

Nom :

## Interrogation de cours

1) Donner l'équation de propagation pour le champ électrique et la démontrer dans un espace vide de charges et de courants.

$$\left. \begin{aligned} \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E}) &= \overrightarrow{\text{rot}}\left(-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right) \\ \overrightarrow{\text{grad}}\left(\text{div}_0\vec{E}\right) - \Delta\vec{E} &= -\frac{\partial}{\partial t}(\overrightarrow{\text{rot}}\vec{B}) \\ \Delta\vec{E} &= \frac{\partial}{\partial t}\left(\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right) \end{aligned} \right\} \Delta\vec{E} - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

2) On suppose que l'équation de propagation est vérifiée par une fonction scalaire  $u(x,t)$ . Donner l'équation de propagation simplifiée. Quelle est la solution générale d'une telle équation ? On donnera la définition de l'onde obtenue et on précisera bien chacun des termes entrant dans sa composition.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \Rightarrow u(x,t) = f_1(x-vt) + f_2(x+vt) \quad \text{ou} \quad u(x,t) = f_1\left(t - \frac{x}{v}\right) + f_2\left(t + \frac{x}{v}\right)$$

*C'est une onde plane progressive.*

*On dit qu'une onde est plane si, à chaque instant, la fonction  $u(x,y,z,t)$  a la même valeur en tout point d'un plan perpendiculaire à la direction de propagation.*

*L'onde plane est progressive quand le signal se propage dans un sens déterminé.*

*$f_1(x-vt)$  et  $f_1\left(t - \frac{x}{v}\right)$  : propagation à la vitesse  $v$  suivant les  $x$  croissants*

*$f_2(x+vt)$  et  $f_2\left(t + \frac{x}{v}\right)$  : propagation à la vitesse  $v$  suivant les  $x$  décroissants*

3) Quelle propriété possèdent les champs électriques et magnétiques dans un espace vide de charges et de courants ? Quelle relation permet de relier les champs électriques, magnétiques et la direction de propagation ?

*Les champs électrique et magnétique n'ont pas de composantes suivant la direction de propagation. Les vecteurs sont perpendiculaires à la direction de propagation, on les qualifie de transverses.*

$$\vec{B} = \frac{1}{c} \vec{n} \wedge \vec{E}$$

4) Donner les expressions de la densité volumique d'énergie électromagnétique, de la puissance volumique cédée par le champ aux porteurs de charge et du vecteur de Poynting pour une onde électromagnétique se propageant dans le vide sans charge ni courant. Commenter.

$$u = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} \Rightarrow u = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} \left(\frac{E}{c}\right)^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 = \varepsilon_0 E^2$$

*La densité volumique d'énergie électromagnétique est équirépartie entre terme électrique et terme magnétique.*

*La puissance volumique cédée par le champ aux porteurs de charge est nulle car on se trouve dans une région sans charges ni courants.*

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{\vec{E} \wedge \left(\frac{1}{c} \vec{u}_x \wedge \vec{E}\right)}{\mu_0} = \frac{1}{\mu_0 c} \left( (\vec{E} \cdot \vec{E}) \vec{u}_x - \underbrace{(\vec{E} \cdot \vec{u}_x)}_{=0} \vec{E} \right) \Rightarrow \vec{\Pi} = c\varepsilon_0 E^2 \vec{u}_x = c u \vec{u}_x$$

*Le vecteur de Poynting est dirigé dans la direction de propagation de l'onde plane donnée par  $\vec{n}$ .*

Ainsi, l'énergie d'une OPP dans le vide se propage à la célérité,  $c$ .

5) On suppose que l'équation de propagation est vérifiée par une fonction scalaire  $u(x, y, z, t)$ . Cette fonction représente une onde plane progressive monochromatique. Sous quelle forme peut-elle s'écrire ? Définir toutes les caractéristiques de cette onde.

$$u(x, y, z, t) = u_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0)$$

Elle est caractérisée par :

- sa pulsation,  $\omega$ , ou sa fréquence,  $f$ , ou sa période temporelle,  $T$  :  $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

- son vecteur d'onde,  $\vec{k}$ , ou sa longueur d'onde,  $\lambda$  :  $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{n} = \frac{\omega}{c} \vec{n}$