

Devoir surveillé 5

L'emploi des calculatrices personnelles est interdit.

Instructions générales

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction. La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points. Les divers problèmes sont indépendants. Les diverses parties peuvent être traitées dans l'ordre choisi par le candidat. Le candidat prendra soin de bien numéroter les questions.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Il est proposé à titre indicatif la répartition suivante des points :

- Partie I : 40 %
- Partie II : 40 %
- Partie III : 20 %

Les trois parties sont indépendantes.

Une étude TNS-Sofres du 26 Mai 2014 révèle que pour les français la voiture reste avant tout un moyen de transport synonyme de liberté et d'autonomie dans ses déplacements. Dans les critères d'achat d'un véhicule neuf vient en premier lieu le prix (74%), puis la consommation (66%), puis le confort (56%). Nous étudierons ici plus particulièrement le pare-brise d'une automobile, ainsi que les capteurs qui lui sont associés.

I) Contrôle de surface

Pour contrôler l'aspérité de la vitre du pare-brise, un dispositif interférométrique associé à un LASER est utilisé. Nous nous concentrerons ici sur l'étude du LASER utilisé.

Dans l'ensemble du problème, on se place dans l'espace rapporté à un repère cartésien orthonormé direct $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. On désignera par ε_0 la permittivité diélectrique du vide et par μ_0 la perméabilité magnétique du vide.

I.1) LASER

1) Que signifie l'acronyme LASER ? Expliquer en quelques lignes le phénomène physique qui permet l'amplification de la lumière dans un laser.

Un LASER est notamment composé d'une cavité optique, laquelle permet le bouclage du dispositif et impose au faisceau émis ses caractéristiques spatiales et temporelles. Nous tenterons d'expliquer cette dernière partie dans la suite de ce problème.

I.2) Propagation dans le vide

2) Rappeler l'expression des équations de Maxwell dans un milieu non chargé, non conducteur et assimilable au vide.

3) Dédurre des équations de Maxwell les équations de propagation vérifiées dans un milieu non chargé, non conducteur et assimilable au vide par le champ électrique \vec{E} et par le champ magnétique \vec{B} .

On considère une onde électromagnétique pour laquelle l'expression du champ électrique est donnée en coordonnées cartésiennes par la formule : $\vec{E}_i = E_0 \cos\left(\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right)\vec{e}_x$ où E_0 est une constante positive, ω est la pulsation de l'onde (constante), c la célérité de la lumière dans le vide et t le temps.

4) Montrer que l'expression précédente du champ électrique correspond bien à celle d'une onde plane dont on précisera le sens de propagation.

5) Montrer que cette onde vérifie l'équations de propagation déterminée à la question 2 à condition que c , ε_0 et μ_0 soient reliées par une relation que l'on déterminera.

6) Déterminer l'expression du champ magnétique \vec{B}_i de cette onde en fonction de E_0 , c , ω , z , t et d'un vecteur unitaire que l'on précisera.

7) Donner l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}_i$ relatif à l'onde plane considérée. On exprimera $\vec{\Pi}_i$ en fonction de t , c , E_0 , ε_0 , z , ω et d'un vecteur unitaire que l'on précisera. Déterminer sa valeur moyenne $\langle \vec{\Pi}_i \rangle$ au cours du temps. Quelle est la signification de ce vecteur ? Quelle est son unité ?

I.3) Réflexion sur un miroir métallique parfaitement conducteur

L'onde précédemment décrite arrive en $z=0$ sur la surface plane d'un miroir métallique parfaitement conducteur (on admet que dans un tel conducteur, les champs \vec{E} et \vec{B} sont nuls) et donne naissance à une onde réfléchie (figure 1) se propageant dans la direction (Oz) dans le sens des z décroissants :

$\vec{E}_r = \vec{E}_{0r} \cos\left(\omega\left(t + \frac{z}{c}\right)\right)$. Le miroir occupe le plan xOy .

La relation de passage du champ électrique à l'interface entre deux milieux est donnée par :

$$\vec{E}(M_2) - \vec{E}(M_1) = \frac{\sigma(M)}{\epsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$$

où l'on note $\vec{n}_{1 \rightarrow 2}$ la normale en un point M de l'interface, orientée du milieu 1 vers le milieu 2, M_1 et M_2 deux points dans chaque demi-espace au voisinage du point M et $\sigma(M)$ la densité surfacique de charge au point M .

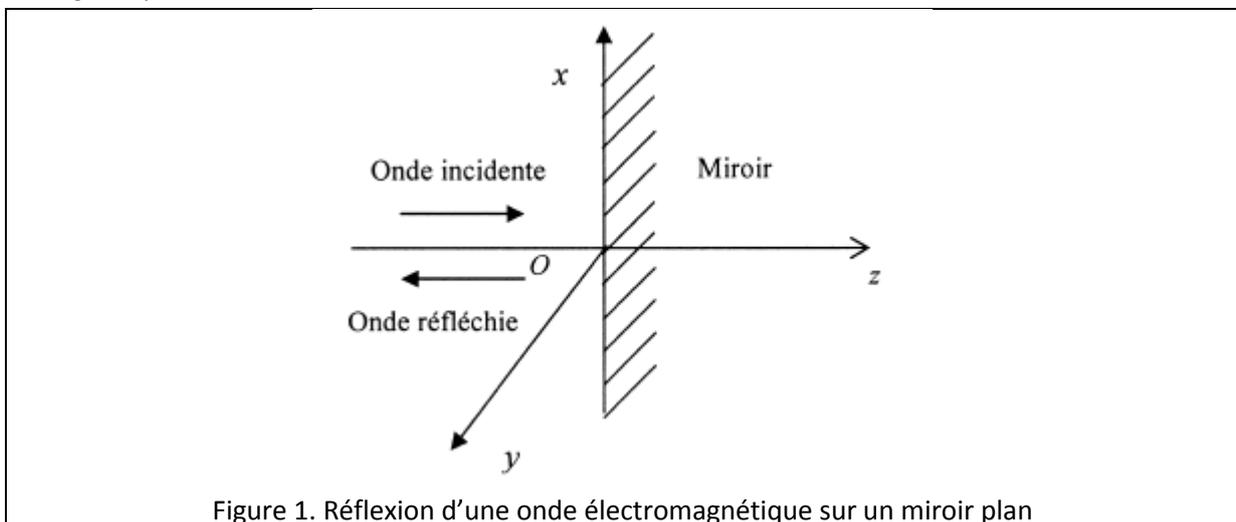


Figure 1. Réflexion d'une onde électromagnétique sur un miroir plan

8) Réécrire la relation de passage vérifiée par le champ électrique sur le plan d'équation $z=0$ qui limite l'espace entre le vide et le miroir métallique.

9) Montrer en utilisant les relations données dans la question précédente que le champ électrique réfléchi est lui aussi polarisé suivant l'axe Ox et établir l'expression du vecteur \vec{E}_{0r} en fonction de E_0 et d'un vecteur unitaire que l'on précisera.

10) Déterminer les expressions en fonction du temps du champ magnétique incident \vec{B}_i et du champ magnétique réfléchi \vec{B}_r .

11) Déterminer le champ électrique \vec{E}_{total} et le champ magnétique \vec{B}_{total} du champ électromagnétique résultant de la superposition de l'onde incidente et de l'onde réfléchie dans le demi-espace $z < 0$. Caractériser l'onde résultante.

12) Déterminer les positions des ventres et des nœuds du champ électrique \vec{E}_{total} résultant de la superposition. Faire de même pour le champ magnétique \vec{B}_{total} .

13) Représenter les variations des champs électriques \vec{E}_{total} et magnétiques \vec{B}_{total} résultants de la superposition en fonction de z sur un même graphe.

14) Déterminer l'expression du vecteur de Poynting $\overline{\Pi}_{total}$ de l'onde résultante ainsi que sa valeur moyenne $\langle \overline{\Pi}_{total} \rangle$. Commenter.

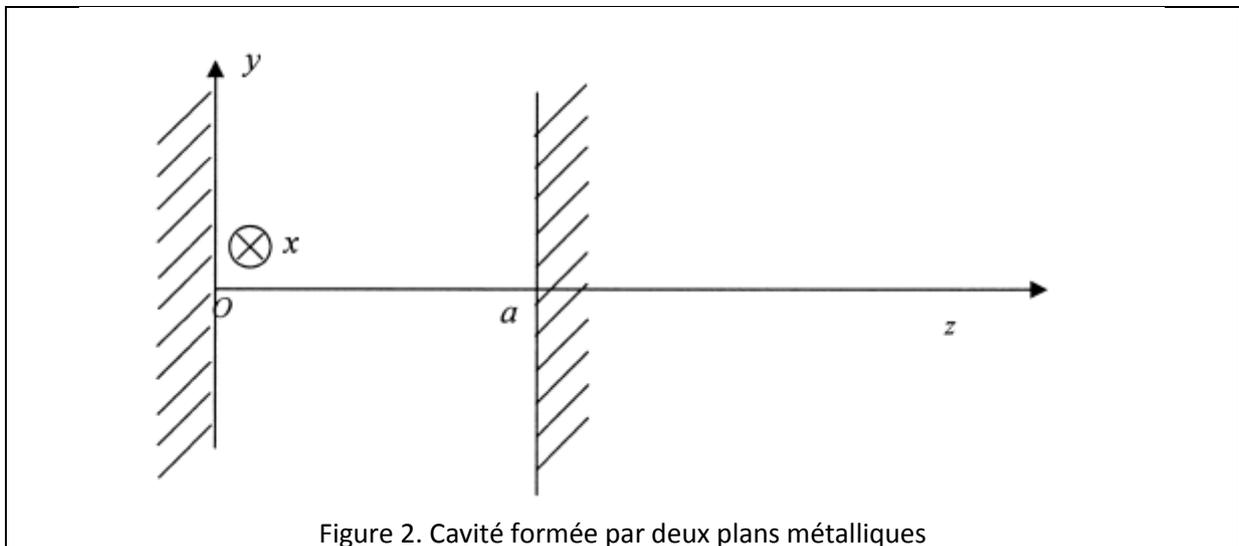
I.4) Onde stationnaire entre deux plans parallèles parfaitement conducteurs

L'onde précédente se retrouve maintenant entre deux plans métalliques parfaitement conducteurs (figure 2), parallèles et d'équations respectives $z=0$ et $z=a$.

Le champ électrique précédent résultant de la superposition des ondes incidentes et réfléchies s'écrit maintenant sous la forme suivante : $\vec{E} = 2E_0 \sin(\omega t) \sin(kz) \vec{u}_x$.

15) En utilisant des conditions aux limites en $z=0$ et $z=a$ que l'on précisera, montrer que seules certaines pulsations peuvent se propager entre les deux plans métalliques. On donnera pour chaque pulsation la longueur d'onde associée.

16) Représenter sur un même graphe les variations du champ électrique pour les trois plus basses pulsations.



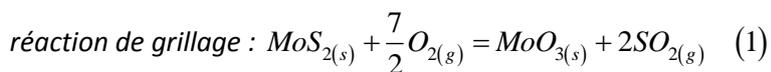
I.5) Dimensionnement du LASER

17) Pour un Laser Hélium-Néon, quelle est la longueur d'onde de l'onde générée ? Donner la fréquence correspondante. Quelle est la taille minimale de la cavité optique nécessaire ?

2) Composés électrochromiques dérivés du molybdène

Les dispositifs électrochromiques capables de moduler la réflexion ou la transmission de la lumière peuvent équiper les pare-brise et toits d'automobile. Ils utilisent le changement réversible de couleur obtenu par oxydoréduction d'un matériau d'électrode dont la forme oxydée et la forme réduite sont de couleurs différentes. A côté du trioxyde de tungstène WO_3 , se développe actuellement le trioxyde de molybdène MoO_3 notamment pour les applications dans le secteur de l'habitable automobile. La partie active des vitrages est un film mince (épaisseur $0,3 \mu\text{m}$) réalisé par dépôt en phase vapeur sur la plaque de verre.

Le molybdène et ses dérivés sont extraits de la molybdénite MoS_2 . Après concassage, broyage puis enrichissement par flottation (pour éliminer les concentrés de cuivre et de tungstène), le minerai est grillé à l'air dans un réacteur (l'eau est évaporée et le soufre est éliminé sous forme de SO_2), selon la



18) A l'aide des données thermodynamiques fournies (Document 1), calculer l'enthalpie standard de la réaction (1) à 298 K. Les capacités thermiques molaires à pression constante et enthalpies standard de réaction demeureront constantes dans le domaine de température considéré.

19) Quelle est la caractéristique de cette réaction de grillage ? En déduire l'influence d'une augmentation de température à pression constante sur cet équilibre. Commenter.

20) Donner l'influence d'une augmentation de pression à température constante sur cet équilibre.

L'opération de grillage est réalisée en partant d'un mélange stœchiométrique de MoS_2 et d'air (renfermant 20 % de dioxygène et 80 % de diazote), initialement à 298 K.

21) Quelle est la température maximale finale T_F atteinte par le mélange ? La réaction de grillage isobare de MoS_2 se déroule à 700 K. On suppose que la réaction est suffisamment rapide pour pouvoir être considérée comme adiabatique.

L'oxyde MoO_3 est ensuite purifié par voie humide à l'aide de NH_4OH afin d'éliminer Cu , Ni et W sous forme de sulfures. Comme le procédé de dépôt électrochimique ultérieur, il convient au préalable de réduire l'oxyde.

La réduction de l'oxyde MoO_3 en métal Mo est réalisée grâce au dihydrogène dans un four : H_2 (très pur et très sec) circule à contre-courant sur des nacelles recouvertes de poudres de MoO_3 .

L'ensemble est à pression atmosphérique $p = p^0 = 1\text{bar}$. Les opérations de réduction sont réalisées entre 700 et 1300 K (domaine de températures pour lequel le métal et l'oxyde sont solides, non miscibles) en deux étapes successives. Autour de 800 K, le dihydrogène réduit tout d'abord MoO_3 en MoO_2 .

22) Ecrire cette réaction de réduction, notée (2), pour laquelle on donne la constante d'équilibre $K_2^0 = 10^7$ à 800 K. On donnera l'expression de sa constante d'équilibre en fonction des quantités de matières des différentes espèces.

23) Préciser si la réduction démarre instantanément ou non. Sachant qu'au départ N moles de MoO_3 ont été introduites dans les nacelles, déterminer le nombre de moles n_1 de dihydrogène nécessaires pour réduire la totalité de MoO_3 .

La deuxième étape est réalisée à plus haute température vers 1000 K.

24) Ecrire la réaction de réduction, notée (3), de MoO_2 en Mo , pour laquelle on donne la constante d'équilibre $K_3^0 = 0,5$ à 1000 K. On donnera l'expression de sa constante d'équilibre en fonction des quantités de matières des différentes espèces.

25) Montrer que celle seconde étape ne peut démarre dès la fin de la réaction de MoO_3 en MoO_2 . En déduire le nombre de moles n_2 de dihydrogène nécessaires pour assurer le démarrage de cette seconde réduction. (Toute considération cinétique sera négligée)

26) Déterminer, en utilisant le tableau d'avancement de la réaction, le nombre de moles n_3 de dihydrogène nécessaires pour réduire la totalité de MoO_2 en Mo .

27) En déduire le nombre total de moles de dihydrogène $n(H_2)$ nécessaires à la réduction de MoO_3 sachant qu'une masse de 3 tonnes de MoO_3 a été déposée sur les nacelles.

Le trioxyde de molybdène présente à l'état solide une structure assimilable à un structure cubique, dans laquelle les atomes de molybdène occupent les sommets et ceux d'oxygène sont positionnés au milieu de chaque arête.

28) Représenter la maille de MoO_3 ; préciser le nombre d'atomes de chaque espèce appartenant en propre à cette maille.

29) Exprimer puis calculer le paramètre a de la maille, sachant que la masse volumique de MoO_3 s'élève à 4690 kg.m^{-3} .

Document 1. Données

Données générales :

Masses molaires atomiques (en g.mol^{-1}) : $O : 16$; $Mo : 95,9$

Constante d'Avogadro : $N_A = 6,02.10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Données thermodynamiques à 298 K :

Elément ou composé	Enthalpie standard de formation à 298 K en kJ.mol^{-1}	Capacité thermique molaire à pression constante en $\text{J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$
$Mo_{(s)}$	0	24,1
$MoS_{2(s)}$	-235,1	63,5
$MoO_{2(s)}$	-588,9	56,0
$MoO_{3(s)}$	-745,1	75,0
$H_{2(g)}$	0	28,8
$O_{2(g)}$	0	29,4
$N_{2(g)}$	0	29,1
$SO_{2(g)}$	-296,8	39,9
$H_2O_{(g)}$	-241,8	33,6

3) Détection automatique de la pluie

Document 2. Extrait de « La visibilité assurée par tous les temps », La recherche n°418, Avril 2008

[...]

Le capteur de pluie est logé dans un petit boîtier qui prend place derrière le rétroviseur. Son fonctionnement repose sur la réflexion de deux faisceaux d'infrarouges dans le pare-brise lui-même. Pour cela, deux diodes électroluminescentes émettent des rayons qui pénètrent l'épaisseur du verre et se réfléchissent sur sa face externe.

En effet, comme il y a à ce niveau rupture de milieu, il y a saut d'indice de réfraction, d'où réflexion partielle des faisceaux infrarouges dans le verre. De plus, les faisceaux sont émis avec un angle tel que, après réflexion, ils atteignent des photodiodes, des détecteurs, qui mesurent leur intensité.

Lorsque le pare-brise est sec, l'écart d'indice de réfraction entre le verre et l'air ambiant est très élevé, ce qui a pour effet de provoquer une réflexion maximale des faisceaux infrarouges. En revanche, lorsqu'il y a de l'eau sur le pare-brise, l'écart d'indice de réfraction entre les deux matériaux est bien moindre. Une plus grande quantité d'infrarouges traverse alors l'interface et se perd dans l'eau. La réflexion vers les photodiodes est donc réduite.

De plus, cette perte de réflexion est proportionnelle à la quantité d'eau présente sur la surface du pare-brise. Ainsi, en mesurant, par l'intermédiaire des photodiodes, les modifications de réflexion et la quantité d'infrarouges recueillis, le calculateur du dispositif détermine non seulement, si le pare-brise est sec ou non, mais aussi la quantité d'eau à éliminer. Il commande alors la mise en route des essuie-glaces et leur cadence en fonction de l'intensité de la pluie.

[...]

30) A l'aide de schémas, expliquer le fonctionnement du capteur de pluie. On définira tous les termes employés. *Plus la réponse sera précise, plus elle apportera de points.*

On pourra utiliser les données suivantes :

Le boîtier de la diode est composé de plexiglas d'indice optique $n_p = 1,50$.

- indice optique du verre : $n_v = 1,55$

- indice optique de l'eau : $n_e = 1,33$

- inclinaison des diodes par rapport à la normale au pare-brise : $\theta = 50^\circ$

Résolution de Problèmes – Couche anti-reflet

Lorsque l'on prend une photographie (avec flash) de quelqu'un portant des lunettes, un reflet lumineux est souvent observé.

Cet effet peut être supprimé en déposant une fine couche de polymère transparent sur le verre. Une partie de la lumière issue du flash va ainsi se réfléchir sur cette couche. Une autre partie va traverser la couche et se réfléchir quand elle atteindra la surface du verre de la lunette.

→ **Quel ordre de grandeur d'épaisseur doit-on choisir pour cette fine couche afin de supprimer le reflet lumineux ?** *(On pourra s'appuyer sur les résultats obtenus en partie I)*

Résolution de Problèmes – Couche anti-reflet

Lorsque l'on prend une photographie (avec flash) de quelqu'un portant des lunettes, un reflet lumineux est souvent observé.

Cet effet peut être supprimé en déposant une fine couche de polymère transparent sur le verre. Une partie de la lumière issue du flash va ainsi se réfléchir sur cette couche. Une autre partie va traverser la couche et se réfléchir quand elle atteindra la surface du verre de la lunette.

→ **Quel ordre de grandeur d'épaisseur doit-on choisir pour cette fine couche afin de supprimer le reflet lumineux ?** *(On pourra s'appuyer sur les résultats obtenus en partie I)*

Résolution de Problèmes – Couche anti-reflet

Lorsque l'on prend une photographie (avec flash) de quelqu'un portant des lunettes, un reflet lumineux est souvent observé.

Cet effet peut être supprimé en déposant une fine couche de polymère transparent sur le verre. Une partie de la lumière issue du flash va ainsi se réfléchir sur cette couche. Une autre partie va traverser la couche et se réfléchir quand elle atteindra la surface du verre de la lunette.

→ **Quel ordre de grandeur d'épaisseur doit-on choisir pour cette fine couche afin de supprimer le reflet lumineux ?** *(On pourra s'appuyer sur les résultats obtenus en partie I)*

Résolution de Problèmes – Couche anti-reflet

Lorsque l'on prend une photographie (avec flash) de quelqu'un portant des lunettes, un reflet lumineux est souvent observé.

Cet effet peut être supprimé en déposant une fine couche de polymère transparent sur le verre. Une partie de la lumière issue du flash va ainsi se réfléchir sur cette couche. Une autre partie va traverser la couche et se réfléchir quand elle atteindra la surface du verre de la lunette.

→ **Quel ordre de grandeur d'épaisseur doit-on choisir pour cette fine couche afin de supprimer le reflet lumineux ?** *(On pourra s'appuyer sur les résultats obtenus en partie I)*