Nom :

Interrogation de cours

1) Énoncer le théorème de Gauss. Donner son analogie pour la gravitation.

Le flux du champ électrostatique sortant d'une surface fermée Σ est égal au rapport de la chargeintérieure à la permittivité du vide :
$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$
Le flux du champ de gravité sortant d'une surface fermée Σ est égal au rapport de la masseintérieure par la constante $-4\pi G$:
$$\oiint_{\Sigma} \vec{G} \cdot d\vec{S} = -4\pi G M_{\text{int}}$$

Champ électrique	Champ de gravitation
Charge : q	Masse : m
Constante : $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$	Constante : $-G$
Champ électrique : $\vec{E}(M)$	Champ de gravitation : $\vec{G}(M)$

2) Établir l'expression du champ électrostatique créé par une sphère de centre O et de rayon R contenant une densité volumique de charge uniforme ρ_0 **Symétries et invariances**Symétries :

Les plans passant par le centre de la sphère et par le point $M(r, \varphi, \theta)$ sont des plans de symétrie de la distribution de charges. Le champ électrique sera donc compris dans l'intersection de ces deux plans : $\vec{E} = E(M)\vec{u}_r$

Invariances :

La distribution de charge est invariante par rotation selon φ et θ , d'où : $\vec{E} = E(r, \varphi, \theta)\vec{u}_r = E(r)\vec{u}_r$

Surface de Gauss

On choisit une sphère de centre O et de rayon r , pour respecter les symétries du problème et passer par le point M .

Théorème de Gauss

Calcul du flux :
$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oiint_{\Sigma} E(r)\vec{u}_r \cdot dS\vec{u}_r = \oiint_{\Sigma} E(r)dS = E(r)\oiint_{\Sigma} dS = E(r)4\pi r^2$$

Calcul de la charge intérieure :
$$\begin{cases} r \leq R & Q_{\text{int}} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_0 \\ r > R & Q_{\text{int}} = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_0 \end{cases}$$

On en déduit pour le champ électrostatique :
$$\begin{cases} r \leq R & \vec{E} = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} r\vec{u}_r \\ r > R & \vec{E} = \frac{\rho_0 R^3}{3\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r \end{cases}$$