Description d'un fluide en écoulement stationnaire dans une conduite

1 Description eulérienne d'un fluide

La **description eulérienne** du fluide consiste à étudier le fluide en un point donné M et en un instant donné t. Nous ne suivrons donc pas une particule de fluide au cours de son mouvement, mais nous fixerons un point M et un temps t et étudierons les propriétés du fluide en ce point.
De plus, comme nous allons étudier uniquement des **écoulements stationnaires**, les différentes grandeurs n'évolueront pas au cours du temps. La pression, la masse volumique ou encore la vitesse ne dépendront plus du temps et s'écriront respectivement : $P(M), \mu(M), \vec{v}(M)$.

2 Visualisation d'un écoulement

2.1 Carte de champ

Carte de champ : représentation graphique plane où apparait le vecteur vitesse en un certain nombre de points.

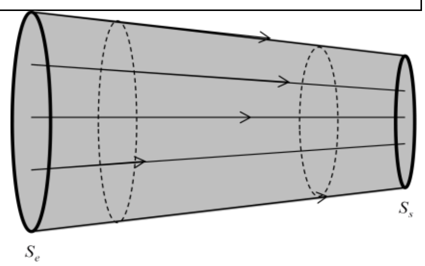
2.2 Ligne de courant

Définition :
ligne de courant : ligne, qui en chacun de ses points, est tangente à la vitesse de l'écoulement.

2.3 Tube de courant

Définition :
Tube de courant : surface formée par l'ensemble des lignes de courant s'appuyant sur un contour fermé.

On peut ainsi définir une surface d'entrée S_e et considérer les lignes de courant passant par le contour de S_e, puis définir une surface de sortie S_s.L'ensemble constitué des surfaces d'entrée et de sortie ainsi que les portions de lignes de courant intermédiaires constituent donc une surface fermée, appelée tube de courant.



2.4 Exemples d'écoulements

- Ecoulement **uniforme** si la vitesse de l'écoulement est la même en tout point.
- Ecoulement **divergent** si le volume de la particule de fluide varie au cours du mouvement.
- Ecoulement **rotationnel** si certaines lignes de courant se referment sur elles-mêmes.

On définit la divergence en coordonnées cartésiennes par : $div\vec{v} = \left(\frac{\partial v_x}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial v_y}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)$.

Un écoulement sera divergent si $div\vec{v} \neq 0$.
On définit le rotationnel en coordonnées cartésiennes par :

$$\overrightarrow{rot}\vec{v} = \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z}\right)\overrightarrow{u_x} + \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x}\right)\overrightarrow{u_y} + \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}\right)\overrightarrow{u_z}.$$

Un écoulement sera rotationnel si $\overrightarrow{rot}\vec{v} \neq \vec{0}$.

3 Débits massique et volumique

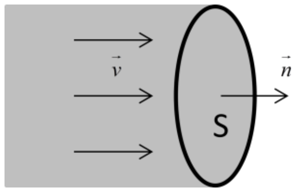
3.1 Débit massique

3.1.1 Définition

<u>Définition</u> :

Soit une surface S dans un fluide que l'on oriente arbitrairement, on donne $\vec{n}$ le vecteur normal à cette surface. On appelle débit massique D_m au travers de la surface S la masse de fluide dm la traversant par unité de temps, soit (en kg.s^{-1}) :

$$D_m = \frac{dm}{dt} \qquad (1)$$

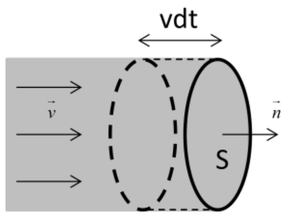


3.1.2 Relation avec la vitesse d'écoulement

Soit un écoulement homogène (masse volumique μ constante) et uniforme (vitesse v constante), on pose S une surface perpendiculaire à l'écoulement. Le débit massique peut s'écrire :

$$D_m = \mu S v \qquad (2)$$

Dans le cas d'un écoulement quelconque, on obtient l'expression générale du débit massique : $D_m = \iint_S \mu(M)\vec{v}(M)\cdot\overrightarrow{dS}$



3.1.3 Conservation du débit massique

En régime stationnaire, le débit massique se conserve le long d'un tube de courant.

3.2 Débit volumique

3.2.1 Définition

<u>Définition</u> :

On définit le débit volumique D_V (en m^3.s^{-1}) comme le volume du fluide dV traversant une surface S donnée par unité de temps :

$$D_V = \frac{dV}{dt} \qquad (3)$$

<u>Propriété</u> :

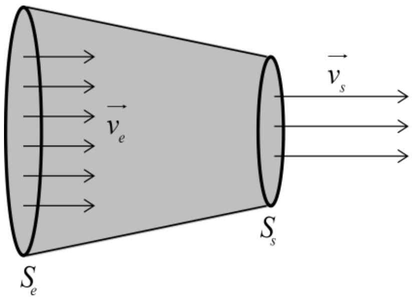
Soit un écoulement homogène et uniforme. Le débit volumique peut s'écrire : $\boxed{D_V = Sv}$

On a donc la relation suivante entre débit massique et volumique : $\boxed{D_m = \mu D_V}$

Dans le cas d'un écoulement quelconque, le débit volumique s'écrit : $D_V = \iint_S \vec{v}(M)\cdot\overrightarrow{dS}$

3.2.2 Cas d'un fluide incompressible en écoulement stationnaire

Pour un fluide incompressible et homogène en écoulement stationnaire, il y a conservation du débit volumique sur un tube de courant.



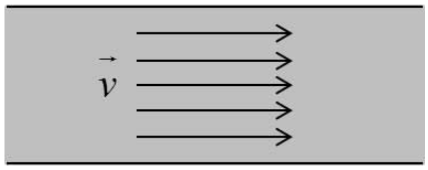
Conséquence :
Une des conséquences de cette conservation est l’augmentation de la vitesse du fluide quand les lignes de courant se rapprochent. En effet, en faisant un bilan en s’appuyant sur la figure suivante, on obtient :

$$D_{Ve} = D_{Vs} \quad \Rightarrow \quad v_e S_e = v_s S_s \quad \Rightarrow \quad si \quad S_e > S_s \quad alors \quad v_s > v_e$$

4 Fluides parfaits, fluides newtoniens

4.1 Fluide parfait

Définition :
On considère un **fluide parfait** s’il est possible de choisir un profil de vitesse uniforme au sein d’une section du fluide. Ainsi, le fluide glisse sur les parois de la conduite, il n’y a aucune adhérence.



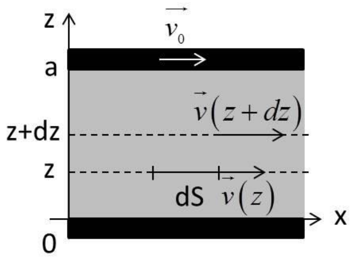
4.2 Fluide newtonien et viscosité

Cependant, si on regarde de plus près la carte du champ des vitesses au voisinage de la paroi, on s’aperçoit que la vitesse du fluide s’annule. L’immobilité de la paroi impose celle du fluide à son contact. Si le fluide n’est pas parfait, il est alors **visqueux**.

Force de cisaillement :

La force élémentaire $\overrightarrow{dF}$, appelée **force de cisaillement**, qu’exerce une couche de fluide de surface élémentaire dS sur une couche de fluide située juste au-dessous de même surface se met sous la forme :

$$\overrightarrow{dF} = \eta \frac{\partial v_x}{\partial z} dS\overrightarrow{u_x} \tag{4}$$



avec η la viscosité dynamique du fluide en kg.m^{-1}.s^{-1} ou Pa.s ou encore Pl (poiseuille).

Ordres de grandeur de viscosité :

- $\eta(air\ à\ 15°C) = 1,8.10^{-5}\,Pl$
- $\eta(eau\ à\ 20°C) = 1,0.10^{-3}\,Pl$
- $\eta(huile\ pour\ moteur\ à\ 40°C) \approx 0,1Pl$

4.3 Viscosité et irréversibilité

D’un point de vue thermodynamique, la viscosité d’un fluide implique l’irréversibilité des écoulements de ce fluide. D’un point de vue énergétique, la viscosité dissipe l’énergie cinétique de l’écoulement et la transforme en énergie thermique. On a donc bien affaire à un phénomène dissipatif.