Equations de Maxwell

Principe de conservation de la charge

La charge électrique est une **grandeur conservative**. Ce principe se traduit par l'équation locale :	$div\vec{j}+\dfrac{\partial\rho}{\partial t}=0$ (1)

Equations de Maxwell dans le vide

Le **champ électromagnétique** est caractérisé par un couple de vecteurs noté $\{\vec{E},\vec{B}\}$ où $\vec{E}$ est le vecteur **champ électrique** (V.m^{-1}) et $\vec{B}$ est le vecteur **champ magnétique** (T).

Ce champ électromagnétique créé au point M à l'instant t par la distribution $\{\rho,\vec{j}\}$ est régi par les quatre **équations de Maxwell dans le vide**.

Formes locales	Formes intégrales
Equation de Maxwell-Gauss (MG): $div\vec{E}=\dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$ (2)	**Validité générale du théorème de Gauss** : $\oiint_\Sigma \vec{E}\cdot\vec{dS}=\dfrac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$
Equation de Maxwell-Ampère (MA): $\overrightarrow{rot}\vec{B}=\mu_0\vec{j}+\mu_0\varepsilon_0\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}$ (3)	**Forme généralisée du théorème d'Ampère** : $\oint_\Gamma \vec{B}\cdot\vec{dl}=\mu_0\iint_S\left(\vec{j}+\vec{j_D}\right).\vec{dS}\quad avec\quad \vec{j_D}=\varepsilon_0\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}$ avec densité de courant de déplacement $\vec{j_D}$
Equation de Maxwell-Thomson (ou flux) (MT): $div\vec{B}=0$ (4)	**Conservation du flux magnétique :** $\oiint_S \vec{B}\cdot\vec{dS}=0$
Equation de Maxwell-Faraday (MF): $\overrightarrow{rot}\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ (5)	**Phénomène d'induction électromagnétique :** $e=-\dfrac{d\Phi}{dt}$

Equations de Maxwell dans une région vide de charges et de courants : $\rho=0\quad et\quad \vec{j}=\vec{0}$

$$(MG)\quad div\vec{E}=0\quad (MA)\quad \overrightarrow{rot}\vec{B}=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$
$$(MT)\quad div\vec{B}=0\quad (MF)\quad \overrightarrow{rot}\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\qquad (6)$$

Approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS)

Etude de l'électromagnétisme dans le cas où les temps de propagation sont négligeables devant la période des signaux. Si l'on note τ le temps de propagation du signal et T la période, alors l'ARQS est applicable si $\tau\ll T$.

Equations de Maxwell dans un conducteur, dans le cadre de l'ARQS :

Dans les conducteurs : $\left\Vert\vec{j_D}\right\Vert\ll\left\Vert\vec{j}\right\Vert$	$(MA)\quad \overrightarrow{rot}\vec{B}=\mu_0\vec{j}$ (7)

Cas particulier des régimes stationnaires (ou permanents) :

$$(MG)\quad div\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}\quad (MA)\quad \overrightarrow{rot}\vec{B}=\mu_0\vec{j}$$
$$(MT)\quad div\vec{B}=0\quad (MF)\quad \overrightarrow{rot}\vec{E}=\vec{0}\qquad (8)$$

Equation de Poisson : Equation locale reliant potentiel et densité volumique de charge : $\Delta V+\dfrac{\rho}{\varepsilon_0}=0$ (9)	Equation de Laplace : dans une région sans charges : $\Delta V=0$ (10)