Transfert d'énergie par conduction thermique

Les différents modes de transfert thermique

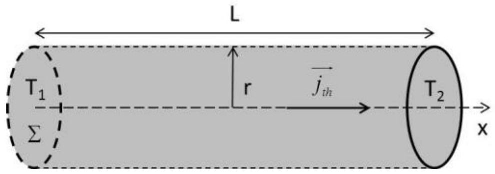
<u>Conduction thermique</u> (ou diffusion thermique) : mode de transfert thermique provoqué par une différence de température entre deux régions d'un même milieu se réalisant **sans déplacement global de la matière** (due à l'**agitation thermique** des atomes et molécules du milieu).

<u>Convection thermique</u> : attribuée à un déplacement global de matière et concerne les liquides ou les gaz (naturelle) ou forcée).

<u>Rayonnement thermique</u> : ne nécessite pas la présence d'un milieu matériel (ex : entre le Soleil et la Terre sous forme d'ondes électromagnétiques).

Vecteur densité de flux thermique

<u>Hypothèses</u> : conduction thermique dans un solide (de longueur L et de surface transversale $\Sigma = \pi r^2$) dans le cas d'un problème unidimensionnel selon (Ox).



<u>Définition</u> :

Flux thermique $\Phi(x,t)$ ou puissance thermique (en W) : quantité d'énergie élémentaire $\delta Q(x,t)$, aussi appelée transfert thermique, qui traverse la surface Σ par unité de temps.

$$\Phi(x,t) = \frac{\delta Q(x,t)}{dt} \qquad (1)$$

Vecteur densité de flux thermique (en W.m^{-2}) : sa direction est celle du déplacement de proche en proche de l'énergie thermique et sa norme est d'autant plus grande que la quantité d'énergie déplacée est grande.

$$\overrightarrow{j_{th}}(x,t) = \frac{\Phi(x,t)}{\Sigma}\overrightarrow{u_x} \qquad (2)$$

<u>Remarque</u> :

En 3D : $\Phi = \iint_{\Sigma} \overrightarrow{j_{th}} \cdot \overrightarrow{dS}$

<u>Loi de Fourier</u> (loi phénoménologique, 1822) :

Elle lie la température à l'intérieur du solide $T(x,t)$ et la densité de flux thermique à l'aide d'un coefficient de proportionnalité λ appelé **conductivité thermique** (W.m^{-1}.K^{-1}).

$$j_{th}(x,t) = -\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) \qquad (3)$$

En 3D :

$$\overrightarrow{j_{th}} = -\lambda\overrightarrow{grad}T \qquad (4)$$

<u>Remarques</u> :

La conductivité thermique λ est toujours positive.

Le signe moins traduit l'orientation du vecteur densité de flux thermique vers les basses températures.

On définit le gradient en coordonnées cartésiennes par : $\overrightarrow{grad}T = \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)\overrightarrow{u_x} + \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\overrightarrow{u_y} + \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)\overrightarrow{u_z}$

Équation de la chaleur

Solide homogène de masse volumique μ , de conductivité thermique λ et de capacité thermique massique c

Bilan enthalpique : $\frac{\partial j_{th}}{\partial x} + c\mu\frac{\partial T}{\partial t} = 0$

<u>Equation de la diffusion thermique</u> :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{c\mu}{\lambda}\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \qquad (5)$$

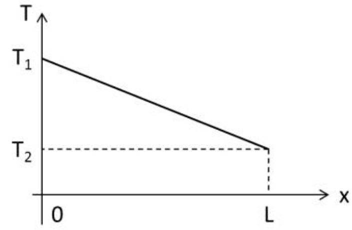
Remarques :

Coefficient de diffusion : $D = \dfrac{\lambda}{\mu c}$ de dimension : $\dfrac{[longueur]^2}{[temps]}$

On peut relier temps τ et longueur caractéristique L du phénomène de diffusion par : $\tau \sim \dfrac{L^2}{D}$

Propriété :
Un phénomène de diffusion thermique est **irréversible**. Il s'accompagne de production d'entropie.

Cas du régime stationnaire



Régime stationnaire : la température ne dépend plus du temps

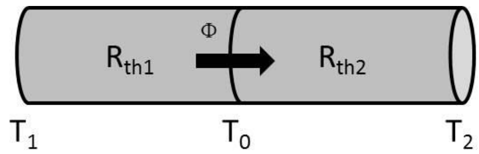
$$\frac{\partial T}{\partial t}=0 \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=0 \Rightarrow T(x)=\frac{T_2-T_1}{L}x+T_1 \Rightarrow \Phi = j_{th}\Sigma = \lambda\Sigma\frac{T_1-T_2}{L}$$

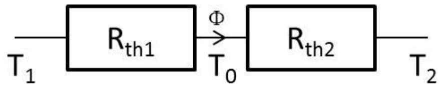
On remarque que le flux thermique est constant.

Définition :
En régime stationnaire, on définit la résistance thermique R_{th} (en K.W^{-1}) de la tige comme :

$$R_{th} = \frac{T_1-T_2}{\Phi} = \frac{L}{\lambda S} \qquad (6)$$

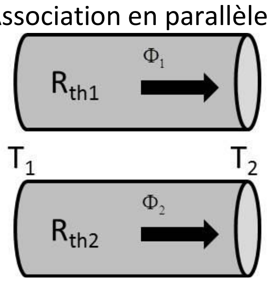
Association en série

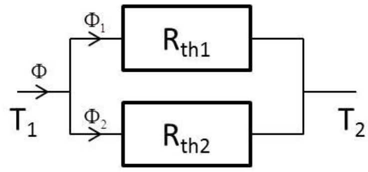




$$R_{th1+2} = R_{th1} + R_{th2}$$

Association en parallèle





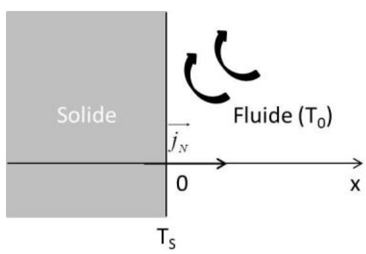
$$R_{th1||2} = \frac{R_{th1}R_{th2}}{R_{th1}+R_{th2}}$$

Analogie :

Electrique	**Thermique**
Potentiel V	Température T
Courant I	Flux thermique Φ
Conductivité électrique σ	Conductivité thermique λ
Loi d'Ohm locale $\vec{j} = -\sigma\overrightarrow{grad}V \quad ou \quad \vec{j} = \sigma\vec{E}$	Loi de Fourier $\overrightarrow{j_{th}} = -\lambda\overrightarrow{grad}T$

Transfert conducto-convectif

Matériau étudié en contact avec un milieu extérieur fluide de température T_0, animé de mouvements de convection



Loi de Newton :
La densité de flux thermique sortant à travers la surface du solide en contact avec le fluide est proportionnelle à l'écart entre la température T_S de la surface du solide et la température T_0 du fluide :

$$j_N = h(T_S - T_0) \qquad (7)$$

h : **coefficient de transfert thermique de surface** (W.m^{-2}.K^{-1})

Résistance thermique : $R_N = \dfrac{T_S - T_0}{\Phi_N} = \dfrac{1}{hS}$