

Concours blanc commun

L'emploi des calculatrices est interdit.

Instructions générales

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction. La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les **résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte.**

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.

Le candidat prendra soin de **bien numéroter les questions.**

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les différents problèmes de ce sujet sont indépendants. Le candidat peut les traiter dans l'ordre qu'il veut, en **respectant la numérotation des feuilles et des questions.**

Trois parties sont à **rédigé sur des feuilles différentes** :

- Chimie : feuilles notées 1A à 1E

- Résolution de problème et Analogie entre une cavité résonante et la corde de guitare : feuilles notées 2A à 2D

- Etude d'un microphone : feuilles notées 3A, 3B

PREMIER PROBLEME : Etude d'une « chauffeurette »

Les chauffeures sont constituées d'une enveloppe plastique dans laquelle on trouve de l'acétate de sodium hydraté et une pièce métallique fine en forme de lentille qui peut être tordue de manière réversible.

L'acétate de sodium est un produit commercial vendu soit sous forme anhydre, $\text{CH}_3\text{CO}_2\text{Na}_{(s)}$, soit sous sa forme hydratée $(\text{CH}_3\text{CO}_2\text{Na}, x\text{H}_2\text{O})_{(s)}$.

C'est le composé hydraté qui est utilisé dans des chauffeures.

La chauffeurette est initialement mise dans de l'eau bouillante jusqu'à ce que l'ensemble de l'acétate de sodium hydraté initialement solide soit transformé en liquide.

La chauffeurette est alors sortie hors de l'eau bouillante et laissée à refroidir à température ambiante. L'acétate de sodium hydraté reste alors liquide (phénomène de surfusion).

La formation d'acétate de sodium hydraté solide

n'est obtenue que lorsque la pièce métallique est déformée. Cette solidification est associée à un échange d'énergie avec l'extérieur sous forme de transfert thermique.



I. Détermination de la stœchiométrie de l'acétate de sodium hydraté

Une chauffeurette est composée d'acétate de sodium et d'eau.

La formule du solide est : $(\text{CH}_3\text{CO}_2\text{Na}, x\text{H}_2\text{O})_{(s)}$

L'objectif est de mesurer et donc déterminer le taux d'hydratation x de l'acétate de sodium.

On dissout une masse $m_0 = 138,8$ mg du solide contenu dans la chauffeurette dans $V_0 = 100,0$ mL d'eau : on obtient une solution d'acétate de sodium (CH_3COO^- , Na^+), de volume V_0 , qui est dosée par pHmétrie et par conductimétrie à l'aide d'une solution d'acide chlorhydrique (H_3O^+ , Cl^-) de concentration $C_a = 0,100$ mol.L⁻¹.

Préliminaires

1. Le pKa du couple $\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H} / \text{CH}_3\text{CO}_2^-$ est égal à 4,8. Donner le diagramme de prédominance du couple.
2. Ecrire l'équation de la réaction du dosage entre l'ion éthanoate CH_3COO^- et H_3O^+ . Calculer sa constante d'équilibre et conclure.
3. Déterminer la masse molaire M , en grammes, de l'acétate de sodium hydraté en fonction de x .
4. Quel matériel utilise-t-on pour mesurer 100,0 mL d'eau ?
5. Faire le schéma du montage en donnant le nom des différents instruments.

Résultats expérimentaux :

On donne en annexe les deux courbes donnant le pH et la conductance G mesurés en fonction du volume d'acide versé V_a .

6. Utilisation de la courbe $\text{pH} = f(V_a)$

a) Déterminer le volume V_{e1} à l'équivalence en précisant la méthode utilisée pour déterminer ce volume. Calculer les différentes incertitudes selon les types d'erreurs et en déduire le résultat sous la forme :

$$V_{e1} = (\quad \pm \quad) \text{ mL}$$

b) Retrouver la valeur du pKa du couple grâce à la courbe.

c) Quel indicateur coloré aurait-pu permettre de « voir » le point d'équivalence ? Quelle serait le changement de couleur observé ? Justifier

7. Utilisation de la courbe $G = K \sigma = f(V_a)$, K constante de cellule
- a) Justifier qualitativement l'allure de la courbe. On fera un tableau indiquant le sens de variation des concentrations de chaque ion (en négligeant la dilution) ainsi que la variation de la conductivité en cours de dosage.
- b) Déterminer le volume V_{e2} à l'équivalence en précisant la méthode utilisée. Comme dans la question (6a), on donnera le résultat sous la forme $V_{e2} = (\quad \pm \quad) \text{ mL}$
8. a) Quelle méthode vous paraît-elle la plus précise ? En déduire $V_e = (\quad \pm \quad) \text{ mL}$
- b) Exprimer la quantité de matière $n_{\text{CH}_3\text{COO}^-} = n$ présents dans la prise d'essai en fonction de V_e et C_a .
- c) Calculer numériquement cette quantité de matière. On donnera le résultat sous la forme $n = (\quad \pm \quad) \text{ mol}$
9. En déduire la valeur numérique de x, nombre de molécules d'eau dans l'acétate de sodium hydraté. En déduire la formule du solide, l'acétate de sodium hydraté.

Données de la partie I :

Masse molaire en $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$: $M(\text{C}) = 12,0$; $M(\text{O}) = 16,0$; $M(\text{H}) = 1,0$; $M(\text{Na}) = 23,0$

Conductivités molaires ioniques (en $\text{mS}\cdot\text{m}^2\cdot\text{mol}^{-1}$), λ° , à 298 K :

H_3O^+	CH_3CO_2^-	Na^+	Cl^-
35,0	4,1	5,0	7,6

Formule de Kohlrausch : $\sigma = \sum_{\text{ions}} z_i c_i \lambda_i^\circ$ avec λ_i° la conductivité molaire de l'ion i, z_i la valeur absolue du nombre de charges de l'ion et c_i sa concentration.

Indicateurs colorés acido-basiques

Nom	Teinte acide (de HIn)	Zone de virage	Teinte basique (de In ⁻)
hélianthine	rouge	3,1 – 4,4	jaune
rouge de méthyle	rouge	4,2 – 6,2	jaune
bleu de bromothymol (BBT)	jaune	6,0 – 7,6	bleu
phénolphtaléine	incolore	8,2 – 10,0	rose-violet

Aide au calcul : $1388/102 \approx 13,6$

II. Détermination de l'enthalpie standard de fusion de l'acétate de sodium trihydraté.

1. Première méthode : à partir des tables

On suppose que la **fusion** de l'acétate de sodium trihydraté solide forme une solution aqueuse ionique d'acétate de sodium :



- a) A partir des données thermodynamiques, déterminer la valeur de l'enthalpie standard de fusion $\Delta_{\text{fus}}H^\circ$ du solide.
- b) Que peut-on déduire du signe de cette grandeur ?

2. Deuxième méthode : par calorimétrie

Le contenu d'une chaufferette ($m = 136,0 \text{ g}$) est mis en **surfusion** ($T_i = 22,0^\circ\text{C}$) et placé dans un calorimètre à la même température $T_i = 22,0^\circ\text{C}$.

Un grain d'acétate de sodium $\text{CH}_3\text{CO}_2\text{Na}_{(\text{s})}$, de masse négligeable, est introduit et provoque la **solidification** brutale de la totalité de l'acétate de sodium.

Lorsque l'équilibre thermique est atteint, la température du système est $T_f = 82,0^\circ\text{C}$.

La pression reste constante au cours de l'expérience. On néglige les échanges thermiques avec l'extérieur. On suppose que $\Delta_{\text{fus}}H^\circ$ est indépendant de la température T.

Le calorimètre et ses accessoires ont une capacité thermique $C_{\text{calo}} = 28 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$.

On considère une suite de transformations pour le système {calorimètre et accessoires, acétate de sodium hydraté}

a) *Première étape : solidification à T_i de tout l'acétate de masse m .*

Déterminer ΔH_1° , la variation de l'enthalpie du système étudié en fonction de m , $\Delta_{\text{fus}}H^\circ$ et M la masse molaire du solide (avec $\Delta_{\text{fus}}H^\circ$ en $\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}$).

b) *Deuxième étape : changement de température du système de T_i à T_f .*

Déterminer ΔH_2° , la variation de l'enthalpie du système étudié en fonction de m , C_{calo} , la capacité thermique massique du solide c_p et des températures T_i et T_f .

c) En déduire l'enthalpie standard de fusion de l'acétate de sodium hydraté, $\Delta_{\text{fus}}H^\circ$ en $\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}$; Conclure.

3. Troisième méthode : utilisation de la loi de Van't Hoff sur l'équilibre de fusion

On prépare des mélanges de différentes compositions avec le solide S extrait d'une chaufferette et de l'eau. Pour chaque mélange, on détermine par le calcul la fraction molaire x d'acétate de sodium. On porte chacun des mélanges à 80°C et on mesure la température θ_s d'apparition des premiers cristaux au cours du refroidissement. En effectuant une régression linéaire lors du tracé de $\ln(K^\circ) = f(1/T)$ (où K° est la constante d'équilibre de la fusion à différentes températures T), on obtient :

$$\ln(K^\circ(T)) = a/T + b \quad \text{avec } a = -2,2 \cdot 10^3 \text{ K et } b = -2,5.$$

a) En supposant $\Delta_{\text{fus}}H^\circ$ indépendant de T , déterminer $\ln(K^\circ(T))$ en fonction de $\Delta_{\text{fus}}H^\circ$, R , T et d'une constante b en utilisant la loi de Van't Hoff.

b) En déduire la valeur de $\Delta_{\text{fus}}H^\circ$. Conclure.

Données de la partie II :

Constante des gaz parfaits : $R = 8,32 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$

Loi de Van't Hoff : $d(\ln K^\circ(T))/dT = \Delta_r H^\circ(T)/RT^2$

Les espèces sont classées par ordre alphabétique, les grandeurs sont données à 25°C .

Acétate de sodium anhydre ($\text{CH}_3\text{COONa}_{(s)}$)

Masse molaire $M = 82,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$

Acétate de sodium trihydraté ($\text{CH}_3\text{COONa}\cdot 3\text{H}_2\text{O}_{(s)}$)

Masse molaire $M = 136,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$

Enthalpie standard de formation : $\Delta_f H^\circ(\text{CH}_3\text{COONa}\cdot 3\text{H}_2\text{O}_{(s)}) = -1658 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$

Capacité thermique massique : $c_p = 2,0 \text{ J}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

Ion acétate en solution aqueuse $\text{CH}_3\text{COO}_{(aq)}^-$

Enthalpie standard de formation : $\Delta_f H^\circ(\text{CH}_3\text{COO}_{(aq)}^-) = -500 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$

Eau liquide

Masse molaire $M = 18,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$

Enthalpie standard de formation : $\Delta_f H^\circ(\text{H}_2\text{O}_{(l)}) = -300 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$

Sodium

Ion sodium en solution aqueuse $\text{Na}_{(aq)}^+$:

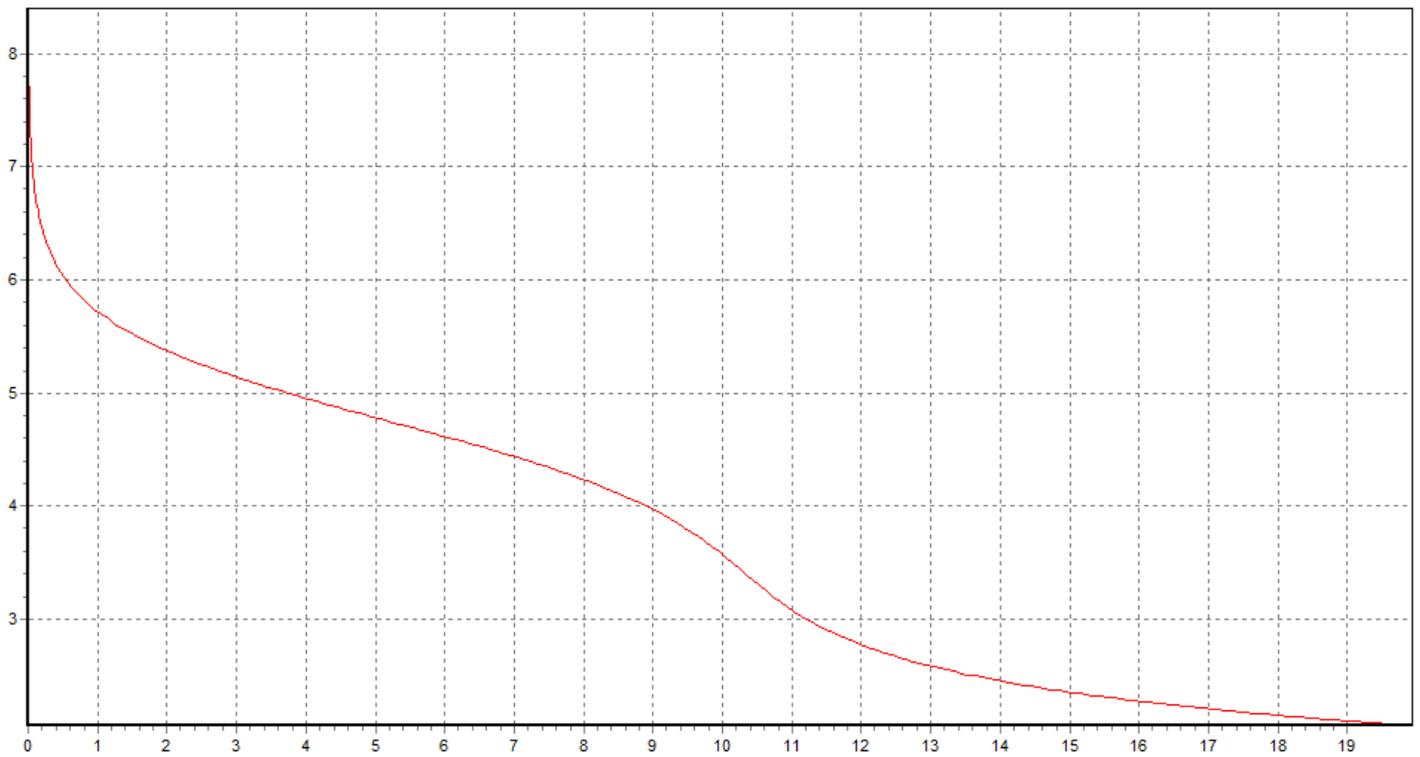
Enthalpie standard de formation : $\Delta_f H^\circ(\text{Na}_{(aq)}^+) = -240 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$

III. Conclusion

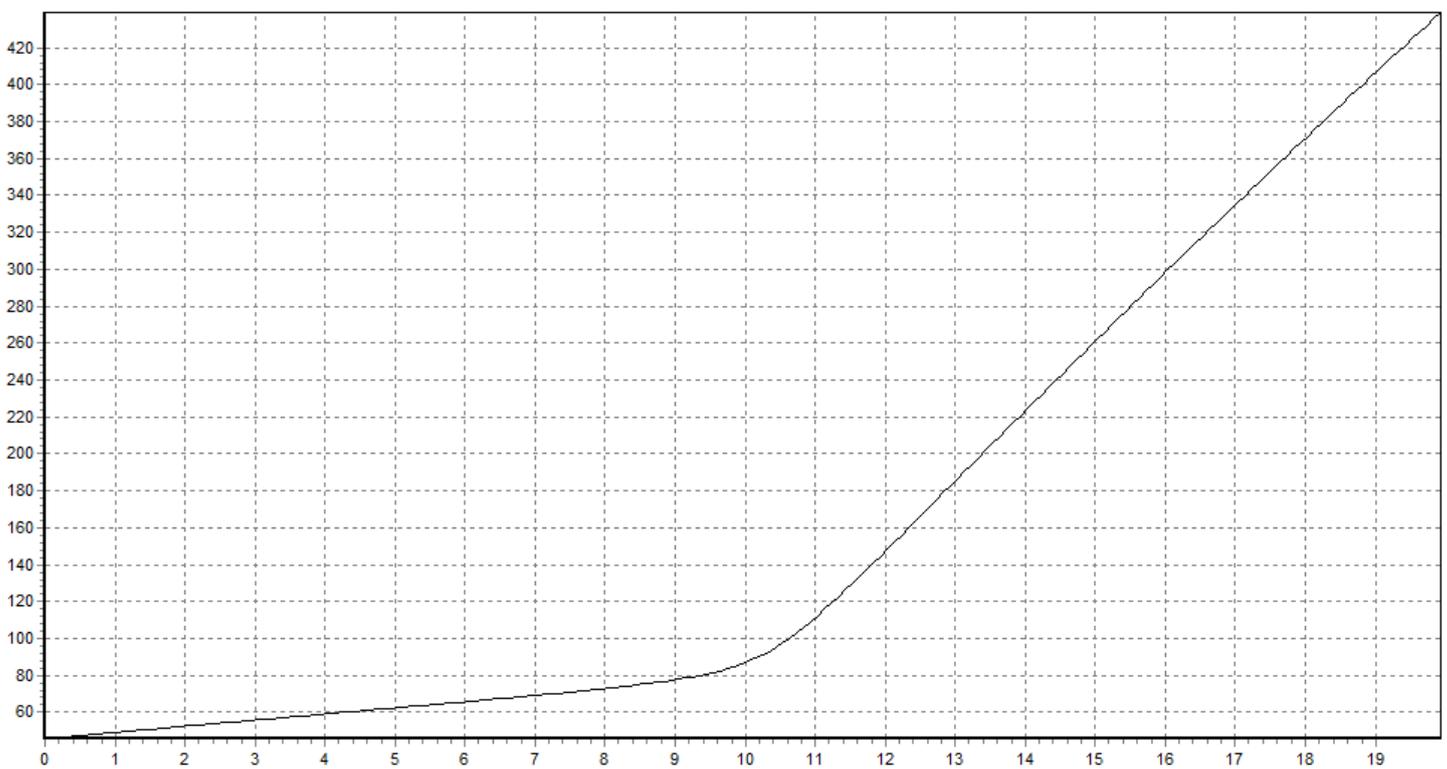
Expliquer en quelques lignes le rôle et le fonctionnement d'une « chaufferette ».

ANNEXE 1 : Dosage de 100 mL d'une solution aqueuse d'acétate de sodium par de l'acide chlorhydrique de concentration 0,100 mol/L

Dosage pHmétrique $pH = f(V_a)$



Dosage conductimétrique $G = f(V_a)$



NOM :

Mesures et incertitudes (type B)

Type d'erreur	Incertitude associée
Lecture d'une grandeur X sur une règle graduée	$\Delta X = \frac{d}{\sqrt{12}} \sim 0,3d$
Détermination d'une grandeur X par double lecture sur une règle graduée (cas d'une longueur L obtenue par différence de deux longueurs $L_1 - L_2$)	$\Delta X = \frac{d}{\sqrt{6}} \sim 0,4d$
Grandeur X obtenue à l'aide d'un instrument dont la tolérance est donnée par le constructeur (cas d'un teslamètre, d'une pipette jaugée, d'une fiole jaugée, ...)	$\Delta X = \frac{t}{\sqrt{3}} \sim 0,6d$
Mesure d'un volume V en utilisant une burette graduée	$\Delta V = \sqrt{\left(\frac{t}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{d}{\sqrt{6}}\right)^2}$

- d désigne la plus petite graduation de l'instrument de mesure
- t désigne la tolérance de l'instrument de mesure

Tolérance de la verrerie jaugée utilisée au laboratoire :

Burettes graduées

Capacité (mL)	25	25	50
Graduation	1/10	1/20	1/10
Classe A	0,030	0,030	0,050

Pipettes jaugées

Capacité (mL)	1	2	5	10	20	25	50
Classe A	0,006	0,008	0,010	0,015	0,020	0,025	0,035

Formules de propagation des incertitudes

$$c = a + b \text{ ou } c = a - b$$

$$\Delta c = \sqrt{\Delta a^2 + \Delta b^2}$$

$$c = ab \text{ ou } c = \frac{a}{b}$$

$$\frac{\Delta c}{c} = \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2}$$

$$c = ka \text{ (} k \text{ constante)}$$

$$\Delta c = k\Delta a$$

Deuxième problème

Tirage d'une cheminée

Il est conseillé de passer assez de temps sur cette partie, toutes les pistes explorées seront prises en compte même si elles ne conduisent pas à un résultat final chiffré.

On désire construire une cheminée dans une maison, et on veut préciser quelques contraintes techniques :

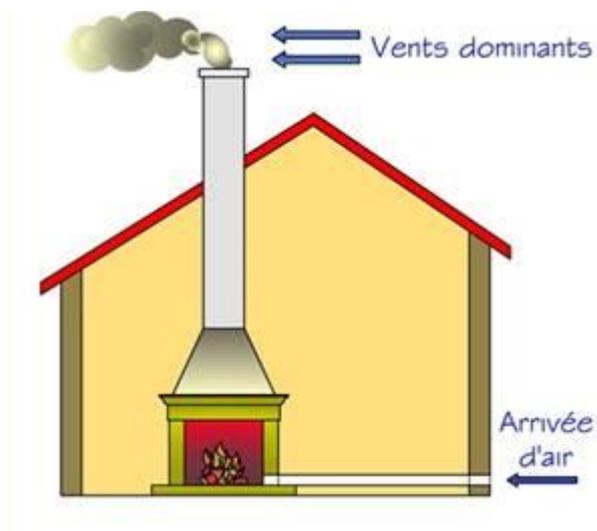
- quelle est la hauteur minimale du conduit pour éviter que les fumées refoulent dans la maison?
- montrer qu'une prise d'air au bas du conduit est nécessaire.
- à Aix-en-Provence il y a souvent du mistral : quelle est l'influence du vent sur le tirage de la cheminée ?

Données

Vitesse minimale du mélange air-fumée dans le conduit afin d'éviter un refoulement : 5 ms^{-1}

Masse volumique de l'air à 10 °C : $\mu_{10} \approx 1,2 \text{ kg.m}^{-3}$

Température dans le conduit, supposée à peu près uniforme : 150 °C



On sera amené à faire des hypothèses simplificatrices qu'on explicitera et qu'on validera ou non avec la hauteur trouvée pour le conduit de cheminée.

Vous aurez à introduire vous-même des valeurs numériques pour certains paramètres non fournis ci-dessus.

Vous aurez aussi à expliquer de manière CONCISE MAIS PRECISE les étapes de votre raisonnement ; n'hésitez pas à réaliser des schémas à la fois pour vous aider et pour illustrer votre démarche.

Troisième problème : Autour de la guitare électrique

L'objet de ce problème concerne quelques aspects du fonctionnement d'une guitare électrique.

La première partie est consacrée à l'analogie entre une onde électromagnétique dans une cavité résonante et la corde d'une guitare. Dans la seconde partie, on s'intéresse au fonctionnement des microphones. Les deux parties sont indépendantes et peuvent être traitées dans un ordre quelconque.



Document 1. Expressions mathématiques

$$\overline{\text{rot}}(\overline{\text{rot}}(\vec{a})) = \overline{\text{grad}}(\text{div}(\vec{a})) - \Delta(\vec{a})$$

Théorème de Stokes :

Soit une surface ouverte S s'appuyant sur un contour fermé C dans une région de l'espace V où est défini un champ de vecteur \vec{a} , alors :
$$\oint_C \vec{a} \cdot d\vec{l} = \iint_S \overline{\text{rot}}(\vec{a}) \cdot d\vec{S}$$

Document 2. Données numériques

Aide au calcul :

$$\sqrt{2} \approx 1,4$$

$$\frac{90}{\sqrt{2}} \approx 64$$

$$\frac{2}{75} \approx 2,7 \cdot 10^{-2}$$

$$\frac{7}{1,5} \approx 4,7$$

$$\frac{\sqrt{5}}{5,3} \approx 0,42$$

Document 3. Relations de passage entre deux milieux

Soit $\sigma(M)$ la densité surfacique de charge au point M , $\vec{j}_s(M)$ la densité surfacique de courants ($\text{A} \cdot \text{m}^{-1}$), les relations suivantes résument la relation de passage des champs électriques et magnétiques à la traversée de la surface :

$$\vec{E}(M_2) - \vec{E}(M_1) = \frac{\sigma(M)}{\epsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2} \quad \text{et} \quad \vec{B}(M_2) - \vec{B}(M_1) = \mu_0 \vec{j}_s(M) \wedge \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$$

où l'on note $\vec{n}_{1 \rightarrow 2}$ la normale au point M de l'interface, orientée du milieu 1 vers le milieu 2, M_1 et M_2 deux points dans chaque demi-espace au voisinage du point M .

I) Analogie entre une cavité résonante et la corde de guitare

De nombreux instruments de musique utilisent une corde vibrante pour produire une onde sonore. Nous allons étudier l'analogie entre une corde vibrante et une onde électromagnétique dans une cavité résonante formée de deux plans conducteurs parfaits. On précise qu'aucune connaissance sur les ondes mécaniques n'est nécessaire pour traiter cette partie.

A) Onde dans une cavité résonante

Conducteur parfait :

1) Rappeler la loi d'Ohm locale ainsi que la définition d'un conducteur parfait. Justifier que le champ électrique \vec{E}_{cond} est nul à l'intérieur d'un conducteur parfait.

Propagation d'une onde électromagnétique dans le vide :

2) Ecrire les équations de Maxwell dans le vide, sans charges ni courants, en précisant tous les termes entrant dans leur composition.

3) En déduire l'équation de propagation satisfaite par le champ électrique \vec{E} dans le vide, sans charges ni courants. Que représente le terme $\mu_0 \epsilon_0$ dans cette équation ?

On se place en coordonnées cartésiennes et on considère le vecteur :

$$\vec{E}_1(x, t) = E_1 \left(t - \frac{x}{c} \right) \vec{u}_y \quad \text{où } \vec{u}_y \text{ est un vecteur unitaire et } c \text{ la célérité de la lumière dans le vide}$$

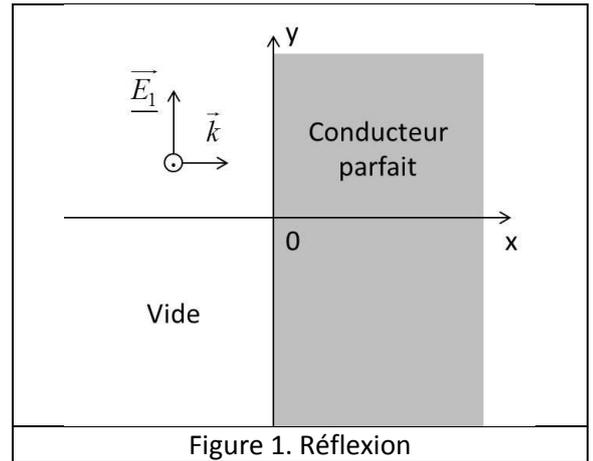
4) Vérifier que ce vecteur est solution de l'équation obtenue en question 4. Quelles propriétés possède cette solution ?

Etude de l'onde incidente :

Une onde électromagnétique arrive en incidence normale sur un conducteur parfait occupant le demi-espace $x > 0$ (Figure 1).

On suppose que le champ électrique s'écrit en coordonnées cartésiennes et en représentation complexe :

$$\vec{E}_1(x,t) = E_0 \exp(i(\omega t - kx)) \vec{u}_y \text{ où } E_0 \text{ et } k \text{ sont des constantes.}$$



5) Quel est l'état de polarisation de cette onde ?

6) Que représente k ? Donner la relation reliant k à c .

Etude de l'onde résultante :

L'onde réfléchi est une onde monochromatique de même pulsation. On cherche alors le champ électrique réfléchi complexe sous la forme :

$$\vec{E}_r(x,t) = \vec{E}_{r0}(x) \exp(i\omega t)$$

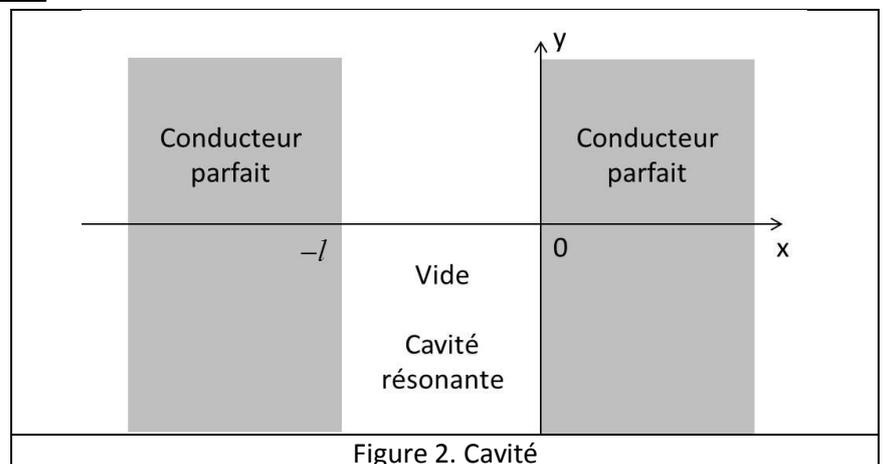
7) En utilisant la relation de passage, montrer que $\vec{E}_{r0}(0) = -E_0 \vec{u}_y$. En déduire \vec{E}_r .

8) Déterminer l'expression $\vec{E}_{vide}(x,t)$ du champ électrique total en fonction de E_0 , ω et c . On donnera le résultat sous forme du produit de deux fonctions sinusoïdales. Quelle est la particularité de cette onde et son nom ?

9) Déterminer les positions des nœuds du champ électrique \vec{E}_{vide} en fonction de la longueur d'onde.

Cavité résonante : quantification de la fréquence

Pour former la cavité résonante on ajoute un deuxième conducteur parfait placé dans le demi-espace $x < -l$ (Figure 2).



10) Quelle(s) autre(s) condition(s) la présence de ce deuxième conducteur parfait impose-t-elle au champ électrique \vec{E}_{vide} ?

11) Montrer que ceci impose une quantification de la pulsation des ondes pouvant s'établir dans la cavité avec $\omega_n = n\omega_0$ où n est un entier. Expliciter ω_0 en fonction de c et l .

12) En déduire, que pour l'onde harmonique de pulsation $\omega_n = n\omega_0$, le champ électrique $\vec{E}_n(x,t)$ dans la cavité prend la forme : $\vec{E}_n(x,t) = A \sin(\alpha x) \sin(\beta t) \vec{u}_y$ en explicitant α , β en fonction de ω_0 , c et n .

B) Analogie avec la corde de guitare

Caractéristiques :

13) Déterminer la masse linéique μ d'une corde en acier de masse volumique ρ , de longueur l et de diamètre D .

14) Déterminer la section Σ en mm^2 et la longueur l d'une corde de masse $m = 3,6g$. On donne $\rho = 8000kg.m^{-3}$ et $\mu = 6g.m^{-1}$.

Analogie avec l'onde électromagnétique :

On assimile la corde de guitare à une corde inextensible sans raideur de masse linéique constante μ , tendue par une tension de module T_0 . Au repos, elle se confond avec l'axe Ox (Figure 3). On note l la longueur de la corde placée entre les abscisses $x = -l$ et $x = 0$ où la corde est attachée.

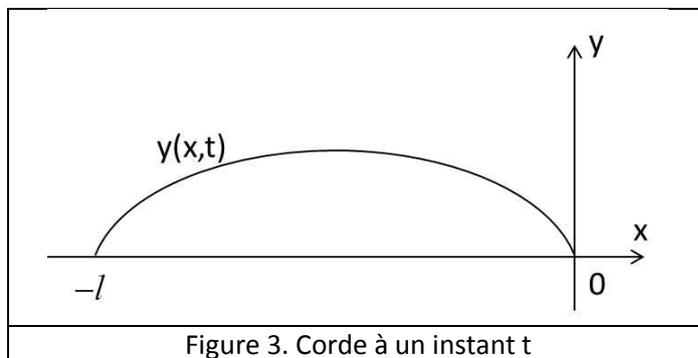


Figure 3. Corde à un instant t

On étudie les vibrations de la corde dans le plan Oxy , c'est-à-dire les petits mouvements transversaux selon Oy , de part et d'autre de cette position de repos.

On cherche à utiliser l'analogie entre l'élongation $y(x,t)$ de la corde vibrante fixée à ses deux extrémités et le champ électrique dans une cavité résonante.

On admet que $y(x,t)$ vérifie l'équation aux dérivées partielles suivante :
$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{T_0}{\mu} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$$

15) Analyser la dimension du terme $v = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$. Quel est le terme correspondant à v pour une onde électromagnétique ? Que représente le terme v vis-à-vis de la propagation d'une onde le long de la corde ?
Application numérique : Calculer v pour $T_0 = 120N$.

16) Par analogie avec l'onde électromagnétique dans la cavité résonante, expliciter la pulsation ω_0 du mode fondamental s'établissant sur la corde en fonction de v et l .

17) Par analogie avec l'onde électromagnétique dans la cavité résonante, donner une expression de $y_n(x,t)$ compatible avec l'équation de propagation et les conditions aux limites. On notera Y_{0n} l'amplitude de cette onde.
Les conditions aux limites imposent donc une quantification de la pulsation $\omega_n = n\omega_0$.

18) Dessiner l'allure de la corde à $t = \frac{2\pi}{\omega_n}$ et $t = \frac{\pi}{2\omega_n}$ pour $n = 1, 2, 3$.

Spectre d'une corde de guitare :

On donne pour une corde pincée (guitare), la valeur de l'amplitude de l'harmonique d'ordre n :

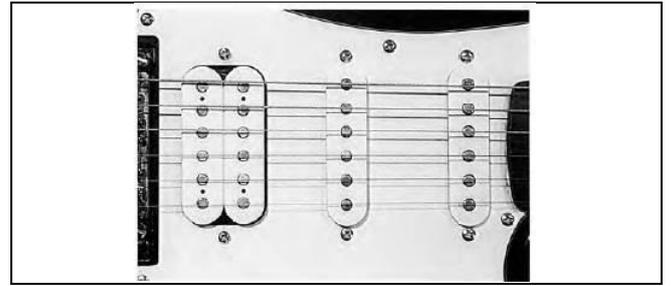
$$Y_{0n} = 0 \text{ pour } n \text{ pair et } Y_{0n} = \frac{C}{n^3} \text{ pour } n \text{ impair avec } C \text{ constant}$$

19) Quelles sont les fréquences présentes dans le son émis ? Quelle est la fréquence du son le plus intense ?

20) Tracer le spectre obtenu. Quelle qualité le microphone d'une guitare électrique doit-il présenter ?

II) Etude d'un microphone

Situés sous les cordes, les microphones sont l'un des éléments les plus fondamentaux d'une guitare électrique, car c'est sur eux que repose toute production du son, même en l'absence totale de caisse de résonance. Un microphone de guitare est composé d'un ou plusieurs aimants, entourés d'une bobine de cuivre.



A) Préliminaires

Théorème d'Ampère :

21) Donner l'équation locale de Maxwell-Ampère en présence de charges et de courants. En déduire le théorème d'Ampère en régime variable, aussi appelé théorème d'Ampère généralisé. Comment ce théorème se simplifie-t-il en régime quasi stationnaire ?

Champ magnétique créé par un « solénoïde infini » :

La bobine cuivre est assimilée à un solénoïde dit infini d'axe Oy parcouru par un courant I . On considère donc que sa longueur h est très grande devant le rayon R de ses spires. On appelle alors n le nombre de spires par unité de longueur. On suppose que le champ magnétique est nul en tout point extérieur au solénoïde.

22) Déterminer le champ magnétique \vec{B}_s en tout point intérieur du solénoïde.

23) En déduire le flux Φ_s de \vec{B}_s à travers une des spires du solénoïde.

B) Caractéristiques électriques du microphone

Le bobinage du microphone, assimilé au solénoïde infini étudié précédemment, comportant $N=1000$ spires est réalisé à l'aide d'un fil de cuivre de diamètre $\delta=0,05\text{mm}$ et de conductivité $\gamma=60.10^6\text{S.m}^{-1}$. Le rayon moyen des spires est $R=5\text{mm}$.

Inductance de la bobine :

24) Exprimer le flux total Φ_N du champ magnétique à travers toutes les spires du solénoïde en fonction de N , h , R , μ_0 et I . Donner l'expression de l'inductance L de la bobine.

Résistance du bobinage :

On considère un conducteur ohmique cylindrique d'axe Oz de section S , de longueur d et de conductivité électrique γ (Figure 4). Il est soumis au champ électrique uniforme \vec{E} créé par un générateur électrique et par conséquent parcouru par un courant de densité volumique \vec{j} supposé uniforme.

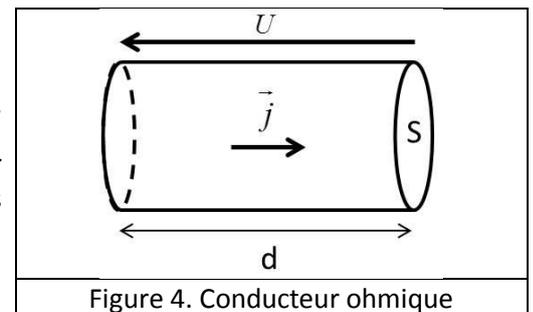


Figure 4. Conducteur ohmique

25) Précisez la signification physique de \vec{j} et donner son unité.

26) Relier la différence de potentiel U aux bornes du conducteur au champ électrique uniforme \vec{E} créé par un générateur électrique.

27) Déterminer l'intensité du courant I , en fonction de γ , des caractéristiques géométriques du conducteur et de la différence de potentiel U aux bornes du conducteur.

28) En déduire la résistance électrique R_c du conducteur.

29) Exprimer d la longueur de fil du bobinage du microphone en fonction de N et R . Calculer alors la résistance R_L du fil constituant le bobinage du microphone.

Modèle électrique du microphone :

Le microphone est réalisé avec le bobinage précédent à l'intérieur duquel on place un aimant permanent. Le comportement électrique du microphone est donné Figure 5. La présence de la tension sinusoïdale $e(t) = E_m \cos(\omega t)$ est due à l'aimantation de la corde de guitare (induction). Le condensateur de capacité $C_0 = 100 \text{ pF}$ et le dipôle ohmique de résistance $R_0 = 1 \text{ M}\Omega$ sont dus à la présence de l'aimant.

Donnée : $R_L = 0,3 \text{ k}\Omega$

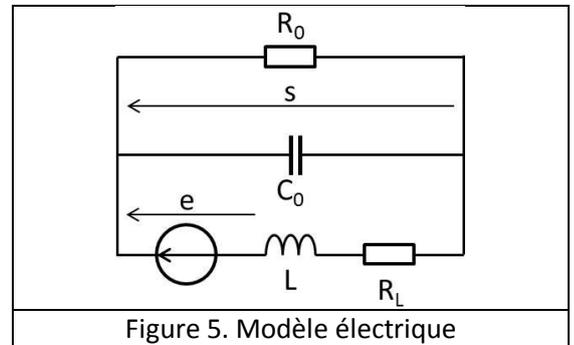


Figure 5. Modèle électrique

30) Déterminer, sans calculs, le type de filtre réalisé dont la fonction de transfert complexe est donnée par :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} \text{ où } \underline{s} \text{ et } \underline{e} \text{ sont les tensions complexes associées à } s(t) \text{ et } e(t).$$

31) Déterminer, en fonction des données, l'expression de la fonction de transfert complexe $\underline{H}(\omega)$. On écrira \underline{H} sous une forme canonique appropriée. En déduire les expressions du gain statique H_0 , du facteur de qualité Q et de la pulsation propre ω_0 .

Document 4. Formes canoniques de filtres d'ordre deux

<p>Filtre passe bas</p> $\underline{H} = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{Q\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$	<p>Filtre passe bande</p> $\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$
---	---

On pose : $f(x) = (1 - x^2)^2 + \left(\frac{x}{Q}\right)^2$

32) Montrer que la fonction $f(x)$ passe par un minimum pour une valeur x_r , en précisant la condition sur Q . Pourquoi cela permet-il d'établir l'existence d'une résonance pour le filtre étudié ? Déterminer la pulsation de résonance ω_r en fonction de Q et ω_0 .

En supposant que le facteur de qualité du filtre est grand, on trouve : $\omega_r \approx \omega_0$.

La réponse expérimentale du microphone est donnée par la courbe de la Figure 6. Attention la Figure 6 donne l'amplitude de la tension de sortie s et non la valeur de $|\underline{H}|$.

33) Estimer le facteur de qualité en utilisant la Figure 6. On pourra s'aider en exprimant $\underline{H}(\omega_0)$ en fonction de H_0 et Q .

34) Comment pourrait-on retrouver la valeur de l'inductance L à partir de la Figure 6 ? Pourrait-on alors en déduire le facteur de qualité ? Faire les applications numériques. Comparer au résultat précédent.

35) La fréquence de résonance varie selon le type de microphone utilisé. Quel est l'effet sur le son restitué ?

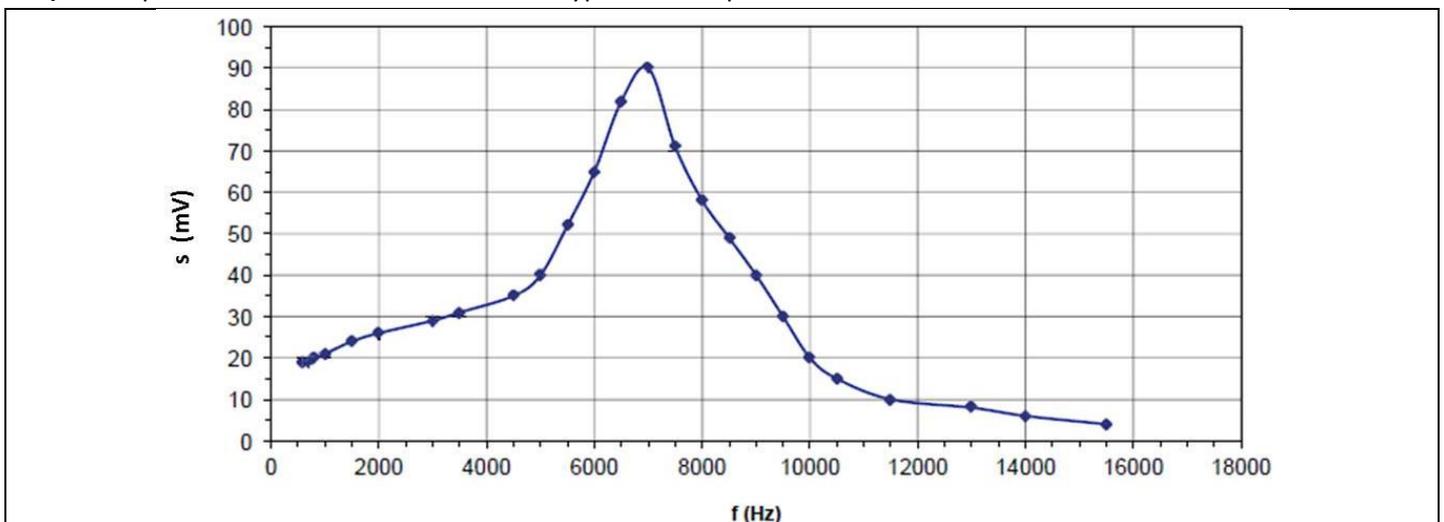


Figure 6. Réponse du microphone