

Énergétique des fluides en écoulement laminaire stationnaire dans une conduite

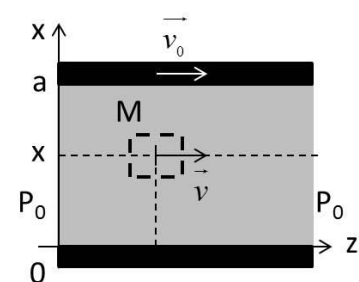
5 Exercices

5.1 Fluides parfaits, fluides newtoniens

5.1.1 Écoulement de Couette plan

Un fluide incompressible de masse volumique μ et de viscosité dynamique η est en écoulement stationnaire dans une conduite de longueur L selon (Oz) , entre deux plaques l'une en $x = 0$ fixe et l'autre en $x = a$ animée d'une vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_z$. Le champ des vitesses s'écrit donc : $\vec{v} = v_z(x) \vec{u}_z$. La pression est supposée être la même en entrée et en sortie de la conduite égale à P_0 . Soit une particule de fluide de volume dV appartenant à cet écoulement, centrée sur le point $M(x, y, z)$ et assimilée à un point matériel.

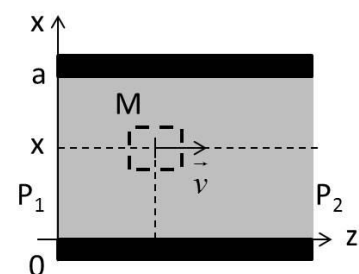
- 1) Faire un bilan des forces sur la particule de fluide.
- 2) Donner l'expression de la vitesse de cette particule de fluide.



5.1.2 Écoulement de Poiseuille plan

Un fluide incompressible de masse volumique μ et de viscosité dynamique η est en écoulement stationnaire dans une conduite de longueur L selon (Oz) , entre deux plaques l'une en $x = -a/2$ et l'autre en $x = a/2$ toutes deux fixes. Le champ des vitesses s'écrit donc : $\vec{v} = v_z(x) \vec{u}_z$. La pression en entrée est égale à P_1 et celle en sortie à P_2 . Soit une particule de fluide de volume dV appartenant à cet écoulement, centrée sur le point $M(x, y, z)$ et assimilée à un point matériel.

- 1) Faire un bilan des forces sur la particule de fluide.
- 2) Donner l'expression de la vitesse de cette particule de fluide.



5.1.3 Modélisation d'une lubrification

Un fluide newtonien est réparti sur une hauteur e entre deux plaques horizontales très longues. La plaque du dessous est immobile et celle de dessus possède la vitesse constante v_0 .

- 1) Quelles sont les conditions aux limites vérifiées par l'écoulement ?
- 2) Proposer la forme la plus simple possible de champ des vitesses vérifiant ces conditions.
- 3) Quelle est la composante horizontale de la force exercée par le fluide, par unité de surface, sur la plaque supérieure ?

Un bloc parallélépipédique, de surface carrée de côté $a = 10$ cm et de masse $m = 1$ kg, est posé sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 45^\circ$ par rapport à l'horizontale. Le plan incliné est lubrifié, c'est-à-dire enduit d'une huile de viscosité dynamique η . La plaque se met alors en mouvement. On suppose

que l'écoulement de l'huile peut être modélisé de la même manière qu'au début de cet exercice, avec une épaisseur $e = 1 \text{ mm}$ d'huile. Le champ de pesanteur est noté $g \simeq 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

4) En déduire l'équation du mouvement du bloc.

5) Après un certain temps, la vitesse du bloc se stabilise à la valeur $v_f = 0,5 \text{ m.s}^{-1}$. En déduire la viscosité η de l'huile.

6) Quelle est la durée du régime transitoire ?

5.2 Bilan de grandeurs énergétiques extensives

5.2.1 Analogie avec la chute libre

Un grand réservoir d'eau, dont la surface libre est de section S , a une ouverture de section s située à une hauteur h en dessous de la surface. Une ligne de courant relie le centre de chaque surface. On suppose que les conditions sont réunies pour que la relation de Bernoulli s'applique entre le point A de la surface et le point B de l'ouverture, situés aux extrémités de la ligne. La pression est supposée égale à la pression atmosphérique $P_a = 10^5 \text{ Pa}$ en ces deux points.

1) Quelle relation peut-on écrire entre la vitesse de déplacement de la surface et celle du fluide dans l'ouverture ?

2) Que devient l'expression de la vitesse du fluide dans l'ouverture si on écrit la conservation du débit volumique dans le cas $s \ll S$?

Application numérique : $h = 0,5 \text{ m}$, $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$

3) Comparer ces relations avec celles obtenues dans le cas de la chute libre, c'est-à-dire pour un point matériel glissant sans frottement sur un support ayant la forme de la ligne de courant. Interpréter.

5.2.2 Ordre de grandeur d'une puissance indiquée

Une pompe immergée 10 mètres sous terre doit permettre de remonter de l'eau dans une installation située à la surface. La pression du liquide au niveau du captage est voisine de la pression atmosphérique et on désire disposer d'un débit égal à $7 \text{ m}^3.\text{h}^{-1}$ avec, dans l'installation, une pression supérieure à la pression atmosphérique de 2,5 bar. Les sections des conduites sont identiques et on se place en régime stationnaire. On se livre ici à une estimation grossière, visant à dégager un ordre de grandeur de la puissance indiquée Ψ_i : toutes les causes de perte sont donc ignorées.

1) Estimer le travail indiqué massique nécessaire.

2) En déduire une estimation de la puissance indiquée.

3) Comparer à la puissance de fonctionnement d'un ustensile ménager courant. Peut-on conclure sur l'importance de la consommation électrique d'un tel élément ?

5.2.3 Puissance disponible dans une chute d'eau

Un site montagneux présente un cours d'eau de masse volumique, μ , de débit volumique connu, D_V . On constate qu'il est possible d'installer une retenue d'eau, permettant de créer une chute de hauteur H . Quelle puissance maximale est-il théoriquement possible d'obtenir ?

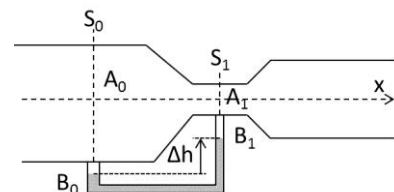
Application numérique : $D_V = 0,1 \text{ m}^3.\text{s}^{-1}$, $H = 30 \text{ m}$, $\mu = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$

5.2.4 Mesure de débit

1) Un capteur destiné à mesurer le débit d'un fluide est constitué d'un étranglement. On note S_0 et S_1 les sections au niveau des points A_0 et A_1 situés sur une ligne de courant moyenne.

Un tube coudé vient se brancher latéralement sur la conduite, il contient une certaine quantité de mercure (masse volumique $\mu_{Hg} = 1,36.10^4 \text{ kg.m}^{-3}$), qui se déplace lorsque le capteur est parcouru par un fluide.

En régime stationnaire, le dénivelé entre les points B_0 et B_1 situés sur les deux surfaces de mercure est Δh . Le fluide qui traverse le capteur est supposé incompressible, de masse volumique $\mu \ll \mu_{Hg}$, on



le considère parfait. Appliquer la formule de Bernoulli entre les points A_0 et A_1 et relier les vitesses v_0 et v_1 à la différence des pressions P_0 et P_1 entre ces points.

2) On admet que la formule utilisable dans le cadre de la statique des fluides s'applique entre les points A_0 et B_0 , ainsi qu'entre A_1 et B_1 (trajet perpendiculaires à un écoulement laminaire). En déduire une relation entre P_0 , P_1 et Δh .

3) Que peut-on dire de la répartition des vitesses sur chacune des sections S_0 et S_1 ? En déduire une relation entre le débit volumique et le dénivelé Δh .

4) En pratique, cette loi n'est pas très bien suivie, pour quelles raisons ?

5) On retient néanmoins la proportionnalité du débit à Δh^α . Quelle valeur de l'exposant α suggère l'étude idéale ? Comment obtenir en pratique un capteur exploitable ?

5.2.5 Calcul d'une perte de charge régulière

On s'intéresse à un écoulement d'eau liquide dans une conduite de diamètre $d = 32 \text{ mm}$ (1 pouce) avec un débit volumique constant $D_V = 5 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$. On énonce généralement une règle d'usage simple, dans ce cas particulier : « la perte de charge correspond à 0,1 mètre par unité de longueur de canalisation. » On désire confronter cette règle de calcul très simple à ce que l'utilisation d'une loi plus élaborée permet de prévoir. L'écoulement présenté est turbulent. Pour ces écoulements, la perte de charge peut être calculée par la formule de Blasius : $\Delta P_c = 0,316 \left(\frac{vd\mu}{\eta} \right)^{-0,25} \frac{l}{d} \mu \frac{v^2}{2}$ avec l la longueur de canalisation.

Données : $\mu = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et $\eta = 10^{-3} \text{ Pl}$

1) Déterminer la perte de charge par unité de longueur de canalisation $\frac{\Delta P_c}{l}$ dans le cas envisagé et

vérifier l'ordre de grandeur proposé par la règle simple : $\frac{\Delta z_c}{l} = 0,1$.

2) La règle d'usage convient-elle pour un débit allant de $2 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ à $7 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$?

5.2.6 Perte de charge dans un élargissement

Une conduite cylindrique parcourue par un écoulement incompressible et stationnaire présente un changement de section. Le diamètre aval est le double du diamètre amont : $d' = 2d$. On ne prend pas en compte les effets de pesanteur.

1) Lorsqu'on suppose le fluide parfait et les conditions d'application de la formule de Bernoulli réunies, déterminer la variation de pression $P-P'$ entre amont et aval, en fonction de l'énergie

cinétique volumique du fluide en amont $e_{c,v} = \mu \frac{v^2}{2}$. Commenter le signe.

2) Une étude plus précise de l'écoulement met en évidence l'existence d'une zone morte (zone de fluide immobile) sur la partie latérale située juste derrière l'élargissement. On montre alors que la différence de pression entre l'amont et une section située en aval de cette zone s'écrit : $P - P' = \mu v'(v' - v)$ (théorème de Bélanger). En déduire, dans le cadre de l'application de cette relation, la nouvelle expression de la différence de pression $P-P'$ en fonction de $e_{c,v}$.

3) Quel est l'écart relatif entre les deux résultats ? Commenter.

4) Proposer une expression pour la perte de charge singulière ΔP_c en fonction de $e_{c,v}$, dans le cas de l'élargissement de section envisagé ici. Commenter le signe du résultat.

5.2.7 Bilan de puissance dans une installation domestique

Un dispositif de captage d'eau fonctionne autour d'une pompe P connectée à un circuit d'aspiration (tronçon B-C) et un circuit de refoulement (tronçon D-E). L'exercice vise à déterminer la puissance qu'il est nécessaire de prévoir pour alimenter la pompe.

Le circuit d'aspiration assure la prise d'eau au point B situé au fond d'un puits consistant en une réserve d'eau renouvelée par un accès à une nappe phréatique. La surface (point A) sera supposée immobile et à la pression $P_A = P_0 = 1\text{bar}$. Les hauteurs $h_1 = 1,5\text{m}$ et $h_2 = 6\text{m}$ correspondent aux dénivellations entre :

- la surface de la réserve d'eau et le point B d'une part ;
- la surface du sol où est située la pompe et le point B d'autre part.

Le diamètre de la canalisation envisagé par le concepteur dans le circuit d'aspiration est soit $d_1 = 40\text{mm}$, soit $d'_1 = 50\text{mm}$.

Le circuit de refoulement en sortie de pompe permet de conduire le fluide jusqu'à un point d'utilisation E, où la pression requise est $P_E = P_0 + P_u$ où $P_u = 2,5\text{bar}$ (surpression utile). La dénivellation entre la pompe et le point E est définie par $h_3 = 3,5\text{m}$. Le diamètre de canalisation dans le circuit de refoulement est $d_2 = 32\text{mm}$.

Le débit volumique retenu pour l'étude est $D_V = 6\text{m}^3.\text{h}^{-1}$ et on se place en régime stationnaire. On adoptera $g = 9,8\text{m.s}^{-2}$.

1) Etude idéalisée (sans pertes)

a) Rappeler quelles hypothèses permettent d'utiliser la relation de Bernoulli. On se place dans ce cadre idéalisé.

b) Calculer la vitesse moyenne v_2 de l'écoulement dans le circuit de refoulement et en déduire l'énergie cinétique massique du fluide dans ce tronçon.

Comparer cette grandeur à la variation d'énergie potentielle massique de pesanteur pour une dénivellation de quelques mètres.

On pourra procéder désormais aux simplifications qui en découlent.

c) En appliquant la relation de Bernoulli à divers tronçons, estimer le travail massique que doit délivrer la pompe à l'écoulement.

d) En déduire la puissance d'alimentation.

2) Prise en compte des pertes de charge régulières

a) Pour cet écoulement, on propose la relation suivante, pour calculer la perte de charge régulière

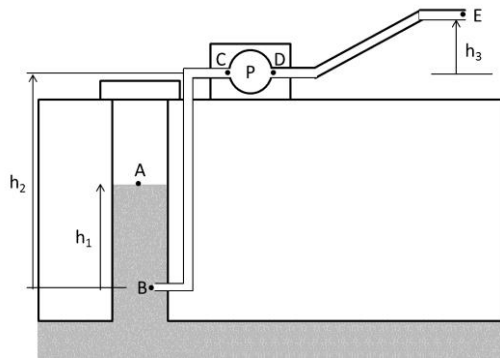
dans une conduite de longueur l et diamètre d_2 : $\Delta z_c = \frac{1}{6} \frac{1}{\sqrt[4]{v_2 d_2 \mu}} \frac{v_2^2}{d_2 g} l$ avec $\mu = 10^3 \text{kg.m}^{-3}$ et

$$\eta = 10^{-3} Pl.$$

En déduire la perte de charge régulière, exprimée dans le circuit de refoulement dont la longueur de canalisation est $l_2 = 6\text{m}$. Préciser sa dimension.

b) Comment ce terme doit-il être pris en compte dans le bilan de puissance précédent ?

c) Pour le circuit d'aspiration, non visible, on peut choisir une plus grande section de conduite. Quel en est l'intérêt vis-à-vis du bilan de puissance ?



d) Déterminer la perte de charge régulière dans la partie aspiration, pour les deux diamètres envisagés sachant que la longueur de conduite est $l_1 = 6,5m$.

3) Estimation des pertes de charge singulières

On accepte la relation $\Delta P_c = K \mu \frac{v^2}{2}$ pour traduire les pertes de charge singulières cumulées dans chaque circuit. Pour l'aspiration $K_1 = 0,9$ et pour le refoulement $K_2 = 1,2$ (nombres sans dimension).

a) En déduire le cumul de pertes de charge singulières dans les deux circuits (on adopte désormais $d_1 = 40mm$ pour l'aspiration).

b) Rectifier le bilan de puissance de la pompe en tenant compte de toutes les pertes de charge.

4) Pertes au niveau de la pompe

On prend finalement en compte un rendement de 0,7 pour la pompe, déterminer la puissance d'alimentation requise.

5.2.8 Etude simplifiée d'un barrage

Lors de la phase de vidange du barrage de Grand'Maison, l'eau s'écoule dans une conduite forcée reliant le lac de retenue en amont de Grand'Maison à la retenue du Verney en aval. La conduite a une longueur de 1450 mètres. Elle se termine par un coude la ramenant à l'horizontal pour alimenter une turbine Pelton qui assure la conversion d'une partie de l'énergie potentielle de l'eau en énergie cinétique de rotation sur l'arbre de la turbine. La conduite a un diamètre constant de 3 mètres et se caractérise par une perte de charge Δh exprimée en hauteur d'eau. La vitesse dans la conduit est $v = 3,6m.s^{-1}$. La viscosité dynamique de l'eau dans la conduite est prise égale à $\eta = 1,8.10^{-3} Pl$, sa masse volumique est $\mu = 1,0.10^3 kg.m^{-3}$. La hauteur de chute est prise égale à $H = 922$ mètres.

1) En utilisant le diagramme de Moody, estimer les pertes de charge régulière par unité de longueur de conduite sachant que sa rugosité absolue ε est de l'ordre de 1mm. En déduire la perte de charge totale de la conduite Δh exprimée en hauteur d'eau. Commenter.

2) Exprimer la perte de charge en hauteur d'eau Δh_{coude} provoquée par le passage d'un coude terminal avant l'entrée dans la turbine Pelton. Le coefficient de perte de charge singulière sera pris égal à $K=1,5$. Commenter.

3) En un point A à la surface de retenue amont, la vitesse est supposée nulle. Exprimer la pression en hauteur d'eau équivalente $\frac{P_0}{\mu g}$ au point B en amont de la turbine. Application numérique.

4) On suppose, pour simplifier, qu'en sortie de la Pelton au point C, la pression est égale à la pression atmosphérique et la vitesse négligeable. En considérant que la turbine Pelton a un rendement de 75%, quelle est la puissance disponible sur l'arbre de la turbine ?

5.3 Bilans thermodynamiques

5.3.1 Écoulement dans une canalisation

On considère l'écoulement unidimensionnel d'un fluide dans un organe statique assimilé à un tuyau rectiligne rigide de section droite Σ sans pièces mobiles. On fait les hypothèses suivantes : l'écoulement est unidimensionnel, le fluide est considéré comme étant incompressible, non visqueux, et on néglige les éventuelles sources de création d'entropie thermique. On néglige les variations d'énergie potentielle et cinétique macroscopique.

- 1) Préciser le sens physique de chacune de ces hypothèses.
- 2) Montrer que dans ces conditions la pression, l'énergie cinétique, la vitesse, le débit massique et volumique sont conservés le long de l'écoulement.

5.3.2 Écoulement d'un gaz parfait dans une canalisation

On considère un gaz parfait qui s'écoule à partir d'un récipient de grand volume (état 1) jusqu'à l'atmosphère par un ajutage C. La pression du gaz est mesurée à une distance grande de C pour qu'elle puisse être considérée comme uniforme et constante dans toute la section S_1 . En première approximation, la vitesse du fluide dans cette section S_1 peut être négligée. Le régime est supposé permanent. On donne : $p_1 = 2,00 \text{ bar}$; $p_2 = 1,00 \text{ bar}$; $T_1 = 293 \text{ K}$; $c_p = 1005 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$; $\gamma = 1,40$; $S_2 = 100 \text{ cm}^2$.

- 1) L'écoulement est isentropique. Calculer la variation d'enthalpie massique entre les sections S_1 et S_2 . Calculer la vitesse théorique du gaz c_2 dans la section S_2 en négligeant la vitesse du fluide dans la section S_1 . Calculer le débit massique de gaz dans l'état 2.
- 2) En réalité l'écoulement est adiabatique irréversible (existence de frottements) et la température mesurée dans l'état 2 (sortie de l'écoulement) est $T'_2 = 243 \text{ K}$, en déduire la vitesse c'_2 de sortie. Pendant son écoulement l'air subit une variation continue de son état que l'on peut assimiler à une évolution polytropique soit $p v^k = A$. Calculer k .

5.3.3 Du premier principe aux pertes de charge

On considère l'écoulement unidimensionnel d'un fluide dans une canalisation calorifugée sans pièces mobiles de section droite Σ variable. Le fluide est incompressible, non visqueux, et on néglige les éventuelles sources de création d'entropie thermique. On ne néglige pas ici les variations d'énergie potentielle de pesanteur et d'énergie cinétique macroscopique. On note z l'altitude locale d'une section de l'écoulement, C la vitesse du fluide (pour ne pas la confondre avec le volume massique v) sur cette section et μ la masse volumique du fluide. On se place en régime permanent.

- 1) En écrivant le premier principe des systèmes ouverts pour une transformation élémentaire du fluide entre deux sections infiniment proches, donner la relation liant dP , dz , $d(C^2)$ et μ .
- 2) Montrer que compte tenu des hypothèses, la quantité $P + \mu gz + \frac{1}{2} \mu C^2$ se conserve le long de l'écoulement.
- 3) On suppose que la section offerte à l'écoulement diminue, montrer que la pression diminue au sein du fluide.
- 4) Montrer que dans une canalisation de section constante et altitude constante, la pression est constante. Dans une telle canalisation, lorsque le fluide est visqueux, les irréversibilités mécaniques provoquent un échauffement du fluide (quantité de chaleur dissipée par les frottements internes) mais la vitesse et l'énergie cinétique restent constantes. Proposer une explication.

On observe par contre une diminution de pression le long de l'écoulement (perte de charge). Proposer une explication.

5.3.4 Bilans dans une centrale hydroélectrique

Un lac de retenue d'eau est connecté à une centrale hydroélectrique par l'intermédiaire d'une galerie souterraine. On note H le dénivelé entre le captage d'eau et la station où se trouve la turbine entraînée par la chute d'eau. On souhaite établir, en régime stationnaire, un bilan enthalpique et un bilan entropique pour l'unité de masse d'eau :

- d'une part entre le point de captage C et l'entrée de la turbine E
- d'autre part entre C et la sortie S de la turbine.

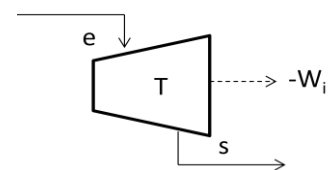
On note c la capacité thermique massique de l'eau, que l'on suppose constante vis-à-vis de la température.

- 1) Rappeler l'expression de l'enthalpie massique et de l'entropie massique pour une phase condensée.
- 2) Qu'indique le bilan de masse en régime stationnaire ?
- 3) Entre les points C et E, quelles sont les caractéristiques de la transformation ? Quels termes peut-on négliger dans le bilan enthalpique ? Si l'on suppose que l'état thermodynamique de l'eau ne varie pas durant cette évolution, quelle loi obtient-on ?
- 4) On raisonne pour l'ensemble de l'installation, entre les points C et S. Les différentes phases de l'évolution (chute, traversée de la turbine) sont supposées suffisamment rapides pour que l'on puisse négliger l'échange thermique avec les parois. Ecrire et commenter le bilan enthalpique en faisant les approximations qui paraissent justifiées.
- 5) Traduire le bilan entropique par une relation entre les températures entre C et S. En déduire une inégalité faisant apparaître le travail massique électrique produit par la centrale, le dénivelé H et des constantes du problème.
- 6) Exprimer le nombre maximal de kilowatts par mètre de dénivelé que l'on peut obtenir avec un débit de $1\text{m}^3.\text{s}^{-1}$.

5.3.5 Détente d'un gaz dans une turbine

Un fluide vaporisé peut mettre en mouvement les pales d'une turbine. L'axe mis en rotation peut alors entraîner une autre machine, on récupère de l'énergie mécanique.

Dans une centrale nucléaire ou thermique, la turbine est l'élément dans lequel le fluide, qui a reçu l'énergie thermique issue de la réaction nucléaire ou de la combustion, se détend. La turbine entraîne un alternateur, qui est un convertisseur électromécanique : recevant de la puissance mécanique de la part de la turbine, il la transforme en puissance électrique, celle qui sera délivrée par la centrale.



La conception d'une turbine est totalement orientée vers la récupération maximale d'énergie utile, au détriment de l'énergie cinétique du fluide, on peut donc la négliger. On pourra de plus négliger l'énergie potentielle de pesanteur du fluide. Le régime est supposé stationnaire.

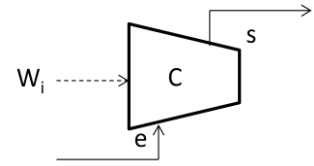
On considère donc une turbine dans laquelle un gaz parfait (de capacité thermique massique $c_p = 10^3 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$) subit une détente adiabatique (parois calorifugées). L'état du gaz est défini en entrée par sa pression $P_e = 10^6 \text{ Pa}$ et sa température $T_e = 973 \text{ K}$, seule la pression de sortie $P_s = 10^5 \text{ Pa}$ est fixée. La détente du fluide permet la récupération d'un travail massique.

- 1) Ecrire le premier principe pour cet écoulement.
- 2) Quelle condition relative à la nature de la détente permet de rendre maximum le travail massique récolté ? Est-ce réalisable ?

- 3) Quelle puissance utile maximale $P_T = -P_i$ peut-on récupérer, si le débit massique est $D_m = 1,5 \text{ kg.s}^{-1}$?
- 4) En réalité, du faite de la présence de frottement, la température de sortie est $T'_s = 553 \text{ K}$, quelle puissance P'_T est obtenue ? Que représente le rapport $\eta = \frac{P'_T}{P_T}$?

5.3.6 Compresseur à deux étages

Un compresseur fonctionne à l'inverse d'une turbine. L'extérieur fournit un travail mécanique pour mettre en mouvement les pièces mobile et l'enthalpie du fluide s'en trouve accrue. On pourra encore supposé que les énergies cinétiques et potentielles de pesanteur du fluide sont négligées. Le régime est supposé stationnaire.



On envisage de réaliser une compression de 1 à 10 bar en deux étages séparés par un réfrigérant. Chaque étage est constitué d'un compresseur adiabatique réversible. L'étage basse-pression comprime le gaz parfait depuis l'état 1 ($P_1 = 1 \text{ bar}$, $T_1 = 293 \text{ K}$) jusqu'à un état 2 (P_2 , T_2) ; le gaz est alors refroidi à pression constante jusqu'à l'état 3 ($P_3 = P_2$, $T_3 = 293 \text{ K}$) et comprimé dans l'étage haute-pression jusqu'à l'état 4 ($P_4 = 10 \text{ bar}$). On donne : $r = 287 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et $\gamma = 1,4$.

- 1) Exprimer le travail massique total de compression en fonction de γ , r , T_1 , $\frac{P_2}{P_1}$, et $\frac{P_4}{P_2}$.
- 2) Déterminer la pression intermédiaire P_3 qui conduit au travail minimal.
- 3) Calculer le travail fourni par l'ensemble des deux parties mobiles du compresseur à un kilogramme de gaz transvasé.
- 4) Comparer au travail fourni par un compresseur constitué d'un seul étage.

5.3.7 Détente d'un gaz parfait dans une tuyère

Dans une tuyère, le gaz subit une détente spontanée dans une conduite de forme bien choisie. Au cours de cette évolution, l'énergie cinétique du fluide s'accroît. Il est donc raisonnable de négliger l'énergie cinétique massique d'entrée, mais pas celle de sortie. On peut par contre toujours négliger les énergies potentielles de pesanteur.

Dans le cadre d'essais, un gaz parfait diatomique traverse une tuyère calorifugée, dans laquelle il acquiert une vitesse d'écoulement v_s sans apport de travail utile : la forme des parois de la tuyère permet l'acquisition de cette vitesse macroscopique lors de la détente. L'état du gaz en entrée est défini par $T_e = 900 \text{ K}$ et $P_e = 1,5 \text{ bar}$. La pression de sortie est égale à $P_s = 1 \text{ bar}$.

- 1) Déterminer la température de sortie si la détente est réversible.
- 2) En appliquant le premier principe à l'écoulement d'une unité de masse de fluide à travers la tuyère, relier la vitesse v_s à la variation d'une fonction d'état pertinente.
- 3) Déterminer la vitesse d'éjection. On donne : $c_p = 10^3 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- 4) On précise que la vitesse du son dans un gaz parfait s'écrit : $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ où $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$.

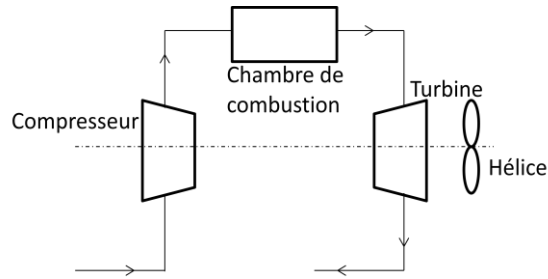
L'écoulement est-il subsonique (nombre de Mach $M_a = \frac{v_s}{c} < 1$) ?

5.3.8 Turbopropulseur (cycle de Joule)

Un turbopropulseur est un moteur à réaction dont l'organe essentiel est constitué par une turbine à gaz dont le rôle est d'entraîner, outre le compresseur, l'hélice propulsive.

Le cycle du turbopropulseur est assimilable à un cycle de Joule ; le gaz utilisé est assimilé à un gaz parfait, de capacité thermique massique isobare c_p constante.

On donne $\gamma = 1,4$, $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$, $R = 8,32 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$



Première phase : l'air, à température $T_0 = 280 \text{ K}$ et à la pression $P_0 = 1 \text{ bar}$ est aspiré dans le compresseur qui le porte aux conditions $P_1 = 10 \text{ bar}$ et T_1 par une évolution supposée adiabatique et réversible. On appellera w_1' le travail fourni par le compresseur à l'unité de masse d'air. Les vitesses d'écoulement seront négligées.

Deuxième phase : à la sortie du compresseur, l'air pénètre dans la chambre de combustion où, sous pression constante P_1 , sa température est portée à la valeur de $T_1' = 1000 \text{ K}$. On appellera q l'énergie thermique fournie à l'unité de masse d'air dans cette transformation.

Troisième phase : l'air parvient alors à la turbine où il subit une détente adiabatique et réversible. On négligera les vitesses d'écoulement aussi bien à l'entrée qu'à la sortie de la turbine. A la fin de cette détente, la pression de l'air est $P_2 = P_0$ et sa température T_2 . On appellera w_2' le travail que l'unité de masse d'air fournit à la turbine pendant la détente.

Quatrième phase : l'air est rejeté dans l'atmosphère extérieure où il se refroidit à pression constante P_0 , de la température T_2 à la température T_0 .

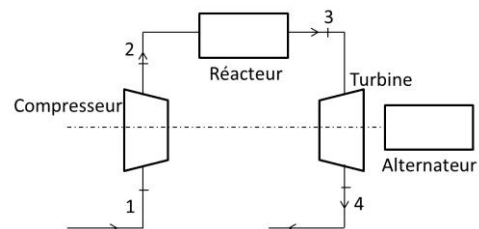
- 1) Donner l'allure du cycle dans le diagramme de Clapeyron. Ce cycle est dit cycle de Joule.
- 2) Donner les expressions littérales de T_1 et w_1' . Calculer T_1 .
- 3) Exprimer littéralement q .
- 4) Donner les expressions littérales de T_2 et w_2' . Calculer T_2 .
- 5) Quel est le travail massique disponible à l'hélice ? Le calculer, ainsi que q .
- 6) Définir le rendement du turbopropulseur, en fonction du taux de compression $a = P_1/P_0$. Le calculer.

5.3.9 Prise en compte des irréversibilités dans une installation de production d'électricité

On étudie une installation complexe mettant en jeu de l'air, assimilé à un gaz parfait de capacité thermique massique $c_p = 1 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et de coefficient $\gamma = 1,40$. Admis à la pression $P_1 = 1 \text{ bar}$ et à la température $T_1 = 293 \text{ K}$, l'air est comprimé dans le compresseur (C) jusqu'à la pression $P_2 = 8,3 \text{ bar}$; puis la conduite qui transporte le fluide traverse un réacteur où se déroule une réaction de combustion.

L'air subit alors une transformation isobare au cours de laquelle il reçoit un transfert thermique portant sa température à la valeur $T_3 = 1260 \text{ K}$; une détente dans une turbine calorifugée ramène finalement la pression du gaz à la valeur $P_4 = 1 \text{ bar}$. Le travail récupéré dans la turbine sert à entraîner le compresseur ainsi que l'alternateur, ces trois machines étant montées sur le même arbre de transmission.

Dans tout l'exercice, on suppose parfaite la liaison mécanique entre le compresseur, la turbine et l'alternateur. La conversion électromécanique dans l'alternateur s'effectue avec un rendement



$\eta_a = 0,95$. Le rendement de l'installation est défini comme le rapport de la puissance électrique fournie par l'alternateur à la puissance thermique apportée au fluide au niveau du réacteur.

1) Modélisation idéalisée

Dans le compresseur et la turbine, les évolutions sont supposées adiabatiques et réversibles.

- a) Déterminer la température dans les états (2) et (4) en exploitant les propriétés de l'air.
- b) En déduire les travaux et transferts thermiques massiques dans le compresseur, le réacteur et la turbine.
- c) Quel est le rendement de l'installation dans cette modélisation négligeant les irréversibilités ?

Dans l'installation réelle, on a mesuré la température aux différents points : $T'_2 = 576 \text{ K}$ et $T'_4 = 760 \text{ K}$.

2) Discussion de la réversibilité

- a) Compte tenu de ces valeurs, les évolutions dans le compresseur et la turbine sont-elles adiabatiques et réversibles ?
 - b) Déterminer numériquement la variation d'entropie massique au cours de ces deux transformations. Commenter les résultats.
- 3) Dans la suite de l'exercice, on retient un modèle de compression et de détente réelles adiabatiques, mais pouvant présenter des irréversibilités. Les valeurs de température sont celles mesurées dans l'installation réelle.
- a) Déterminer le travail massique de compression.
 - b) Faire de même pour la détente.
 - c) Calculer le transfert thermique massique reçu par le fluide dans le réacteur.
 - d) En déduire le rendement de l'installation.
- 4) Comparer les rendements obtenus dans les deux modélisations à celui d'un cycle de Carnot fonctionnant entre les mêmes températures extrêmes T_1 et T_3 .