elle localisée ? Donner aussi l'expression de la dérivée de U.
4) Quelle est l'expression du vecteur de Poynting ? Exprimer alors la puissance rayonnée.
5) Faire un bilan d'énergie. Conclure.

4.5 Bilan énergétique associé à un solénoïde dans l'ARQS

Un solénoïde infini, de section circulaire de rayon a, comprend n spires par unité de longueur, chacune étant parcourue par un courant d'intensité $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$. On suppose le courant suffisamment lentement variable pour se placer dans l'ARQS et que les lois de la magnétostatique sont applicables : $a\omega \ll c$.
1) Donner l'expression du champ magnétique qui existe à l'intérieur du solénoïde.
2) En déduire l'expression du champ électrique en tout point M à l'intérieur du solénoïde.
3) En comparant les ordres de grandeur des termes électrique et magnétique de la densité volumique d'énergie, donner l'expression de l'énergie électromagnétique, U, stockée dans une portion de longueur d du solénoïde. Où est-elle localisée ? Donner aussi l'expression de la dérivée de U.
4) Calculer l'expression du vecteur de Poynting, puis sa puissance rayonnée à travers la paroi du solénoïde (cylindre d'axe (Oz) de rayon a et de hauteur d).
5) Interpréter les résultats précédents.