Nom :

Interrogation de cours

1) Donner l'expression de la densité volumique de puissance cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charge.

$p = \frac{dP}{d\tau} = \vec{j} \cdot \vec{E}$

2) Donner l'expression de la densité volumique d'énergie électromagnétique, du vecteur de Poynting et de la puissance rayonnée.

$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$ $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$ $P_{rayonnée} = \oiint_S \vec{\Pi} \cdot \vec{dS}$

3) Démontrer l'équation locale de conservation de l'énergie électromagnétique. On expliquera bien la signification de chacun des termes.

Soit un volume fini V de l'espace délimité par une surface fermée S, la diminution de l'énergie U contenue dans ce volume se retrouve sous deux formes :

- *puissance cédée à la matière, P (ou aux porteurs de charges)*
- *puissance évacuée à travers S sous forme de rayonnement,* $P_{rayonnée}$

Ainsi : $-\frac{dU}{dt} = P + P_{rayonnée}$

On a donc l'équation intégrale de conservation de l'énergie électromagnétique suivante :

$$\iiint_V \frac{\partial u}{\partial t} d\tau = -\iiint_V \left(\vec{j} \cdot \vec{E}\right) d\tau - \oiint_S \vec{\Pi} \cdot \vec{dS}$$

En utilisant le théorème de Green-Ostrogradsky, on obtient l'équation locale : $\frac{\partial u}{\partial t} = -\vec{j} \cdot \vec{E} - div\vec{\Pi}$

4) Donner la loi d'Ohm locale. Dans quel cas peut-on l'utiliser ? Sous quelle forme peut-on réécrire la densité volumique de puissance cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charge dans un conducteur ohmique ? Comment peut-on aussi nommer cette puissance ?

Dans un conducteur ohmique, si le champ appliqué est suffisamment faible alors le vecteur densité de courant et le vecteur champ électrique sont liés par une relation empirique faisant intervenir la conductivité γ *du milieu :* $\vec{j} = \gamma \vec{E}$

$p = \gamma E^2$

En intégrant : $P = RI^2$ *Puissance cédée par effet Joule*

5) Enoncer les équations de Maxwell dans le vide. Donner leur signification et formulation intégrale.

Maxwell-Gauss : $div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ ***validité générale du théorème de Gauss*** $\oiint_\Sigma \vec{E} \cdot \vec{dS} = \iiint_V \frac{\rho}{\varepsilon_0} d\tau$

Maxwell-Ampère : $\overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ ***forme généralisée du théorème d'Ampère***

$\oint_\Gamma \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 \iint_S \left(\vec{j} + \vec{j_D}\right).\vec{dS}$ *avec* $\vec{j_D} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Maxwell-Thomson : $div\vec{B} = 0$ ***caractère conservatif du flux magnétique*** $\oiint_S \vec{B} \cdot \vec{dS} = 0$

Maxwell-Faraday : $\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

phénomène d'induction électromagnétique $e = \oint_C \vec{E} \cdot \vec{dl} = -\frac{d\Phi}{dt} = \iint_S \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) \cdot \vec{dS}$