

Electronique numérique

1 Echantillonnage

1.1 Définition

Définition :

L'échantillonnage est l'opération qui consiste à mesurer un signal en capturant des valeurs à intervalles réguliers.

L'intervalle de mesure s'appelle la période d'échantillonnage, T_e .

1.2 Condition de Nyquist-Shannon

Critère de Shannon :

Un signal est correctement représenté à partir de ses échantillons, si la fréquence d'échantillonnage F_e est supérieure à deux fois la fréquence maximale F_{\max} de son spectre.

$$F_e > 2F_{\max} \quad (1)$$

1.3 Echantillonnage d'un signal électronique

On échantillonne un signal analogique $s(t)$ en prélevant sa valeur à intervalle régulier. On définit alors la période d'échantillonnage T_e et une suite d'instant $t_n = nT_e$ où n est un entier. La valeur de l'échantillon s_n correspond donc à : $s_n = s(t_n) = s(nT_e)$.

1.4 Réglage de la fréquence d'échantillonnage

En pratique, on cherchera :

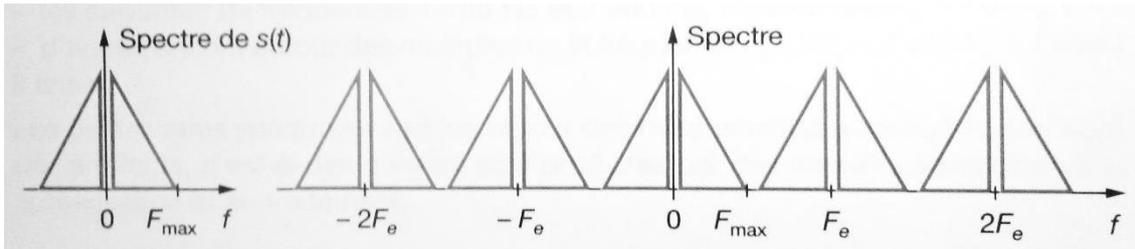
- à la diminuer le plus possible, car cela permet de réduire le nombre d'échantillon et donc la quantité de signal à transmettre, mémoriser ou traiter ;
- à respecter la condition de Nyquist-Shannon pour ne pas perdre d'informations.

Cela se perçoit très bien en observant le spectre des deux signaux analogiques et échantillonnés.

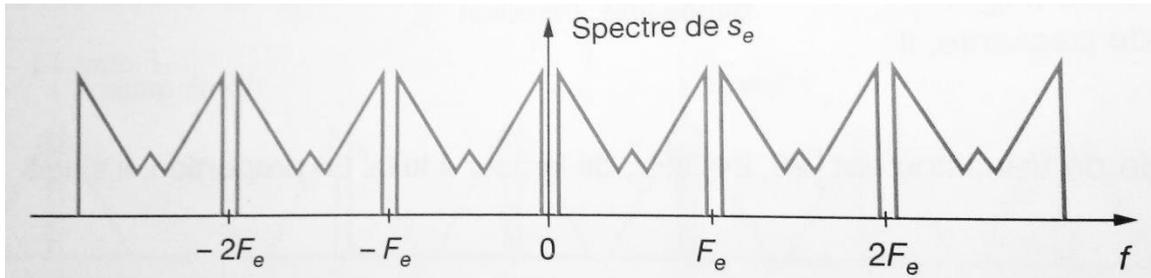
Ainsi quel que soit le signal échantillonné, on retrouve une propriété générale. Le spectre d'un signal périodique $s(t)$ échantillonné à la fréquence F_e comprend :

- des raies spectrales qui correspondent au fondamental et aux harmoniques du signal $s(t)$
- des raies spectrales obtenues par la réplique des raies précédentes autour de la fréquence F_e
- des raies situées autour des valeurs multiples de F_e .

On peut représenter schématiquement le spectre de $s(t)$ comme sur la figure suivante, pour une fréquence F_e suffisamment élevée. Il y a alors disjonction du spectre de $s(t)$ et des différentes répliques. Cette disjonction est obtenue lorsque : $F_{\max} < \frac{F_e}{2}$, c'est-à-dire lorsque l'on respecte le critère de Shannon.



Lorsque le critère de Shannon n'est pas vérifié, des raies viennent occuper l'intervalle $[0, F_{max}]$. Il y a repliement de spectre.



1.5 Numérisation d'un signal

Une fois l'échantillonnage d'un signal analogique effectué, il faut convertir chaque valeur recueillie en un nombre, binaire par exemple. Cette étape s'appelle la quantification et elle est réalisée par un convertisseur analogique-numérique (CAN).

Ce convertisseur ne peut cependant produire qu'un nombre fini de valeurs possibles. Un convertisseur 2 bits ne pourra par exemple produire que $2^2 = 4$ valeurs. On appellera alors pas de quantification ou quantum q , l'écart entre deux valeurs successives.

On note Δs l'intervalle dans lequel peut évoluer $s_e(t)$ signal échantillonné. Pour p éléments binaires, on a alors :

$$q = \frac{\Delta s}{2^p - 1} \approx \frac{\Delta s}{2^p}$$

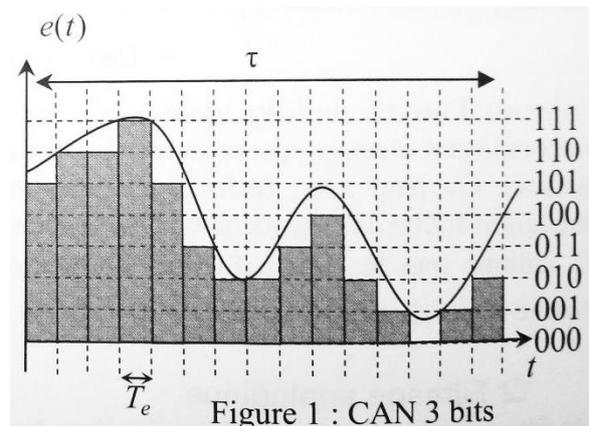


Figure 1 : CAN 3 bits

2 Filtrage numérique

Nous nous intéresserons ici à un traitement possible du signal numérique : le filtrage passe-bas numérique à l'aide de la méthode d'Euler.

Elle utilise la correspondance suivante : $\frac{ds}{dt} \rightarrow \frac{s_n - s_{n-1}}{T_e}$

Ce qui donne :

$$\tau \frac{ds}{dt} + s(t) = e(t) \Rightarrow \tau \frac{s_n - s_{n-1}}{T_e} + s_n = e_n \Rightarrow s_n = r s_{n-1} + a e_n \text{ avec } r = \frac{\tau}{T_e + \tau} \text{ et } a = \frac{T_e}{T_e + \tau}$$