

Devoir surveillé 2

L'emploi des calculatrices personnelles est autorisé.

Instructions générales

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction. La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points. Les divers problèmes sont indépendants. Les diverses parties peuvent être traitées dans l'ordre choisi par le candidat. Le candidat prendra soin de bien numéroter les questions.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Il est proposé à titre indicatif la répartition suivante des points :

- Partie I : 35 %
- Partie II : 30 %
- Partie III : 35 %

Le but de ce sujet est de dimensionner quelques éléments pour l'installation d'une piscine privée. La première partie aborde le dimensionnement de la pompe nécessaire à la filtration de l'eau de la piscine. La seconde partie étudie le chauffage de l'eau à l'aide d'une pompe à chaleur. Enfin, la troisième partie s'intéresse à la teneur en pH de l'eau.

La piscine à fond plat fait 10m de long sur 5m de large et 1,5m de profondeur. On notera V son volume.

I) La filtration de la piscine

Le principe de la filtration d'une piscine est donné sur la figure 1. La prise balai est supposée fermée pendant tout le problème.

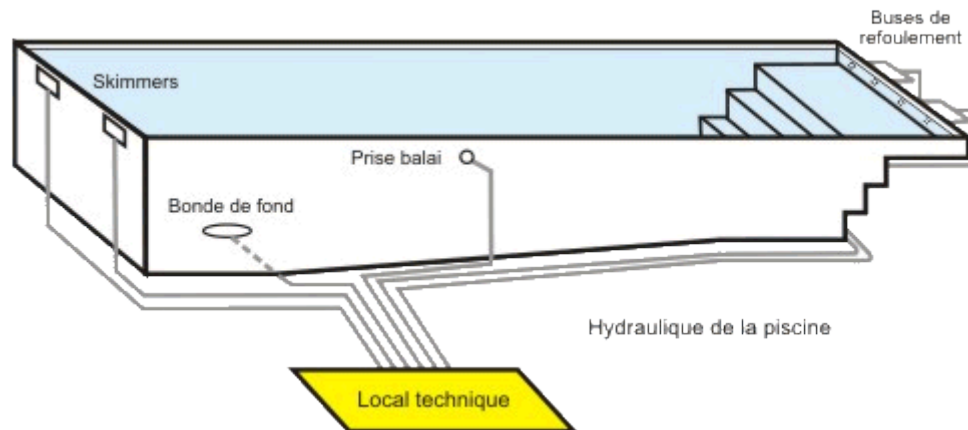


Figure 1. Schéma de principe de la filtration d'une piscine (piscine.loisirs.free.fr).

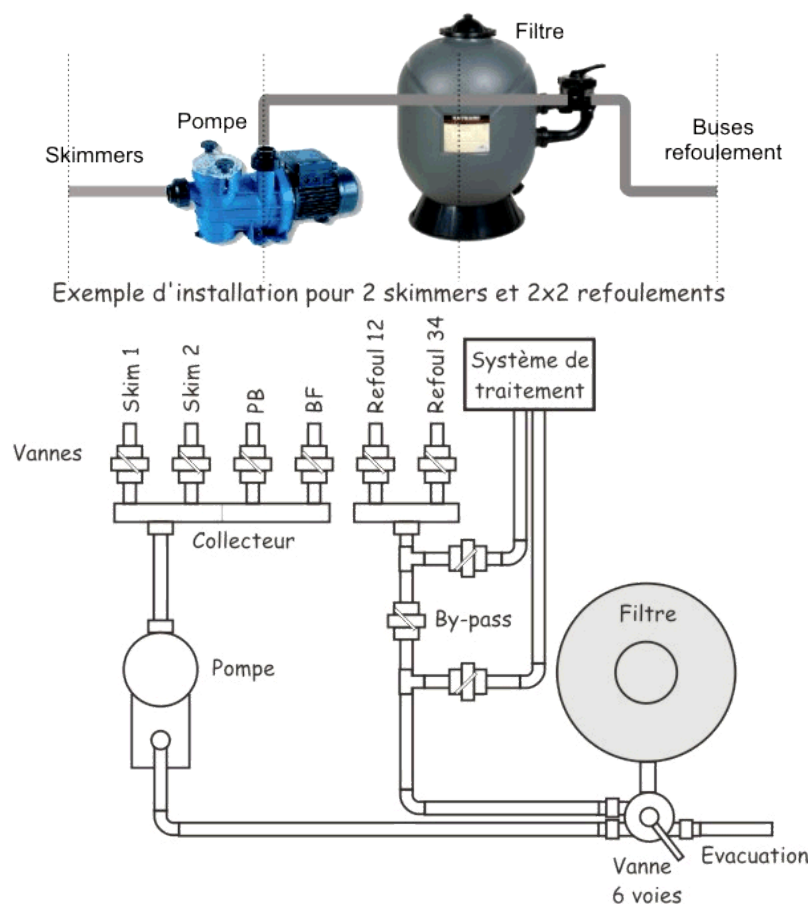


Figure 2. Installation comprenant 2 skimmers (skim), une prise balai (PB), une bonde de fond (BF) et 2x2 refoulements (refoul). Tous les tuyaux dans le local ont tous le même diamètre $d_1 = 50\text{mm}$.

I.1) Etude du circuit d'aspiration

Le circuit d'aspiration est composé de 2 skimmers qui collectent l'eau à la surface de la piscine et d'une bonde de fond qui collecte au fond de la piscine (figure 2). Ils sont reliés à la pompe par l'intermédiaire de trois tuyaux qui se rejoignent au niveau du collecteur.

- 1) Rappeler les hypothèses permettant d'utiliser la relation de Bernoulli. On se placera dans ce cadre.
- 2) On dit généralement que l'eau de la piscine doit être renouvelée toutes les 4 heures. Quel doit alors être le débit Q_v de filtration imposé par la pompe ? On le donnera en $m^3.h^{-1}$.
- 3) Justifier et donner le débit volumique Q_1 dans chacun des tuyaux. En déduire la vitesse v_1 du fluide dans chacun des tuyaux.
- 4) La pompe est située à 1 mètre en dessous du niveau de la bonde de fond. Ecrire la relation de Bernoulli entre un point A situé à la surface de la piscine et un point B situé en entrée de la pompe.
- 5) Que peut-on dire de la vitesse du fluide au point A ? Commenter.
- 6) Quelle est la vitesse du fluide au point B (expression littérale et application numérique) ?
- 7) Quelle est la valeur de la pression au point A ? En déduire la valeur de la pression au point B.

I.2) Etude du circuit de refoulement

Le circuit de refoulement est constitué de deux tuyaux principaux partant de la pompe, se séparant eux-mêmes à la fin en deux tuyaux finaux avant d'arriver aux buses de refoulement. Les tuyaux principaux ont un diamètre de $d_1 = 50mm$ et les tuyaux finaux un diamètre de $d_2 = 19mm$.

- 8) Quelle pression minimum $P_{C,min}$ doit-on obtenir en sortie de la pompe au point C pour pouvoir alimenter les buses de refoulement ? On suppose que celles-ci se trouvent au même niveau que la surface de l'eau.
- 9) Pour éviter tout risque avec des enfants, le débit de sortie Q_2 doit être limité à $5m^3.h^{-1}$. L'installation respecte-elle cette préconisation ? Quelle est alors la vitesse v_2 de sortie ?

I.3) Prise en compte des pertes de charges

- 10) En pratique, la pression à fournir en sortie de la pompe est bien plus importante. Expliquer pourquoi. Quelle hypothèse faite en question 1 ne s'applique plus ?
- 11) La figure 3 donne l'évolution des pertes de charge pour 10m de canalisation en fonction du diamètre et du débit. Expliquer l'unité des pertes de charges. Comment appelle-t-on ce type de pertes de charges ?
- 12) Estimer la valeur de ces pertes de charge dans le circuit d'aspiration ΔP_1 et dans le circuit de refoulement ΔP_2 . On considèrera que les 3 tuyaux du circuit d'aspiration ont une longueur moyenne de 15m, et que les 2 tuyaux principaux du circuit de refoulement ont une longueur de 5m. On négligera de plus les pertes de charges dans les tuyaux finaux du circuit de refoulement, et dans le tuyau reliant le collecteur à la pompe.
- 13) Pourquoi ne choisit-on pas en pratique des tuyaux de diamètres plus faibles ? Pourquoi multiplie-t-on le nombre de tuyaux ?
- 14) Les pertes de charges singulières sont estimées à : $\Delta P_s = 0,15bar$. Expliquer leur origine.
De plus, le filtre à sable utilisé pour éliminer les impuretés de l'eau occasionne en général une perte de charge de $\Delta P_{fp} = 0,5bar$ quand il est propre et $\Delta P_{fs} = 0,8bar$ quand il est sale.
- 15) Reprendre la question 7 et donner la nouvelle valeur de la pression au point B.
- 16) Reprendre la question 9 et donner la valeur de la pression nécessaire en sortie de la pompe (point C).

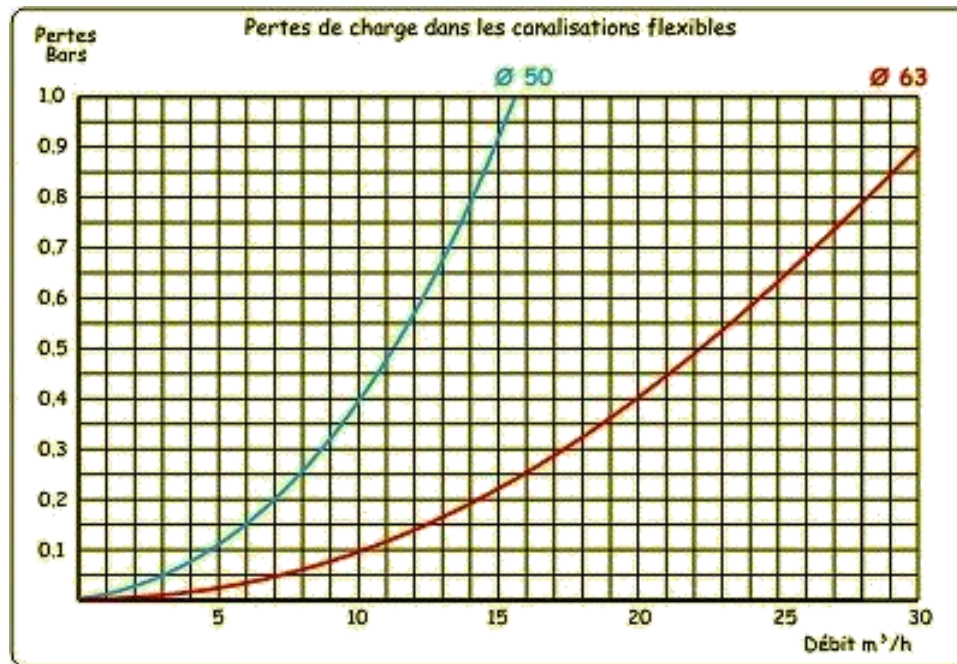


Figure 3. Pertes de charges dans une canalisation de 10m de long.

I.4) Etude de la pompe

17) Soit w_i le travail indiqué reçu par la pompe, comment peut-on relier la pression en amont de la pompe (point B), à celle en aval (point C) ? Quelle doit être la pression délivrée par la pompe P_{pompe} ?

18) En déduire la puissance Φ_i de la pompe.

19) La pompe à notre disposition est la pompe Hydrosxim HGS de puissance 1 C.V. Cette pompe est-elle suffisante pour notre application ?

20) D'après la figure 4, quel modèle de pompe doit-on choisir pour la filtration de notre piscine ?

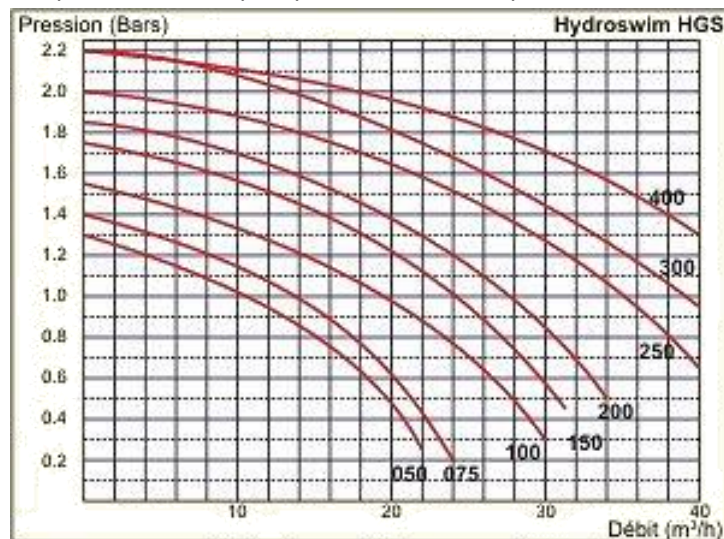


Figure 4. Caractéristique de la pompe Hydrosxim HGS.

Données :

- Accélération de la pesanteur : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$
- Masse volumique de l'eau dans les conditions standard : $\mu = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$
- Pression atmosphérique : $P_0 = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$
- Cheval Vapeur : $1 \text{ C.V.} = 735 \text{ W}$

II) Le chauffage de la piscine

A l'heure actuelle, une des solutions les plus efficaces pour chauffer sa piscine lorsque l'air ambiant est plus froid est l'utilisation d'une pompe à chaleur (PAC). Nous étudions ici une pompe à chaleur air/eau (figure 5). Le cycle parcouru par le fluide frigorigène R410A est représenté sur la figure 6.

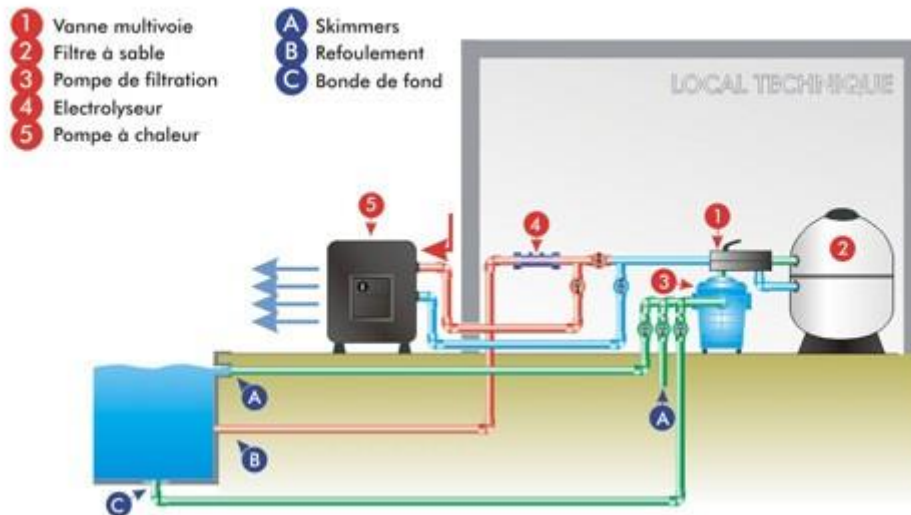


Figure 5. Installation de la pompe à chaleur (www.le-guide-de-la-maison.com).

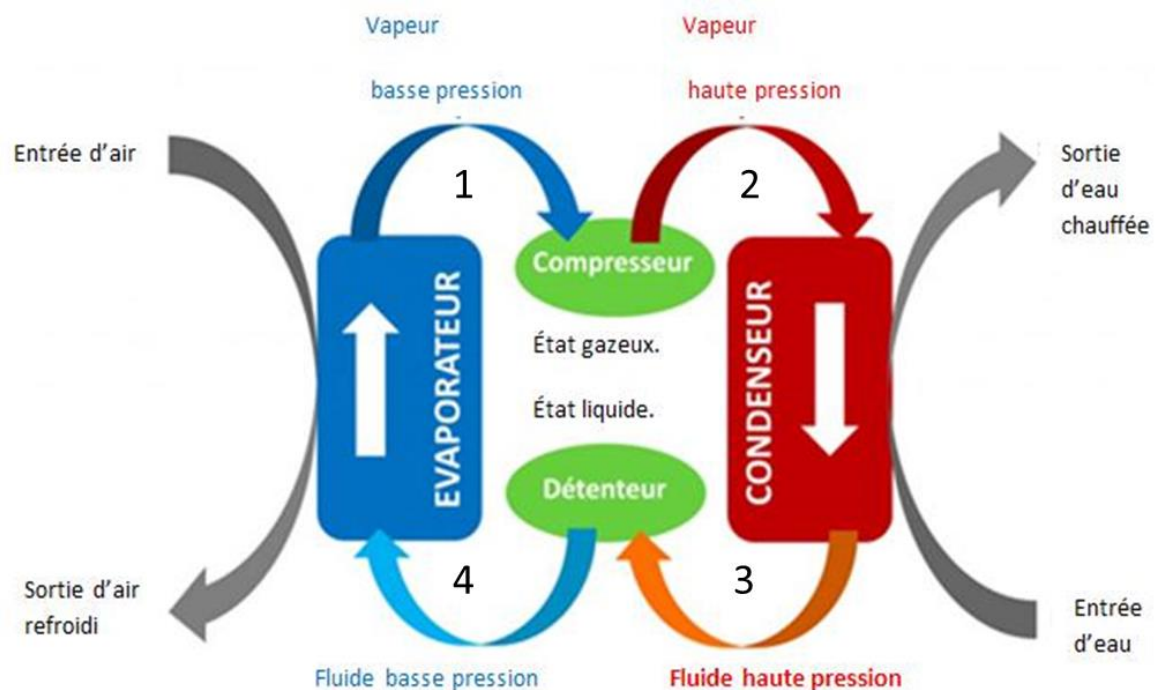


Figure 6. Cycle de la pompe à chaleur air/eau (www.irrijardin.fr).

Voici sa description :

- de (1) à (2) : le fluide (R410a) est à l'état de vapeur saturante sèche à la température T_{evap} . Il subit une compression adiabatique réversible.
- de (2) à (3) : l'évolution est isobare. Dans l'état (3), le liquide est saturant à la pression P_{cond} .
- de (3) à (4) : le fluide subit une détente isenthalpique. L'état (4) ramène à la même pression que l'état (1). On notera x_4 le taux de vapeur correspondant.
- de (4) à (1) : l'évolution est isobare. Un transfert thermique a lieu entre le fluide et la source froide (enceinte réfrigérée).

Données :

Température	Pression	Enthalpie massique du liquide saturant	Enthalpie massique de la vapeur saturante sèche
$T_{cond} = 313K$	$P_{cond} = 24,2bar$	$h_l(T_{cond}) = 266,28kJ.kg^{-1}$	$h_v(T_{cond}) = 424,83kJ.kg^{-1}$
$T_{evap} = 263K$	$P_{evap} = 5,75bar$	$h_l(T_{evap}) = 185,07kJ.kg^{-1}$	$h_v(T_{evap}) = 418,03kJ.kg^{-1}$

- Rapport des capacités thermiques massiques du R410A : $\gamma = 1,18$

- Capacité thermique massique à pression constante égale à P_{cond} du R410A : $c_p = 1,7589kJ.kg^{-1}.K^{-1}$

- Capacité thermique massique de l'eau : $c_{eau} = 4,18kJ.kg^{-1}.K^{-1}$

II.1) Généralités

21) Quelle est la source froide ? la source chaude ? Au cours de quelles étapes, ont lieu les transferts thermiques ? Donner et justifier leur signe. Représenter le sens des échanges thermiques et mécaniques sur un schéma.

22) Que représente le coefficient de performance (COP) d'une pompe à chaleur ? Celui-ci est généralement proche de 5. Expliquer ce que cela signifie. Pourquoi dit-on que c'est un moyen économique de chauffer la piscine ?

23) Démontrer et exprimer le COP maximal d'une pompe à chaleur en fonction de T_F et T_C , températures respectives de la source froide et de la source chaude

24) Voici un exemple de caractéristiques d'une pompe à chaleur :

- COP : 6 (eau 15°C / air 13°C)
- COP : 5 (eau 24°C / air 20°C)
- COP : 4 (eau 26°C / air 15°C)

Expliquez la variation du COP. Pourquoi une pompe à chaleur sera-t-elle plus performante à Nice qu'à Lille ? et plus performante en été qu'au printemps ? Commenter.

II.2) Etude du cycle

25) Tracer le cycle dans le diagramme entropique du fluide R410a fourni (Annexe 1 à rendre avec la copie). On surlignera notamment les isobares P_{cond} et P_{evap} . On précisera les zones où le fluide est sous forme vapeur, liquide et vapeur + liquide.

26) Expliquer la forme des isobares sur le diagramme entropique fourni.

27) Retrouver la valeur du taux de vapeur x_4 à partir des données fournies dans le tableau. Vérifier sur le diagramme entropique.

28) Retrouver la valeur de la température T_2 en sortie du compresseur à partir des données fournies. Vérifier sur le diagramme entropique.

29) Retrouver la valeur de l'enthalpie massique h_2 en sortie du compresseur à partir des données fournies. Vérifier sur le diagramme entropique.

30) En s'appuyant sur un système que l'on définira, démontrer le premier principe pour un système ouvert.

31) Définir, puis exprimer l'efficacité, ε_c , de cette pompe à chaleur en termes enthalpiques. Faire l'application numérique. Comparer à l'efficacité de Carnot.

II.3) Chauffage de l'eau de la piscine

L'eau de la piscine est initialement à une température de $T_i = 17^\circ\text{C}$, on souhaite augmenter sa température jusqu'à $T_f = 28^\circ\text{C}$. On considérera que le transfert thermique depuis la pompe à chaleur sert intégralement à chauffer l'eau de la piscine sans déperdition.

32) Calculer la variation d'enthalpie de l'eau du bassin ΔH_{eau} quand la température de l'eau a atteint 28°C . En déduire la valeur de l'énergie transférée par le fluide de la pompe à chaleur à l'eau de la piscine.

33) La figure 7 donne la puissance typique d'une installation de chauffage en fonction du volume de la piscine et de sa localisation. En précisant la puissance retenue pour une installation dans la région niçoise, déterminer le temps nécessaire au chauffage de la piscine. On suppose qu'il n'y a aucune perte de conversion au niveau du compresseur.

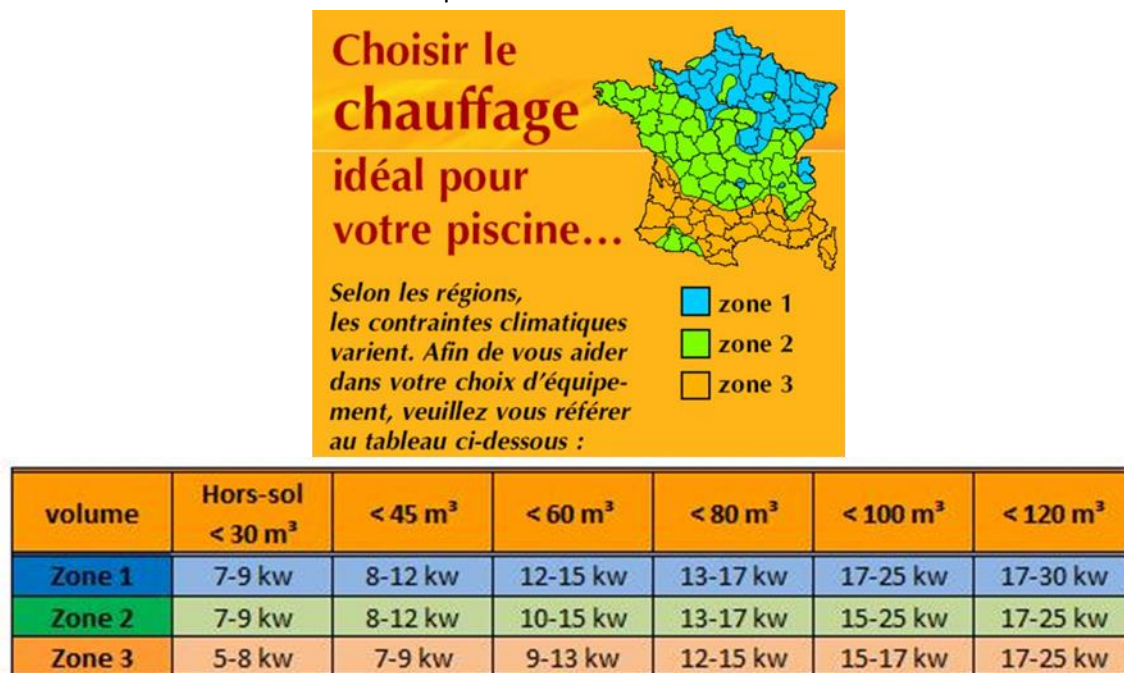


Figure 7. Puissance de la pompe à chaleur en fonction du volume de la piscine.

III) Régulation du pH de la piscine

La régulation du pH est essentielle dans le traitement de l'eau des piscines. En permanence analysé grâce à une sonde puis corrigé par une pompe (par injection de produit correcteur), le pH est maintenu automatiquement à son niveau idéal (7,2-7,6). L'installation du régulateur de pH est donné en figure 8. Depuis plusieurs décennies, l'acide chlorhydrique (HCl) et l'hypochlorite de sodium ($NaClO$) sont utilisés dans les piscines. L'acide chlorhydrique régule l'acidité ou le pH, tandis que l'hypochlorite désinfecte à merveille.



Figure 8. Régulateur de pH en by-pass sur le circuit de refoulement (www.piscine-clic.com).

III.1) Réglage du pH

Le pH idéal de la piscine se situe vers 7,5. Ainsi il est proche de l'humeur aqueuse de l'œil humain et les yeux ne sont pas irrités.

34) A ce pH, que pouvez-vous dire de la concentration en ions hypochlorite $ClO_{(aq)}^-$ et en acide hypochloreux $HClO_{(aq)}$?

35) Le titre massique t en chlore actif d'une piscine est fixée par des normes à $2,91 \text{ mg} / L$.

Selon le vocabulaire utilisés par les professionnels, la dénomination chlore actif représente la somme des concentrations massiques des espèces chimiques chlorées participant à la désinfection de l'eau de la piscine: $HClO_{(aq)}$ de concentration massique t_1 et $ClO_{(aq)}^-$ de concentration massique t_2 .

On a donc $t = t_1 + t_2$.

En reliant la concentration massique de chaque espèce chimique à sa concentration molaire, calculer la concentration molaire C_f en ion hypochlorite et acide hypochloreux d'une piscine de $pH = 7,5$.

Lors d'un contrôle de pH, la sonde mesure la valeur $pH = 8,5$. Le pH de cette eau, plus élevé que celui de l'humeur aqueuse de l'œil humain, est responsable de l'irritation des yeux.

36) À ce pH, indiquer l'espèce prédominante du couple $HClO_{(aq)} / ClO_{(aq)}^-$ et calculer le rapport des deux concentrations.

Pour rétablir la valeur du pH au niveau "idéal", la pompe injecte n_0 mol d'acide chlorhydrique dans l'eau de la piscine, sans variation notable du volume V de l'eau contenue dans la piscine.

37) Ecrire l'équation de la réaction associée, ainsi que sa constante d'équilibre K de cette réaction en fonction de K_A . Calculer K .

38) Effectuer un tableau d'avancement. A partir de l'état final d'équilibre souhaité, déduire la quantité n_0 d'acide chlorhydrique à ajouter en fonction du pH , de V et de C_f . Faire l'application numérique.

Données :

- Constante d'acidité ($HClO_{(aq)} / ClO_{(aq)}^-$) : $pK_A = 7,5$

- Masses molaires : $M(Cl) = 35g.mol^{-1}$ $M(H) = 1g.mol^{-1}$ $M(O) = 16g.mol^{-1}$

III.2) Commande du régulateur

Le régulateur pH mesure donc le pH de l'eau et le compare à une valeur de commande. Si celui-ci est trop élevé, le régulateur injecte de l'acide chlorhydrique dans l'eau. Si celui-ci est trop faible, le régulateur injectera au contraire une solution de pH+ (non étudiée ici). Nous allons ici nous intéresser à la partie « commande » du régulateur. La comparaison est réalisée à l'aide d'un comparateur à hystérésis.

39) Expliquer le fonctionnement d'un comparateur à hystérésis. Quels seuils de pH pourrait-on proposer pour le comparateur ? Pourquoi ne pas utiliser un comparateur simple ?

Le comparateur à hystérésis choisi est représenté en figure 9. La sonde délivre une tension proportionnelle au pH telle que : $e(t) = pH(t)$. E est une tension de référence, à régler en fonction des seuils de pH voulus.

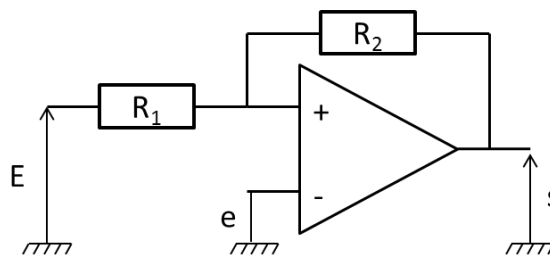


Figure 9. Comparateur à hystérésis.

40) Tracer la caractéristique entrée-sortie d'un ALI (amplificateur linéaire intégré) regroupant les différents régimes de fonctionnement que l'on commentera. Dans quel régime l'ALI de la figure 9 fonctionne-t-il ?

41) On suppose l'ALI idéal. Exprimer les tensions de seuil E_+ et E_- en fonction de E , R_1 et R_2 , tensions pour lesquelles le signal de sortie bascule de $+V_{sat}$ à $-V_{sat}$ et inversement. Tracer la caractéristique entrée-sortie $s = f(e)$ du comparateur donné en figure 9. On fera apparaître les tensions de seuil. Les tensions de saturations sont égales à $\pm 15V$.

42) On pose : $R_1 = 1k\Omega$. En déduire la valeur de R_2 et E .

43) En pratique, le capteur situé dans la sonde ne délivre qu'une tension très faible, qu'il convient d'amplifier. Le facteur d'amplification recherché est de 100. Proposer un montage à base d'ALI capable de réaliser une telle fonction (schéma, fonction de transfert, valeur des composants).

Annexe 1

Nom :

