

Modèle scalaire des ondes lumineuses

1 Propagation d'une vibration scalaire

1.1 Définition du modèle

Pour une onde électromagnétique polarisée rectilignement, le champ électrique se met sous la forme : $\vec{E}(M,t) = s(M,t)\vec{u}$ où $\vec{u}$ est le vecteur unitaire dans la direction de polarisation.

Définition :

Dans le cadre de l'approximation de la grandeur scalaire, l'onde lumineuse est décrite par un scalaire : l'**amplitude lumineuse** $s(M,t)$ (en $V.m^{-1}$)

1.2 Retard de phase d'une onde plane progressive lumineuse monochromatique

L'amplitude lumineuse d'une onde lumineuse ici considérée comme une OPPM d'amplitude s_0 et de **retard de phase** $\varphi(M)$ s'écrit sous la forme :

$$s(M,t) = s_0 \cos(\omega t - \varphi(M)) \quad \text{où} \quad \varphi(M) = \omega t_r - \varphi_0 \quad (1)$$

Cas particulier :

Ainsi, dans le vide (indice optique unitaire), la lumière se propage en ligne droite, $(SM) = SM$, à la célérité $c = 3.10^8 m.s^{-1}$ quelque soit la fréquence, donc :

$$t_r = \frac{SM}{c} \Rightarrow s(M,t) = s_0 \cos\left(\omega t - \omega \frac{SM}{c} + \varphi_0\right)$$

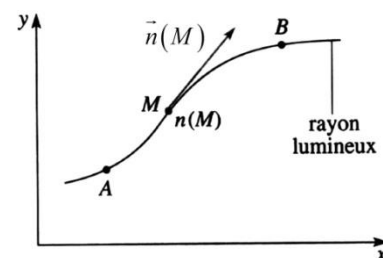
On peut aussi exprimer l'amplitude lumineuse de l'onde sous la forme :

$$s(M,t) = s_0 \cos\left(\omega t - 2\pi \frac{SM}{\lambda} + \varphi_0\right) \quad \text{où} \quad \lambda = cT = \frac{c}{f} = 2\pi \frac{c}{\omega} \text{ est la longueur d'onde dans le vide}$$

$$\text{Ou encore : } s(M,t) = s_0 \cos(\omega t - \varphi(M)) \quad \text{où} \quad \varphi(M) = \omega t_r - \varphi_0 = \omega \frac{SM}{c} - \varphi_0 = 2\pi \frac{SM}{\lambda} - \varphi_0$$

1.3 Chemin optique

Dans le cas général, l'indice du milieu peut varier de façon continue, et le rayon lumineux ne se propage plus en ligne droite mais courbe. On introduit alors la notion de **chemin optique**.



Définition :

Le chemin optique (AB) représente la distance parcourue dans le vide pendant la durée réelle mise pour aller de A à B dans le milieu d'indice n .

Cas particulier :

Si le milieu est homogène (indice optique n constant), la lumière s'y propage en ligne droite comme dans le vide.

Durée réelle mise pour aller de A à B dans le milieu : $t_r = \frac{AB}{v}$ où $v = \frac{c}{n}$ est la vitesse de propagation

dans le milieu considéré, soit : $t_r = n \frac{AB}{c}$

Chemin parcouru dans le vide pendant t_r : $(AB) = ct_r = c \frac{AB}{v} = nAB$

Donc : $t_r = \frac{(AB)}{c}$

Alors l'amplitude lumineuse de l'onde peut se mettre sous la forme :

$$s(M, t) = s_0 \cos(\omega t - \varphi(M)) = s_0 \cos(\omega(t - t_r) + \varphi_0) = s_0 \cos\left(\omega t - \omega \frac{(SM)}{c} + \varphi_0\right) = s_0 \cos\left(\omega t - 2\pi \frac{(SM)}{\lambda} + \varphi_0\right)$$

Notation :

L'amplitude lumineuse d'une onde lumineuse ici considérée comme une OPPM d'amplitude s_0 et de **retard de phase** $\varphi(M)$ dans un milieu d'indice n s'écrit sous la forme :

$$s(M, t) = s_0 \cos(\omega t - \varphi(M)) \quad \text{où} \quad \varphi(M) = 2\pi \frac{(SM)}{\lambda} - \varphi_0 \quad (2)$$

Remarque :

Le déphasage d'une OPPM, à cause de sa propagation entre deux points A et B, se met sous la

forme : $\varphi(B) - \varphi(A) = \frac{2\pi}{\lambda}(SB) - \varphi_0 - \left(\frac{2\pi}{\lambda}(SA) - \varphi_0\right) = \frac{2\pi}{\lambda}[(SB) - (SA)] = \frac{2\pi}{\lambda}(AB)$

1.4 Surface d'onde

Définition :

On appelle **surface d'onde** relative au point source S une surface formée des points M tels que $(SM) = \text{constante}$, ou encore, ce qui est équivalent, $\varphi(M) = \text{constante}$.

Conséquence :

Entre deux surfaces d'onde, le chemin optique est constant quel que soit le rayon lumineux choisi.

Théorème de Malus (admis) :

Les surfaces d'ondes sont orthogonales aux rayons lumineux, quel que soit le nombre de réflexions ou réfractions subies.

2 Amplitude scalaire et système optique

2.1 Onde plane, onde sphérique

De manière générale, une source ponctuelle S émet une onde lumineuse dont la structure est sphérique. Les rayons lumineux sont des demi-droites issues de S. Il y a décroissance en $1/r$ de l'amplitude $A(M)$ pour une nécessaire conservation de l'énergie. Les surfaces d'onde sont des sphères, d'où le nom d'**onde sphérique**.

Cependant, localement, à grande distance de la source, on peut assimiler l'onde sphérique à une **onde plane**. Les variations de phase deviennent prépondérantes devant la variation d'amplitude et cette dernière peut être considérée comme constante. Alors : $A(M) = s_0$

Les rayons lumineux sont des droites parallèles entre elles. Les surfaces d'onde sont alors des plans.

2.2 Effet d'une lentille mince dans l'approximation de Gauss

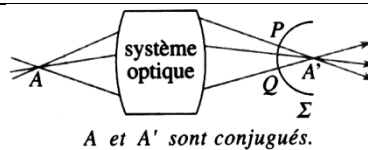
Définition :

Un système optique (S) est dit **rigoureusement stigmatique** pour un couple de points A et A' si tout rayon lumineux passant par A passe par A' après avoir traversé le système (S).

On dit encore que A et A' sont conjugués par rapport à (S).

Propriété :

Le chemin optique est conservé entre deux points conjugués : $(AA') = cte$ si A et A' sont conjugués



3 Cohérence d'une source

3.1 Modèle d'émission

Pour modéliser les conditions microscopiques et expérimentales nécessaires à l'émission d'un rayonnement lumineux. On considère que le rayonnement émis par la source est constitué par la superposition de **trains d'onde**.

Chaque train d'onde (comme une impulsion) est de durée finie moyenne appelée **temps de cohérence** Δt et possède une phase à l'origine φ_0 constante. Il est constitué d'un très grand nombre

d'oscillations de la grandeur vibrante de période $T = \frac{1}{f}$. A la fin de ce temps Δt , l'onde s'annule.

Puis, elle reprend pendant un nouveau temps Δt avec une phase à l'origine différente et aléatoire.

Cela permet donc de représenter le caractère discontinu de la lumière.

De plus, pour une fonction non périodique de durée Δt , on admet que la largeur de son spectre Δf est telle que : $\Delta f \Delta t \approx 1$

$$\text{Or, comme : } \lambda = cT = \frac{c}{f} \Rightarrow d\lambda = -\frac{c}{f^2} df \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{c}{f^2} \Delta f \Rightarrow \Delta\lambda \Delta t \sim \frac{c}{f^2} \Rightarrow \Delta\lambda \Delta t \sim \frac{\lambda^2}{c}$$

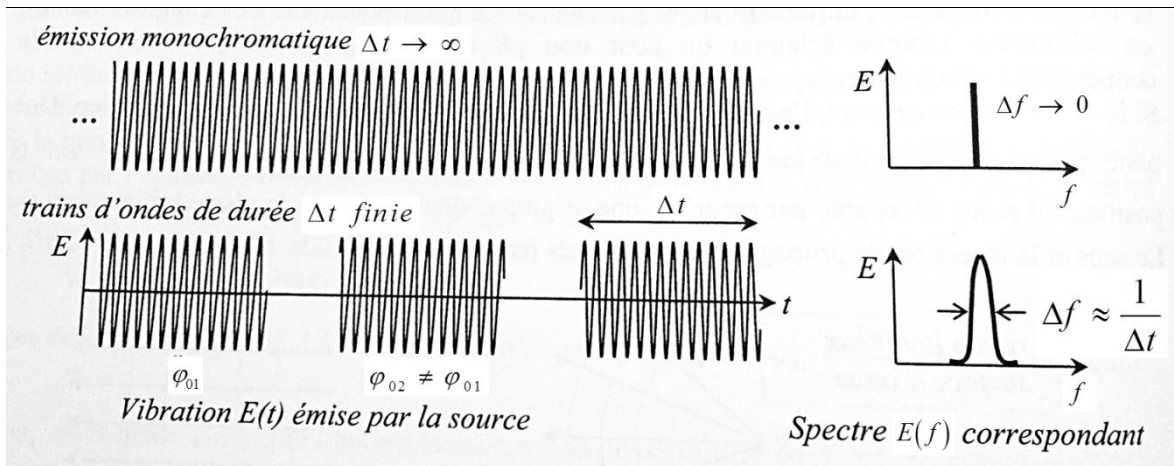
Propriété :

On peut relier la durée des trains d'onde à la largeur spectrale d'une source par :

$$\Delta f \Delta t \sim 1 \quad \text{ou} \quad \Delta\lambda \Delta t \sim \frac{\lambda^2}{c} \quad (3)$$

Remarques :

On comprend que suivant ce modèle une source purement monochromatique n'existe pas car alors $\Delta f = 0 \Rightarrow \Delta t \rightarrow \infty$, les trains d'onde seraient de durée infinie.



Plus une source possède un spectre étendu, plus les trains d'onde qu'elle émet sont courts. On dit que la source possède une faible cohérence temporelle.

Pour une lampe spectrale : $\Delta\lambda \approx 0,1\text{nm}$ $\Rightarrow$ pour $\lambda = 600\text{nm}$ $\Rightarrow \Delta t \approx 10^{-11}\text{s}$

Pour une lumière blanche : $\Delta t \approx 10^{-15}\text{s}$

Pour un laser : $\Delta t \approx 10^{-8}\text{s}$

On peut définir aussi la **longueur du train d'onde** L_c tel que dans un milieu d'indice n : $L_c = \frac{c}{n} \Delta t$

4 Intensité lumineuse

4.1 Les détecteurs lumineux

Les récepteurs lumineux ne sont sensibles qu'à la valeur moyenne de la puissance lumineuse qu'ils reçoivent ou encore fournissent un signal proportionnel à l'énergie lumineuse reçue pendant son temps d'intégration.

En effet, les récepteurs lumineux (photocellules, pellicules photo, œil,...) ont des temps d'intégration τ_r très grands devant la période des ondes lumineuses dans le visible $T = 10^{-14}\text{s}$:

- pour l'œil, τ_r est de l'ordre de 0,1 s
- pour une photodiode, τ_r est de 10^{-6}s
- pour une pellicule photo, τ_r est de l'ordre de 10^{-1}s à 10^{-2}s .

Le détecteur moyenne donc (sur une durée τ_r) le signal qui lui est envoyé.

4.2 Intensité lumineuse

On appelle **intensité lumineuse** en un point M la puissance lumineuse moyenne reçue, δP , par unité de surface, δS , sur un capteur placé en M : $I(M) = \frac{\delta P}{\delta S}$

La lumière étant une onde électromagnétique, sa puissance découle du calcul du vecteur de Poynting

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = c\epsilon_0 E^2(M, t) \vec{n} = c\epsilon_0 S^2(M, t) \vec{n}$$

La puissance lumineuse moyenne reçue est donc proportionnelle à la valeur moyenne de l'amplitude lumineuse au carré, il en va de même pour l'intensité lumineuse.

Définition :

L'intensité lumineuse, I (en candela, Cd) est proportionnelle à la moyenne temporelle du carré de

l'amplitude lumineuse au point M :

$$I(M) = K \langle s^2(M, t) \rangle \quad (4)$$

Remarque :

En optique ondulatoire, on ne fait que comparer les intensités lumineuses en deux points, on ne détermine pas de valeur numérique de l'intensité lumineuse. La valeur de la constante K n'est donc pas utile à connaître. Elle est souvent prise égale à 1.

L'intensité lumineuse d'une OPPM se met alors sous la forme pour $K=1$:

$$I(M) = \langle s^2(M, t) \rangle = \langle s_0^2 \cos^2(\omega t - \varphi(M)) \rangle = \frac{s_0^2}{2}$$

4.3 Facteur de contraste

Définition :

Le **contraste**, C , ou visibilité d'une figure est donné par le rapport :

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (5)$$

Remarque :

Le contraste est compris entre 0 et 1.