

Nom :

Interrogation de cours

1) Démontrer la relation de la statique des fluides. On considèrera une particule de fluide de volume $dV = dx dy dz$ et l'axe (Oz) ascendant.

Référentiel galiléen

Base cartésienne (axe Oz ascendant)

Système : volume $dV = dx dy dz$ -> schéma

Bilan des forces :

- Forces de pesanteur : $d\vec{F}_V = -\mu(M) g dV \vec{u}_z$
- Forces de pression :
 - Selon \vec{u}_x : $d\vec{F}_S \cdot \vec{u}_x = (P(x, y, z) - P(x + dx, y, z)) dy dz$
 - Selon \vec{u}_y : $d\vec{F}_S \cdot \vec{u}_y = (P(x, y, z) - P(x, y + dy, z)) dx dz$
 - Selon \vec{u}_z : $d\vec{F}_S \cdot \vec{u}_z = (P(x, y, z) - P(x, y, z + dz)) dx dy$

$$PFD : d\vec{F}_V + d\vec{F}_S = \vec{0}$$

Projection sur les axes :

$$\text{Selon } \vec{u}_x : \frac{\partial P}{\partial x}(x, y, z) = 0$$

$$\text{Selon } \vec{u}_y : \frac{\partial P}{\partial y}(x, y, z) = 0 \Rightarrow \text{pression indépendante des coordonnées } x \text{ et } y$$

$$\text{Selon } \vec{u}_z : -\mu(x, y, z) g dz + \frac{\partial P}{\partial z}(x, y, z) dz = 0 \Rightarrow \frac{dP}{dz}(z) = -\mu(z) g$$

2) Retrouver l'évolution de la pression dans le cas d'un fluide incompressible et homogène.

masse volumique indépendante de la pression P et de la coordonnée z

pression à la surface de l'eau P_{atm} et axe (Oz) vers le haut

accélération de la pesanteur est supposée uniforme dans l'eau et vaut : $\vec{g} = -g \vec{u}_z$

$$\frac{dP}{dz} = -\mu g \text{ que l'on peut intégrer en : } P(z) = -\mu g z + cte$$

condition aux limites en $z = 0$: $P(z = 0) = P_{atm} = cte$

$$P(z) = P_{atm} - \mu g z \text{ pour } z \leq 0$$