**Nom :**

**Interrogation de cours**

1) Donner les expressions en coordonnées cartésiennes des opérateurs : gradient, divergence, rotationnel et laplacien.

$$\overrightarrow{grad}(m)=\left(\frac{\partial m}{\partial x}\right)\overrightarrow{u_x}+\left(\frac{\partial m}{\partial y}\right)\overrightarrow{u_y}+\left(\frac{\partial m}{\partial z}\right)\overrightarrow{u_z} \qquad div\left(\vec{a}\right)=\left(\frac{\partial a_x}{\partial x}\right)+\left(\frac{\partial a_y}{\partial y}\right)+\left(\frac{\partial a_z}{\partial z}\right)$$

$$\overrightarrow{rot}\left(\vec{a}\right)=\left(\frac{\partial a_z}{\partial y}-\frac{\partial a_y}{\partial z}\right)\overrightarrow{u_x}+\left(\frac{\partial a_x}{\partial z}-\frac{\partial a_z}{\partial x}\right)\overrightarrow{u_y}+\left(\frac{\partial a_y}{\partial x}-\frac{\partial a_x}{\partial y}\right)\overrightarrow{u_z} \qquad \Delta m=\left(\frac{\partial^2 m}{\partial x^2}\right)+\left(\frac{\partial^2 m}{\partial y^2}\right)+\left(\frac{\partial^2 m}{\partial z^2}\right)$$

2) Démontrer le principe de conservation de la charge en unidimensionnel et l'énoncer en 3D.

*Soit un fil de section S et de longueur L selon Ox, représenté par un cylindre, chargé en volume* $\rho(x,t)$ *et parcouru par un courant volumique* $\vec{j}=j_x(x,t)\overrightarrow{u_{xs}}$ *. On cherche à quantifier la charge contenue dans une portion dx de ce fil, ainsi que sa variation.*

*A l'instant t la charge contenue dans la section dx est :* $Q(x,t)=\rho(x,t)Sdx$

*A l'instant t + dt la charge contenue dans la section dx est :* $Q(x,t+dt)=\rho(x,t+dt)Sdx$

*La variation de la quantité de charge pendant dt est donc :*

$$Q(x,t+dt)-Q(x,t)=\rho(x,t+dt)-\rho(x,t)Sdx=\frac{\partial\rho}{\partial t}Sdxdt \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial Q}{\partial t}=\frac{\partial\rho}{\partial t}Sdx$$

*En utilisant la définition du courant, la variation de charge pendant dt est égale à :*

$$\frac{\partial Q}{\partial t}=\partial I=-\partial\vec{j}\cdot\vec{S}=-\partial j_x(x,t)S$$

*La conservation de la charge électrique se traduit par :* $\frac{\partial\rho}{\partial t}Sdx=-\partial j_x(x,t)S \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial j_x}{\partial x}=0$

*Equation locale de conservation de la charge en 3D :* $\frac{\partial\rho}{\partial t}+div\,\vec{j}=0$

3) Donner les quatre équations de Maxwell dans le vide (nom et formulation).

*Maxwell-Gauss :* $div\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}$

*Maxwell-Ampère :* $\overrightarrow{rot}\vec{B}=\mu_0\vec{j}+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$

*Maxwell-Thomson :* $div\vec{B}=0$

*Maxwell-Faraday :* $\overrightarrow{rot}\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$

4) Pour chacune des équations énoncées ci-dessus donner sa signification et sa formulation intégrale.

*Maxwell-Gauss :* ***validité générale du théorème de Gauss*** $\oiint_{\Sigma}\vec{E}\cdot\overrightarrow{dS}=\iiint_V\frac{\rho}{\varepsilon_0}d\tau$

*Maxwell-Ampère :* ***forme généralisée du théorème d'Ampère***

$$\oint_{\Gamma}\vec{B}\cdot\overrightarrow{dl}=\mu_0\iint_S\left(\vec{j}+\overrightarrow{j_D}\right).\overrightarrow{dS} \quad avec \quad \overrightarrow{j_D}=\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

*Maxwell-Thomson :* ***caractère conservatif du flux magnétique*** $\oiint_S\vec{B}\cdot\overrightarrow{dS}=0$

*Maxwell-Faraday :* ***phénomène d'induction électromagnétique*** $e=\oint_C\vec{E}\cdot\overrightarrow{dl}=-\frac{d\Phi}{dt}=\iint_S\left(-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right)\cdot\overrightarrow{dS}$