

Nom :

Interrogation de cours

1) Soit une onde électromagnétique incidente polarisée rectilignement selon Oy se propageant dans le vide dans une région sans charges ni courants selon l'axe Ox croissant dans le demi-espace $x < 0$. En $x = 0$, dans le plan Oyz, se trouve un conducteur parfait. Pour simplifier l'étude, on suppose sa phase à l'origine nulle. Donner l'expression de l'onde incidente (champ E et B).

$$\begin{cases} \vec{E}_i = E_{0i} \cos(\omega t - k_i x) \vec{u}_y \\ \vec{B} = \frac{E_{0i}}{c} \cos(\omega t - k_i x) \vec{u}_z \end{cases}$$

2) En utilisant le fait que la composante tangentielle du champ électrique est continue à la traversée d'une interface, en déduire l'expression de l'onde réfléchie (champ E et B).

L'onde réfléchie s'écrit sous la forme :

$$\begin{cases} \vec{E}_r = E_{0r} \cos(\omega t - k_r x) \vec{u}_y \\ \vec{B} = B_{0r} \cos(\omega t - k_r x) \vec{u}_z \end{cases}$$

Que ce soit l'onde incidente ou l'onde réfléchie, les champs se propagent à la même vitesse dans le vide avec la même pulsation et possèdent donc le même module du vecteur d'onde. L'onde réfléchie se propage selon les x décroissants, on a donc :

$$\vec{k}_r = -\vec{k}_i \Rightarrow \begin{cases} \vec{E}_r = E_{0r} e^{j(\omega t + k_i x)} \vec{u}_y \\ \vec{B}_r = -\frac{E_{0r}}{c} e^{j(\omega t + k_i x)} \vec{u}_z \end{cases}$$

Continuité du champ E en $x = 0$:

$$\vec{E}_{\text{vide}}(x=0) = \vec{E}_i(x=0) + \vec{E}_r(x=0) = \vec{0} \Rightarrow E_{0r} = -E_{0i} \Rightarrow \vec{E}_r = -E_{0i} e^{j(\omega t + k_i x)} \vec{u}_y$$

Soit au final :

$$\begin{cases} \vec{E}_r = -E_{0i} \cos(\omega t + k_i x) \vec{u}_y \\ \vec{B} = \frac{E_{0i}}{c} \cos(\omega t + k_i x) \vec{u}_z \end{cases}$$

3) Retrouver l'expression de l'onde résultant de la superposition des ondes incidentes et réfléchies. Commenter.

La superposition des deux ondes incidentes et réfléchies donne :

$$\vec{E}_{\text{vide}} = \vec{E}_i + \vec{E}_r = E_{0i} e^{j(\omega t - k_i x)} \vec{u}_y - E_{0i} e^{j(\omega t + k_i x)} \vec{u}_y = E_{0i} e^{j\omega t} (e^{-jk_i x} - e^{jk_i x}) \vec{u}_y = -2jE_{0i} e^{j\omega t} \sin(k_i x) \vec{u}_y$$

D'où en notation réelle :

$$\vec{E} = 2E_{0i} \sin(\omega t) \sin(k_i x) \vec{u}_y$$

Et pour le champ magnétique :

$$\vec{B} = \vec{B}_i + \vec{B}_r = \frac{E_{0i}}{c} e^{j(\omega t - k_i x)} \vec{u}_z + \frac{E_{0i}}{c} e^{j(\omega t + k_i x)} \vec{u}_z = \frac{E_{0i}}{c} e^{j\omega t} (e^{-jk_i x} + e^{jk_i x}) \vec{u}_z = \frac{2E_{0i}}{c} e^{j\omega t} \cos(k_i x) \vec{u}_z$$

D'où en notation réelle :

$$\vec{B} = \frac{2E_{0i}}{c} \cos(\omega t) \cos(k_i x) \vec{u}_z$$

Les dépendances spatiale et temporelle sont séparées : l'onde résultante est une onde stationnaire.