

# Transfert d'énergie par conduction thermique

## 6 Exercices

### 6.1 Mesure d'une conductivité thermique

Une extrémité d'un barreau cylindrique d'aluminium de section  $S$  est placée dans un four. L'autre extrémité est placée dans une enceinte adiabatique, et refroidie par un courant d'eau de débit massique constant  $D_m$ .

Entre les deux, le barreau est entouré d'un isolant thermique. L'eau rentre à la température  $T_{20}$  et en ressort à la température  $T_{21}$ . Entre deux points distants de  $l$ , appartenant à la partie isolée, on mesure les températures  $T_{10}$  et  $T_{11}$ .

Le but de l'expérience est de déterminer la conductivité thermique  $\lambda$  de l'aluminium.

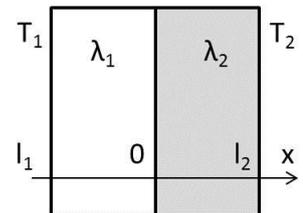
- 1) Evaluer, en fonction des paramètres du problème, la durée d'établissement du régime permanent.
- 2) En régime permanent, déterminer le flux thermique traversant le barreau et exprimer  $\lambda$  en fonction des autres grandeurs.

3) Application numérique avec  $T_{10} = 225^\circ\text{C}$ ,  $T_{20} = 15,0^\circ\text{C}$ ,  $T_{21} = 18,8^\circ\text{C}$ ,  $T_{11} = 25^\circ\text{C}$ ,  $D_m = 2,4 \text{ g}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $l = 50 \text{ cm}$  et  $S = 5 \text{ cm}^2$ . Capacités thermiques massiques : pour l'aluminium,  $c = 0,90 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$ , pour l'eau,  $c = 4,18 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$ . Masses volumiques : pour l'aluminium,  $\mu = 2,4\cdot 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , pour l'eau,  $\mu' = 1,0\cdot 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .

### 6.2 Contacts thermiques

Lorsqu'on touche deux objets à la même température, l'un en bois et l'autre en métal, celui en métal semble plus froid que celui en bois, malgré leurs températures identiques. L'objet de ce problème est d'étudier ce phénomène.

On étudie la conduction thermique suivant  $\vec{u}_x$  entre deux solides 1 et 2, de même section  $S$ , portés aux températures extrémales  $T_1$  et  $T_2$  :



- 1) Etablir le champ de température  $T(x)$ ,  $x \in [l_1, l_2]$ .
- 2) Etablir la valeur de la température  $T_0$  de la jonction en fonction de  $T_1$  et  $T_2$ .
- 3) Calculer numériquement  $T_0$  pour un contact 1/2 métal/peau puis bois/peau (on prendra  $l_1 = l_2$ ) où  $T_1 = 20^\circ\text{C}$ ,  $T_2 = 37^\circ\text{C}$  et

	métal	corps humain	bois
$\lambda (\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	350	$6,0\cdot 10^{-1}$	$7,5\cdot 10^{-1}$

Conclure quant à la sensation de froid.

### 6.3 Bilan entropique macroscopique

Les extrémités d'un cylindre  $C$  de section  $S$ , de longueur  $l$ , de conductivité thermique  $\lambda$ , sont portées aux températures  $T_1$  et  $T_2$ . Les parois du cylindre sont parfaitement calorifugées.

L'étude a lieu en régime permanent indépendant du temps. Toutes les réponses sont attendues en fonction de  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $\lambda$ ,  $S$  et  $l$ .

- 1)  $\vec{j}_{th} = j_{th} \vec{u}_x$  avec  $j_{th} > 0$  : quelle est l'inégalité entre  $T_1$  et  $T_2$  ?

- 2) Quel est le flux thermique  $\phi$  traversant une section droite de C ?
- 3) Quelle est la variation d'entropie  $dS$  de C pendant la durée  $dt$  ?
- 4) Quelle est l'entropie  $\delta S_{ech}$  échangée par C avec les sources extérieures à  $T_1$  et  $T_2$  pendant  $dt$  ?
- 5) Quelle est l'entropie  $\delta S_{créé}$  dans C pendant  $dt$  ? Conclure.

### 6.4 Calcul d'une température intermédiaire

On considère l'association série suivante.



- 1) Déterminer l'expression de la température  $T_1$  du point de séparation entre les deux milieux.
- 2) Envisager et commenter les cas  $R_{th1} \gg R_{th2}$  et  $R_{th1} = R_{th2}$ .
- 3) Quel pourrait être le modèle thermique d'un double vitrage ? Avec les données de conductivités thermiques données dans le cours, quelle simplification peut-on proposer ?

### 6.5 Fuite thermique

On perce, à travers un mur en béton de surface  $S_b = 5 \text{ m} \times 3 \text{ m}$ , d'épaisseur  $L_b = 30 \text{ cm}$ , de conductivité thermique  $\lambda_b = 9,2 \cdot 10^{-1} \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , une lucarne carré de côté  $a = 20 \text{ cm}$ , fermée par une vitre en verre d'épaisseur  $L_v = 5 \text{ mm}$  et de conductivité thermique  $\lambda_v = 1,5 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ . Donner la résistance thermique du mur sans lucarne, puis avec lucarne. Que peut-on dire des pertes thermiques ?

### 6.6 Diffusion thermique dans le domaine de l'habitat

Une paroi d'épaisseur  $e$  et de surface  $S$  sépare l'intérieur d'un local, à température  $T_i$  de l'extérieur à  $T_e$ .

#### 1) Résistance thermique

- a) Rappeler la définition de la résistance thermique en régime stationnaire.
- b) Est-il préférable d'augmenter ou de diminuer la résistance thermique des murs d'une habitation située dans une région froide ?
- c) Doit-on inverser le critère dans une région chaude ?

#### 2) Propriété des matériaux

Une notice relative à des blocs de béton, assemblables pour réaliser un mur, précise :

Epaisseur	Caractéristique thermique	Unité
5 cm	0,05	$\text{m}^2 \cdot \text{k} \cdot \text{W}^{-1}$
10 cm	0,1	$\text{m}^2 \cdot \text{k} \cdot \text{W}^{-1}$
20 cm	0,2	$\text{m}^2 \cdot \text{k} \cdot \text{W}^{-1}$

- a) Commenter l'unité : quelle est cette propriété caractéristique thermique ?
- b) Peut-on en déduire une constante caractéristique du matériau ?
- c) Une norme de bâtiment à basse consommation impose un coefficient dit « de résistance thermique » supérieur à  $5 \text{ m}^2 \cdot \text{k} \cdot \text{W}^{-1}$ . Peut-on l'atteindre avec un assemblage de blocs tels que présentés ci-dessus ?
- d) Comment procède-t-on en pratique ?

### 6.7 Simple et double vitrage

On considère une pièce à la température  $T_i = 20^\circ\text{C}$ . La température extérieure est  $T_e = 5^\circ\text{C}$ . On étudie les transferts thermiques avec l'extérieur à travers une vitre en verre de conductivité thermique  $\lambda = 1,15\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ , de largeur 60 cm, de hauteur 60 cm et d'épaisseur 3mm. On suppose qu'il n'y a pas de flux sortant à travers les autres parois de la pièce. On se place en régime stationnaire.

- 1) Définir et calculer la résistance thermique de la vitre. En déduire le flux thermique sortant à travers le simple vitrage.
- 2) On remplace le simple vitrage par un double vitrage constitué d'une vitre de 3 mm d'épaisseur, d'une couche d'air de conductivité thermique  $\lambda_{\text{air}} = 0,025\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ , d'épaisseur 10 mm et d'une autre vitre identique à la première. Donner le schéma thermique équivalent. Calculer le flux thermique sortant à travers le double vitrage et les différentes températures dans le double vitrage. Interpréter.

### 6.8 Chauffage d'une pièce

On souhaite maintenir constante la température d'une pièce à  $T_i = 20^\circ\text{C}$ . La résistance thermique des 4 murs et du sol est  $R_{\text{th1}} = 10,0\cdot 10^{-3}\text{K}\cdot\text{W}^{-1}$ . La résistance thermique du plafond et des tuiles est  $R_{\text{th2}} = 2,0\cdot 10^{-3}\text{K}\cdot\text{W}^{-1}$ . La température de l'extérieur est  $T_e = 10^\circ\text{C}$ . On se place en régime stationnaire.

- 1) Calculer la puissance thermique P à apporter à la pièce pour maintenir constante la température.
- 2) On améliore l'isolation thermique en rajoutant une plaque de matériau isolant entre le plafond et les tuiles. Calculer la résistance thermique de ce matériau afin de réaliser une économie de 50% sur la puissance thermique P.

### 6.9 Fil électrique parcouru par un courant

On considère un fil cylindrique de conductivité électrique  $\gamma$ , de conductivité thermique  $\lambda$ , de rayon a et de longueur L. On suppose que  $T(0) = T(L) = T_0$ . Le fil est parcouru par un courant électrique d'intensité constante I. On néglige les pertes thermiques à travers la surface latérale. On se place en régime stationnaire.

- 1) Déterminer la température T(x) dans le fil.
- 2) Pour quelle abscisse la température passe-t-elle par un maximum ?
- 3) Ce résultat était-il prévisible par une analyse physique ?

### 6.10 Isolant

Une couche d'isolant d'épaisseur  $d = 10\text{ cm}$  et de conductivité thermique :  $\lambda = 0,04\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  a une face maintenue à la température  $T_1 = 100^\circ\text{C}$ . L'autre face est refroidie par convection par un courant d'air à  $T_0 = 25^\circ\text{C}$  qui doit maintenant sa température à la valeur de  $T_2 = 30^\circ\text{C}$  (en régime permanent). Calculer quelle doit être la valeur du coefficient h défini dans la loi de Newton :  $j_{\text{th}} = h(T_2 - T_0)$ . Quel paramètre peut-on adapter simplement pour obtenir cette valeur ?

### 6.11 Modèle utilisant une résistance thermique

- 1) On raisonne sur une portion de paroi d'aire S. Définir la résistance thermique entre la paroi et le fluide.
- 2) Deux parois se font face, elles sont séparées par un fluide dans lequel la température est supposée uniforme (brassage par convection). Pour une portion d'aire S, que peut-on dire des résistances thermiques parois et fluide ?
- 3) Définir un coefficient de transfert entre les parois (on note h et h' les coefficients de transfert entre parois et fluide).

## 6.12 Ailette de refroidissement

On considère une barre de cuivre cylindrique de rayon  $a = 5 \text{ mm}$ , de longueur  $L$ . En  $x = 0$ , la barre de cuivre est en contact avec un milieu à la température  $T_0 = 330 \text{ K}$ . Tout le reste de la tige est en contact avec l'air ambiant de température uniforme  $T_e = 300 \text{ K}$ . On appelle  $\lambda = 400 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  la conductivité thermique du cuivre et  $h = 12 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$  le coefficient de transfert conducto-convectif entre la barre de cuivre et l'air. On se place en régime stationnaire. On pose  $\delta = \sqrt{\frac{\lambda a}{2h}}$ .

- 1) On considère que la longueur de la tige est quasi-infinie. Déterminer numériquement le profil de température  $T(x)$  en tout point de la barre de cuivre.
- 2) On remplace la tige précédente par une tige de longueur  $L = 20 \text{ cm}$ . Déterminer numériquement  $T(x)$ . Calculer  $T(L)$ .

## 6.13 Isolation d'une pièce

1) On considère une barre cylindrique de longueur  $L$ , de section  $S$  et de conductivité thermique  $\lambda$ . La surface latérale de la barre est thermodynamiquement isolée. On néglige tout effet de bord. La barre est en contact à ses extrémités avec des thermostats parfaits de température  $T_1$  en  $x = 0$  et  $T_2$  en  $x = L$ .

- a) Quelle est l'unité du vecteur densité de flux thermique  $\vec{j}_{th}$  et celle du flux thermique  $\Phi_{th}$ ? Rappeler la loi de Fourier et justifier le signe de cette loi.
- b) Montrer que le flux thermique  $\Phi_{th}(x)$  se conserve. En déduire  $T(x)$  en fonction de  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $x$  et  $L$ .
- c) Calculer la résistance thermique  $R_{th}$  de la barre.

2) On considère une barre de section  $S$ , de conductivité thermique  $\lambda_1$  et de longueur  $L_1$ , en contact à son extrémité avec une barre de même section, de conductivité  $\lambda_2$  et de longueur  $L_2$ . On impose la température  $T_1$  en  $x = 0$ , à l'entrée de la première barre et  $T_2$  en  $x = L_1 + L_2$  à la sortie de la seconde.

- a) Déterminer la résistance thermique de l'ensemble des deux barres.
- b) Calculer la température de jonction  $T_j$  entre les deux barres en  $x = L_1$ , en fonction de  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $R_{th1}$  et  $R_{th2}$ .

3) On étudie une pièce parfaitement isolée. Il existe des pertes à travers le double vitrage des quatre fenêtres de la pièce. Chaque double vitrage, de surface  $S = 1,8 \text{ m}^2$  est constitué de deux vitres de conductivité thermique  $\lambda_v = 1,2 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ , de même surface  $S$  et d'épaisseur  $e_v = 2,5 \text{ mm}$ . Entre les deux vitres se trouve une tranche d'air sec de conductivité thermique  $\lambda_a = 23.10^{-3} \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  et d'épaisseur  $e_a = 35 \text{ mm}$ .

La pièce est à la température  $T_p$  et l'air extérieur à  $T_0 = 275 \text{ K}$ . Entre la vitre à la température  $T_{paroi}$  et l'air de la pièce  $T_p$ , le vecteur densité de flux thermique se met sous la forme de la loi de Newton :  $\vec{j}_{th} = h(T_p - T_0)$ . Les coefficients d'échange entre la vitre et l'air de la pièce comme celui de l'autre vitre avec l'air extérieur valent  $h = 9,3 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ . On néglige la résistance thermique d'échange entre les vitres et l'air sec entre les vitres.

- a) Justifier le sens du vecteur  $\vec{j}_{th}$  dans la loi de Newton.
- b) Calculer la résistance thermique  $R_1$  d'une fenêtre. En déduire celle  $R_4$  des quatre fenêtres.
- c) Calculer littéralement puis numériquement la puissance du radiateur de chauffage de la pièce lorsqu'on maintient une différence de température de  $23 \text{ K}$  entre la pièce et l'extérieur.