

9 Questions de cours

- 1) Donner la loi de Coulomb en expliquant tous les termes entrant dans sa composition. Donner son analogie avec la force gravitationnelle.
- 2) Donner l'expression du champ électrostatique créé par une charge ponctuelle. Quelle est son unité ? Comment est-elle modifiée dans le cas où la distribution de charges est composée de plusieurs charges ponctuelles ?
- 3) Donner la définition des densités volumiques, surfaciques et linéiques de charge. Pour chacune de ces distributions, donner l'expression du champ électrostatique.
- 4) Donner le principe de Curie. Définir les notions de plans de symétrie et d'anti-symétrie pour la distribution de charges. Quelle est la conséquence pour le champ électrostatique ?
- 5) Citer deux types d'invariances de la distribution de charge et leur conséquence sur le champ électrostatique.
- 6) Donner deux relations entre champ électrostatique et potentiel électrostatique. L'une utilisera une notation intégrale et l'autre locale.
- 7) Donner la valeur du potentiel électrostatique créé au point M par une distribution discrète de charges : charge ponctuelle et plusieurs charges ponctuelles ; puis, par une distribution continue de charge (3 cas).
- 8) Énoncer le théorème de Gauss. Donner son analogie pour la gravitation.
- 9) Établir l'expression du champ électrostatique créé par une sphère de centre O et de rayon R contenant une densité volumique de charge uniforme ρ_0
- 10) Redémontrer l'expression du champ électrostatique créé par un cylindre infini d'axe Oz et de rayon R contenant une densité volumique de charge uniforme ρ_0
- 11) Redémontrer l'expression du champ électrostatique créé par un plan infini assimilé à xOy contenant une densité surfacique de charge uniforme σ_0 .
- 12) Établir l'expression de la capacité d'un condensateur plan dans le vide, le condensateur étant composé de deux plan infini chargés surfaciquement, de charges opposées.
- 13) Définir les notions suivantes : lignes de champ, tubes de champ et surfaces équipotentielles. Donnez-en quelques propriétés.
- 14) Donner l'expression de l'énergie potentielle électrostatique d'une charge.

10 Exercices

10.1 Champs et forces électrostatiques

Soient deux charges Q et Q' situées respectivement en M et M' , deux points distants de d .

- 1) Comparer les normes des champs électrostatiques auxquels sont soumises les charges Q et Q' .
- 2) Même question pour les forces subies par les charges.
- 3) Comment peut-on rendre les champs égaux en plaçant une charge Q'' sur l'axe MM' à une distance l de Q ?
- 4) Si Q'' est située entre les deux points M et M' , quelle est la valeur de Q'' ?

10.2 Carré de 4 charges

- 1) Calculer le champ créé en O centre du carré de 4 charges de côté $a\sqrt{2}$.
On étudiera les cas suivants : $+q+q+q+q$, $-q-q-q-q$, $+q-q+q-q$, $+q+q-q-q$ et $+q+q-q+q$.
- 2) Vérifier la direction du champ électrique donné à la question 1 par l'examen des symétries.
- 3) Calculer le potentiel créé en O centre du carré après examen des symétries.
- 4) Calculer le potentiel sur l'axe dans le cas du carré de 4 charges positives, puis le champ sur l'axe.

10.3 Dépôt métallique

Dans un circuit électronique, une couche de cuivre d'épaisseur h de l'ordre du micromètre a la forme d'un ruban de largeur $l=0,2mm$ et de longueur $L=0,3cm$. On considère que chaque atome de métal cède en moyenne un électron, devenant ainsi un ion, que l'on écrit Cu^+ pour simplifier. Les électrons ainsi libérés forment un ensemble, appelé nuage délocalisé, de densité volumique notée n_e , qui peut se mettre en mouvement pour assurer la conduction du courant électrique.

- 1) Rappeler l'ordre de grandeur du rayon atomique R_a et vérifier que les conditions requises pour une modélisation continue sont réunies.
- 2) Le Cuivre (Cu) a une masse volumique $\mu=8,94.10^3 kg.m^{-3}$, une masse molaire $M=63,5g/mol$.
Estimer la densité volumique n_i des ions Cu^+ .
- 3) Quelle équation liant les densités d'électrons n_e et d'ions n_i traduit la neutralité électrique du milieu ?

10.4 Distributions continues de charges

- 1) Soit un cylindre de rayon r et de hauteur h chargé uniformément en volume de densité volumique de charge ρ . Donner la charge totale contenue dans ce cylindre.
- 2) Soit une sphère de rayon r chargée uniformément en volume de densité volumique de charge ρ .
Donner la charge totale contenue dans cette sphère.
- 3) Soit deux plans parallèles infini d'équations respectives $z=a/2$ et $z=-a/2$, entre lesquels se trouve une distribution volumique de charge uniforme de valeur ρ . On suppose que la distance entre les deux plans est très faible devant leur dimension latérale. Exprimer la densité surfacique de charge σ en fonction de ρ .
- 4) Soit un cylindre de rayon r et de hauteur h chargé uniformément en volume de densité volumique de charge ρ . On suppose que le rayon r est très faible devant sa hauteur. Le cylindre peut donc être confondu avec un fil de longueur h et de densité linéique de charge λ . Exprimer la densité linéique de charge λ en fonction de ρ .

10.5 Symétries de la distribution de charges

- 1) Soit un cylindre de rayon a et de hauteur infinie chargé uniformément en volume de densité volumique de charge ρ . Déterminer les plans de symétrie de la distribution de charges. Que peut-on en déduire sur la direction du champ électrostatique en un point M situé à une distance r de l'axe du cylindre ?
- 2) Soit une sphère de rayon a chargée uniformément en volume de densité volumique de charge ρ . Déterminer les plans de symétrie de la distribution de charges. Que peut-on en déduire sur la direction du champ électrostatique en un point M situé à une distance r de l'axe du cylindre ?

3) Soit un plan infini chargé uniformément en surface de densité surfacique de charge σ . Déterminer les plans de symétrie de la distribution de charges. Que peut-on en déduire sur la direction du champ électrostatique en un point M situé à une distance z du plan ?

10.6 Invariance de la distribution de charges

- 1) Soit un cylindre de rayon a et de hauteur infinie chargé uniformément en volume de densité volumique de charge ρ . De quelles coordonnées dépend le champ électrostatique ?
- 2) Soit une sphère de rayon a chargée uniformément en volume de densité volumique de charge ρ . De quelles coordonnées dépend le champ électrostatique ?
- 3) Soit un plan infini chargé uniformément en surface de densité surfacique de charge σ . De quelles coordonnées dépend le champ électrostatique ?

10.7 Champ créé par un segment et un disque uniformément chargés

- 1) Calculer le champ créé par un segment de charge linéique λ en tout point de son plan médiateur.
- 2) Calculer le champ créé par un disque de charge surfacique σ en tout point de son axe.

10.8 Approche énergétique du potentiel électrostatique

- 1) Rappeler la définition du travail d'une force. Comment définit-on l'énergie potentielle d'une force conservative ?
- 2) Retrouver l'expression de l'énergie potentielle de la force de Coulomb en un point M de l'espace. On supposera que cette force est créée par une charge Q se situant à l'origine du repère à la distance r de M . On prendra une énergie potentielle nulle à l'infini.
- 3) Par analogie, retrouver l'expression de l'énergie potentielle de la force gravitationnelle.

10.9 Energie mécanique d'une particule

Un électron est émis en O avec une vitesse initiale négligeable, par une électrode portée à une température élevée. Il est ensuite soumis à une champ électrostatique \vec{E} , dont le potentiel électrostatique $V(O)$ est choisi nul au niveau de l'électrode.

- 1) Définir l'énergie mécanique de l'électron au cours de son mouvement.
- 2) Du seul point de vue énergétique, à quelle condition, sur la valeur de son potentiel $V(P)$, un point P peut-il être atteint par l'électron ?
- 3) Quelle est la vitesse de l'électron en sortie S de la cavité accélératrice, si la tension entre les points O et S est égale à U ?

10.10 Relation potentiel-champ

Dans l'espace muni d'un repère cartésien (O, x, y, z) le potentiel du champ électrique est défini par

$$\begin{cases} V(x, y, z) = -E_0 \frac{x^2}{2a} \text{ pour } -a \leq x \leq a \\ V(x, y, z) = -E_0 x + E_0 \frac{a}{2} \text{ pour } x > a \\ V(x, y, z) = E_0 x + E_0 \frac{a}{2} \text{ pour } x < -a \end{cases} \quad \text{où } E_0 \text{ est une constante}$$

- 1) A partir des invariances montrer que le champ électrique a une direction fixe.
- 2) Exprimer le champ dans les différents domaines.

3) Peut-on parler de champ uniforme ?

10.11 Cas d'une masse ponctuelle

Une masse ponctuelle M est placée à l'origine du repère, on s'intéresse au flux du champ de gravitation qu'elle crée à travers une sphère de centre O et de rayon R .

- 1) Prévoir le signe du flux sortant.
- 2) Effectuer le calcul du flux et retrouver le résultat prévu par le théorème de Gauss.

10.12 Différents types de condensateurs

- 1) Calculer la capacité d'un condensateur sphérique d'armatures concentriques de rayons respectifs R_1 et R_2 .
- 2) Déterminer l'énergie stockée entre les armatures d'un condensateur sphérique en fonction de la charge Q portée par l'armature intérieure.
- 3) Retrouver l'expression de la capacité à l'aide de la relation $U_E = \frac{Q^2}{2C}$.
- 4) Calculer la capacité d'un condensateur cylindrique d'armatures concentriques de rayons respectifs R_1 et R_2 .

10.13 Géométrie des lignes de champ et surfaces équipotentielles

Sans effectuer de calculs, préciser la nature géométrique des lignes de champ et des surfaces équipotentielles dans les cas étudiés suivants :

- 1) sphère chargée en volume
- 2) cylindre chargé en volume
- 3) plan chargé en surface

10.14 Lignes de champ

On donne les lignes de champ suivantes :

Préciser celles qui peuvent correspondre aux lignes de champ d'un champ électrostatique.

