4 Questions de cours

- 1) Donner l'expression de la densité volumique de puissance cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charge.
- 2) Donner la loi d'Ohm locale. Dans quel cas peut-on l'utiliser ? Quelle relation retrouve-t-on si on l'intègre ? Comment exprimer la résistance d'un conducteur cylindrique ?
- 3) Sous quelle forme peut-on réécrire la densité volumique de puissance cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charge dans un conducteur ohmique ? En l'intégrant sur le volume d'un conducteur ohmique cylindrique, quelle expression retrouve-t-on ? Comment peut-on aussi nommer cette puissance ?
- 4) Démontrer l'équation locale de conservation de l'énergie électromagnétique. On expliquera bien la signification de chacun des termes.
- 5) Donner l'expression de la densité volumique d'énergie électromagnétique, du vecteur de Poynting et de la puissance rayonnée.

5 Exercices

5.1 Cas particulier du condensateur plan

On considère un condensateur plan dont les armatures de charges opposées ($Q, -Q$) ont une surface S et sont distantes de d . Le champ électrostatique créé entre ses deux armatures est uniforme de norme E_0 . La tension à ses bornes est notée U .

- 1) Donner l'expression de l'énergie stockée dans un condensateur en fonction de la valeur de sa capacité C et de U .
- 2) Déterminer l'expression du champ électrostatique entre ses armatures (que l'on pourra supposées infinies dans ce cas). On donnera alors l'expression de E_0 en fonction de Q , S et ϵ_0 .
- 3) Déterminer alors l'expression de la tension U entre ses bornes en fonction de E_0 et d .
- 4) Retrouver alors l'expression de la capacité d'un condensateur plan en fonction de S , d et ϵ_0 .
- 5) En déduire une nouvelle expression de l'énergie stockée dans le condensateur en fonction de E_0 .
- 6) En déduire la densité volumique d'énergie électrique.

5.2 Cas particulier du solénoïde infini

On considère un solénoïde de longueur l de N spires de section S parcouru par un courant i .

- 1) Donner l'expression de l'énergie emmagasinée dans une bobine en fonction de la valeur de son inductance L et de i .
- 2) Déterminer l'expression du champ magnétostatique à l'intérieur du solénoïde (que l'on considèrera infini dans ce cas) en le supposant nul à l'extérieur. On notera B_0 sa norme que l'on exprimera en fonction de μ_0 , N , l et i .
- 3) Déterminer le flux propre ϕ_{propre} du solénoïde.
- 4) Retrouver l'expression de l'inductance du solénoïde en fonction de S , l , N et μ_0 .
- 5) En déduire une nouvelle expression de l'énergie emmagasinée dans la bobine en fonction de B_0 .
- 6) En déduire la densité volumique d'énergie magnétique.

5.3 Bilan d'énergie dans un conducteur ohmique

On considère un conducteur cylindrique parcouru par une intensité I uniformément répartie et de conductivité γ uniforme. Il est de section S , de longueur L et dirigé selon Oz .

- 1) Donner la loi d'Ohm locale.
- 2) En déduire la puissance cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charges.
- 3) Donner l'expression du champ magnétique créé par le cylindre.
- 4) Donner l'expression du vecteur de Poynting.
- 5) En déduire la valeur de la puissance entrant par rayonnement dans le dipôle. Conclure.
- 6) Le raisonnement tenu ci-dessus est en partie généralisable à tout dipôle électrique auquel un circuit extérieur impose une différence de potentiel stationnaire U et qui est traversé par un courant d'intensité I . Exprimer le champ électrique uniforme longitudinale. Réécrire la puissance électromagnétique reçue par le dipôle en fonction de U et I .

5.4 Charge d'un condensateur

On effectue le bilan énergétique d'un condensateur lors de sa charge très lente (ARQS). On raisonne sur un modèle de condensateur plan, de section circulaire S , rayon R , d'axe Oz et de distance inter-armatures d .

Dans le cadre de l'ARQS : $R\omega \ll c$.

On note $q(t)$ la charge de l'armature du condensateur située en $z = d$.

- 1) Quelle est l'expression du champ électrique entre les deux armatures ? La variation du champ électrique est à l'origine de l'existence d'un courant de déplacement. Quelle est son expression ?
- 2) Quelle est l'expression du champ magnétique entre les deux armatures ? (Utiliser le théorème d'Ampère)
- 3) Comparer les ordres de grandeur des termes électrique et magnétique de la densité volumique d'énergie. Donner alors l'expression de l'énergie électromagnétique, U , stockée dans le condensateur. Où est-elle localisée ? Donner l'expression de la dérivée de U par rapport au temps.
- 4) Quelle est l'expression du vecteur de Poynting ? Exprimer alors la puissance rayonnée à travers la surface latérale du condensateur.
- 5) Faire un bilan d'énergie. Conclure.

5.5 Bilan énergétique associé à un solénoïde dans l'ARQS

Un solénoïde infini, de section circulaire de rayon a , comprend n spires par unité de longueur, chacune étant parcourue par un courant d'intensité $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$. On suppose le courant suffisamment lentement variable pour se placer dans l'ARQS et que les lois de la magnétostatique sont applicables : $a\omega \ll c$.

- 1) Donner l'expression du champ magnétique qui existe à l'intérieur du solénoïde.
- 2) En déduire l'expression du champ électrique en tout point M à l'intérieur du solénoïde.
- 3) Comparer les ordres de grandeur des termes électrique et magnétique de la densité volumique d'énergie. Donner alors l'expression de l'énergie électromagnétique, U , stockée dans une portion de longueur d du solénoïde. Où est-elle localisée ? Donner aussi l'expression de la dérivée de U .
- 4) Calculer l'expression du vecteur de Poynting, puis sa puissance rayonnée à travers la paroi du solénoïde (cylindre d'axe (Oz) de rayon a et de hauteur d).
- 5) Interpréter les résultats précédents.