

Nom :

Interrogation de cours

1) Définir les notions de flux thermique, vecteur densité de flux thermique.

On appelle flux thermique élémentaire $d\Phi(x,t)$ (en W) la quantité d'énergie élémentaire qui traverse une surface élémentaire dS par unité de temps : $\delta Q(x,t) = d\Phi(x,t)dt$

On appelle vecteur densité de flux thermique (en $W.m^{-2}$) $\vec{j}_{th} = j_{th}(x,t)\vec{u}_x$, le vecteur dont la direction est celle du déplacement de proche en proche de l'énergie thermique et dont la norme est d'autant plus grande que la quantité d'énergie déplacée est grande tel que : $d\Phi(x,t) = j_{th}(x,t)dS$

2) Donner la loi de Fourier (en 3D) et sa simplification pour une propagation unidimensionnelle. Définir les termes rentrant dans son expression. Donner leurs unités.

$$3D : \vec{j}_{th} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}T} \quad \text{et} \quad 1D : j_{th}(x,t) = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)$$

λ appelé conductivité thermique ($W.m^{-1}.K^{-1}$)

3) Donner et résoudre l'équation de la chaleur dans le cas du régime stationnaire.

On prendra le cas d'une tige pour rester avec un problème unidimensionnel. On suppose donc de plus qu'il n'y a aucun échange thermique entre la tige et le milieu extérieur par la surface latérale du cylindre (isolation thermique). Cette tige est cylindrique de section S , de longueur L et ses extrémités sont aux températures T_1 et T_2 ($T_1 > T_2$). Donner l'expression de la température, densité de flux thermique et flux thermique. Commenter.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{c\mu}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

$$\text{Régime stationnaire : } \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \Rightarrow T(x) = Ax + B$$

$$T(0) = T_1 = B \quad \text{et} \quad T(L) = T_2 = AL + T_1 \Rightarrow A = \frac{T_2 - T_1}{L} \Rightarrow T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L}x + T_1$$

$$\text{D'après la loi de Fourier : } j_{th} = -\lambda \left(\frac{dT}{dx} \right) = -\lambda \frac{T_2 - T_1}{L} \quad \text{Donc le flux thermique : } \Phi = j_{th}S = -\lambda S \frac{T_2 - T_1}{L}$$

On remarque que le flux thermique est constant.

4) Définir la notion de résistance thermique. Donner l'analogie avec l'électricité

En régime stationnaire, on définit la résistance thermique R_{th} (en $K.W^{-1}$) de la tige comme :

$$R_{th} = \frac{T_1 - T_2}{\Phi} = \frac{L}{\lambda S}$$

Electrique	Thermique
Potentiel V	Température T
Courant I	Flux thermique Φ
Conductivité électrique σ	Conductivité thermique λ
Loi d'Ohm locale $\vec{j} = -\sigma \overrightarrow{\text{grad}V}$ ou $\vec{j} = \sigma \vec{E}$	Loi de Fourier $\vec{j}_{th} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}T}$