4 Questions de cours

1) Expliquer ce que représente la description eulérienne d'un fluide.
2) Définir la notion de ligne de courant et de tube de courant.
3) Qu'appelle-t-on écoulement uniforme, divergent, rotationnel ? Donner des exemples de carte de champ.
4) Définir les débits massiques et volumiques. Donner leurs expressions en fonction de la vitesse d'écoulement du fluide pour un écoulement unidimensionnel ou un écoulement quelconque. Comment peut-on relier ces deux débits ?
5) Démontrer qu'il y a conservation du débit massique en régime stationnaire. Que se passe-t-il si le fluide est de plus incompressible ?
6) Qu'est-ce qu'un fluide parfait ? un fluide Newtonien ?
7) Donner la définition de la force de cisaillement intervenant dans un fluide visqueux. On n'oubliera pas de préciser les conventions choisies. Donner les unités des termes entrant dans l'équation.
8) Que vaut la viscosité dans un fluide parfait ? D'un point de vue thermodynamique, à quoi peut-on associer la viscosité ?

5 Exercices

5.1 Ecoulement sanguin

A la sortie du cœur, l'aorte peut être considérée comme une conduite cylindrique de rayon a_0 = 1 cm. Le débit volumique est D_V = 6 L.min^{-1} et on suppose que l'écoulement peut être considéré comme stationnaire. Sa masse volumique vaut $\mu = 1,0.10^3 kg.m^{-3}$.

1) Quelle est la vitesse v du sang dans l'aorte ? On supposera que le champ des vitesses est uniforme sur une section droite.

Le sang est évacué du cœur d'abord au niveau de l'aorte, qui se divise en N_a artères de rayon a_a, puis en N'_a artérioles de rayon a'_a = 20 µm. Le débit volumique au travers d'une artère est $D_{V,a} = 2.10^{-6} m^3.s^{-1}$.

2) Calculer le nombre N_a d'artères.
3) Faire de même avec N'_a sachant que la vitesse du sang dans une artériole est v'_a = 5mm.s^{-1}.

5.2 Modélisation d'un tourbillon de vidange

On modélise, en coordonnées cylindriques d'axe (Oz), le tourbillon de vidange d'un lavabo par un cœur cylindrique de rayon a et d'axe (Oz) dans lequel la vitesse est donnée par $\vec{v} = r\omega\overrightarrow{u_\theta}$ où ω est la vitesse angulaire du fluide. Dans la zone périphérique qui entoure le cœur, le champ des vitesse est de la forme $\vec{v} = \frac{C}{r}\overrightarrow{u_\theta}$, où C est une constante.

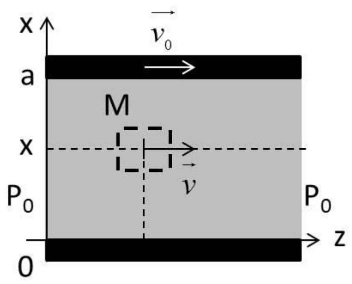
En coordonnes cylindriques : $\overrightarrow{rot}\vec{a} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial a_z}{\partial \theta} - \frac{\partial a_\theta}{\partial z}\right)\overrightarrow{e_r} + \left(\frac{\partial a_r}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial r}\right)\overrightarrow{e_\theta} + \left(\frac{1}{r}\frac{\partial r a_\theta}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial a_r}{\partial \theta}\right)\overrightarrow{e_z}$

1) Tracer l'allure de v en fonction de r. En déduire l'expression de la constante C.
2) Montrer que l'écoulement n'est rotationnel que dans une région que l'on précisera.

3) On se place dans la zone périphérique du tourbillon. Donner l’allure des lignes de courants dans un plan orthogonal à (Oz). Décrire brièvement le mouvement d’un bouchon placé à la surface de l’eau dans cette zone. Le bouchon tourne-t-il sur lui-même ? Tourne-t-il autour de l’axe du tourbillon ?

5.3 Ecoulement de Couette plan

Un fluide incompressible de masse volumique μ et de viscosité dynamique η est en écoulement stationnaire dans une conduite de longueur L selon (Oz), entre deux plaques l’une en x = 0 fixe et l’autre en x = a animée d’une vitesse $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{u_z}$. Le champ des vitesses s’écrit donc : $\vec{v} = v_z(x)\overrightarrow{u_z}$. La pression est supposée être la même en entrée et en sortie de la conduite égale à P_0. Soit une particule de fluide de volume dV appartenant à cet écoulement, centrée sur le point M(x,y,z) et assimilée à un point matériel.



1) Faire un bilan des forces sur la particule de fluide.

2) Donner l’expression de la vitesse de cette particule de fluide.

5.4 Modélisation d’une lubrification

Un fluide newtonien est réparti sur une hauteur e entre deux plaques horizontales très longues. La plaque du dessous est immobile et celle de dessus possède la vitesse constante v0.

1) Quelles sont les conditions aux limites vérifiées par l’écoulement ?

2) Proposer la forme la plus simple possible de champ des vitesses vérifiant ces conditions.

3) Quelle est la composante horizontale de la force exercée par le fluide, par unité de surface, sur la plaque supérieure ?

Un bloc parallélépipédique, de surface carrée de côté a = 10 cm et de masse m = 1 kg, est posé sur un plan incliné d’un angle $\alpha = 45°$ par rapport à l’horizontale. Le plan incliné est lubrifié, c’est-à-dire enduit d’une huile de viscosité dynamique η . La plaque se met alors en mouvement. On suppose que l’écoulement de l’huile peut être modélisé de la même manière qu’au début de cet exercice, avec une épaisseur e = 1 mm d’huile. Le champ de pesanteur est noté $g \simeq 9{,}8 m.s^{-2}$.

4) En déduire l’équation du mouvement du bloc.

5) Après un certain temps, la vitesse du bloc se stabilise à la valeur $v_f = 0{,}5 m.s^{-1}$. En déduire la viscosité η de l’huile.

6) Quelle est la durée du régime transitoire ?