

Devoir Surveillé 2

L'emploi des calculatrices est interdit.

Instructions générales

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction. La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points. Le candidat prendra soin de bien numéroter les questions.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les différentes parties de ce sujet sont indépendantes. Le candidat devra les rédiger sur des feuilles séparées et traiter les questions dans l'ordre.

La dernière partie est un problème ouvert. Pour ceux qui visent le concours Centrale, y consacrer 30 min.

Première partie : Eau oxygénée

Concentration d'une eau oxygénée

L'eau oxygénée, aussi appelée peroxyde d'hydrogène, a pour formule H_2O_2 . C'est une espèce chimique soluble dans l'eau sous forme moléculaire : en solution aqueuse, on la note $H_2O_{2(aq)}$.

On donne les numéros atomiques Z , nombres de masse A et masses molaires M suivants :

- pour l'hydrogène H : $Z_H = 1$, $A_H = 1$, $M_H = 1,01g.mol^{-1}$
- pour l'oxygène O : $Z_O = 8$, $A_O = 16$, $M_O = 16,0g.mol^{-1}$

On donne également :

- masse du proton : $m_p = 1,673.10^{-24} kg$
- masse du neutron : $m_N = 1,675.10^{-24} kg$
- masse de l'électron : $m_e = 9,109.10^{-31} kg$
- nombre d'Avogadro : $N_A = 6,022.10^{23} mol^{-1}$
- volume molaire d'un gaz à 20°C et sous 1 bar : $V_m = 24,4L.mol^{-1}$
- masse volumique de l'eau liquide, supposée incompressible et indilatable : $\mu_{eau} = 1,00.10^3 kg.m^{-3}$
- potentiels standard à 25°C : $E^0(O_{2(g)}/H_2O_{2(aq)}) = 0,68V$; $E^0(H_2O_{2(aq)}/H_2O_{(l)}) = 1,77V$

1) Donner, en justifiant, la composition précise (nombre et type de nucléons, nombre d'électrons) des atomes d'hydrogène et d'oxygène.

2) Écrire les configurations électroniques de ces deux atomes dans leurs états fondamentaux. Identifier leurs électrons de valence. En déduire les schémas de Lewis de l'hydrogène et de l'oxygène.

3) Déterminer les schémas de Lewis du dioxygène O_2 , de l'eau H_2O et de l'eau oxygénée H_2O_2 . Justifier, en prenant un exemple pour chaque atome, que les règles de l'octet et du duet sont vérifiées.

4) Déterminer les nombres d'oxydation de l'oxygène et de l'hydrogène dans le dioxygène O_2 , dans l'eau H_2O et dans l'eau oxygénée H_2O_2 . En déduire l'existence des couples oxydant-réducteur H_2O_2/H_2O et O_2/H_2O_2 .

5) Écrire les deux demi-réactions d'oxydo-réduction des couples où intervient l'eau oxygénée. Montrer que l'eau oxygénée peut réagir selon la réaction suivante :



6) Après avoir défini les termes « dismutation » et « médiامتutation », indiquer si la réaction (1) prise dans le sens direct est une dismutation ou une médiامتutation.

7) En justifiant qualitativement, prévoir si la réaction (1) sera thermodynamiquement favorisée dans le sens direct ou indirect.

Une solution pharmaceutique d'eau oxygénée contient 3 % en masse d'eau oxygénée ; sa densité est $d = 1,04$.

8) Exprimer et calculer numériquement la concentration C , en $mol.L^{-1}$, de cette solution pharmaceutique.

Décomposition de l'eau oxygénée

On s'intéresse à la décomposition de l'eau oxygénée :



Cette réaction est lente et sa loi de vitesse est d'ordre 1 par rapport à l'eau oxygénée H_2O_2 . Une étude expérimentale permet de déterminer sa constante cinétique à 25°C : $k = 2,01 \cdot 10^{-3} SI$.

On note $C(t)$ la concentration $[H_2O_{2(aq)}]$ en eau oxygénée à l'instant t .

À l'instant $t = 0$, la concentration en eau oxygénée est $C_0 = C(t=0) = 1,00 \cdot 10^3 mol \cdot m^{-3}$.

9) Exprimer la vitesse de disparition de l'eau oxygénée en fonction de k et de $C(t)$. En déduire, par une analyse dimensionnelle, l'unité SI de k .

10) Déterminer l'équation différentielle à laquelle obéit la concentration $C(t)$.

11) En déduire la loi horaire $C(t)$ donnant l'évolution de la concentration en fonction du temps.

12) Définir le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ de cette réaction. L'exprimer littéralement et faire l'application numérique.

13) Dans certaines notices, on lit qu'une eau oxygénée, en flacon jamais ouvert, est stable pendant douze mois. Commenter cette information.

Deuxième partie : Etude thermique d'un bâtiment

Avec les nouvelles normes environnementales et les diagnostics de performance énergétique des bâtiments, la cartographie thermique permet de localiser les zones de déperdition thermique les plus importantes. On peut ensuite cibler les travaux d'isolation à effectuer en toute connaissance de cause. L'isolation peut s'effectuer par l'intérieur ou l'extérieur avec des matériaux adéquats.

On pourra alors vérifier, à réception des travaux, l'efficacité de ces derniers.

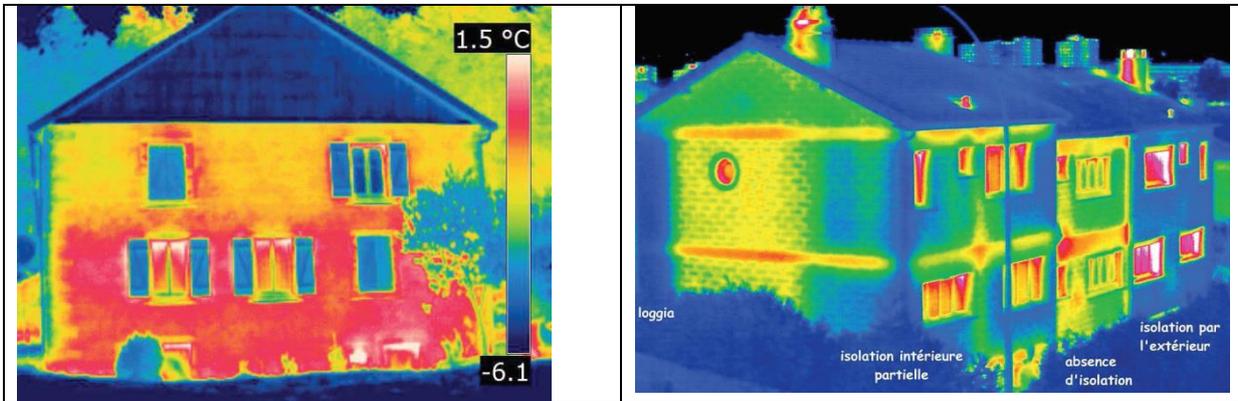


Figure 1. Thermographie infrarouge

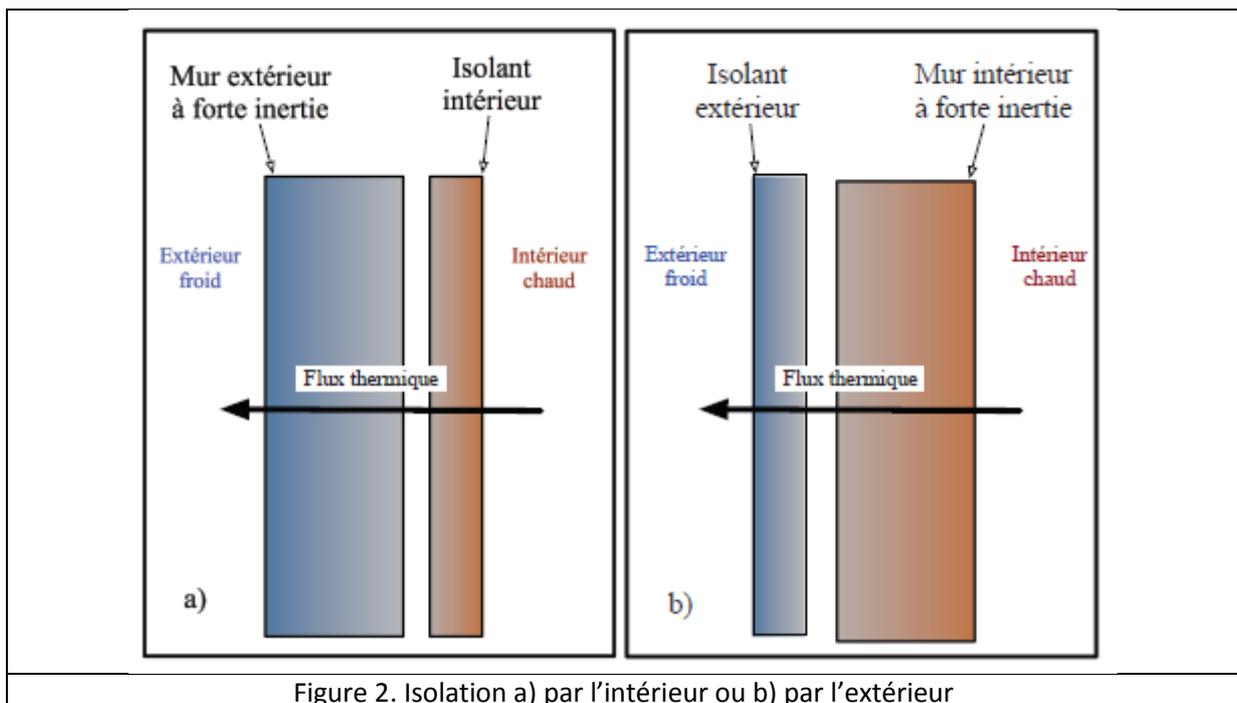


Figure 2. Isolation a) par l'intérieur ou b) par l'extérieur

Préambule

Modélisation de la pièce

On étudie une pièce parallépipédique de longueur $a = 8\text{m}$, de largeur $b = 5\text{m}$, de hauteur $h = 2,5\text{m}$ et possédant un radiateur électrique de puissance maximale $P = 2\text{kW}$. Dans l'ensemble du problème, la pièce sera supposée parfaitement isolée au niveau du sol et du plafond. La capacité thermique volumique de l'air est $C_v = 1,25 \cdot 10^3 \text{SI}$. On suppose ici que la pièce est parfaitement calorifugée.

14) Quelle est l'unité de la capacité thermique volumique ? Quelle est la valeur de la capacité thermique C de la pièce ? A l'aide d'un bilan d'énergie thermique appliqué à la pièce, établir

l'équation différentielle régissant l'évolution de la température $T(t)$ dans la pièce en fonction de C et de P .

15) Résoudre l'équation sachant que la température initiale de la pièce est $T_0 = 10^\circ\text{C}$. Tracer $T(t)$. Déterminer la durée nécessaire pour atteindre la température finale $T_f = 20^\circ\text{C}$.

16) Proposer un modèle électrique simple conduisant à une équation différentielle du même type. Préciser quelles sont les grandeurs électriques associées aux grandeurs thermodynamiques que sont $T(t)$, C et P . Dessiner le montage électrique analogue.

Influence des murs

La pièce est constituée d'une enceinte en béton d'épaisseur $L = 15\text{cm}$ et de masse volumique $\rho = 2,2 \cdot 10^3 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$. On note $c = 1,0 \cdot 10^3 \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ sa capacité thermique massique et λ sa conductivité thermique ($\lambda = 1,5 \text{SI}$).

17) Exprimer l'aire S_p de la surface en contact avec la pièce en fonction de a , b et h , en négligeant l'épaisseur des murs. Exprimer le volume de béton V_b et la capacité thermique C_{mur} de l'enceinte en béton en fonction de S_p , L , ρ et c . Comparer numériquement C_{mur} à la capacité thermique de la pièce C . Par rapport à ces premiers résultats, quels commentaires pouvez-vous faire sur la durée de montée en température de la pièce en prenant en considération l'influence de la capacité thermique du mur ?

Equation de la chaleur

On étudie la conduction thermique dans le mur modélisé par une barre de section S , de longueur L en contact avec deux thermostats de températures T_{int} et T_{ext} (voir figure 3).

On note : $\vec{j} = j(x,t)\vec{u}_x$ le vecteur densité de flux thermique.

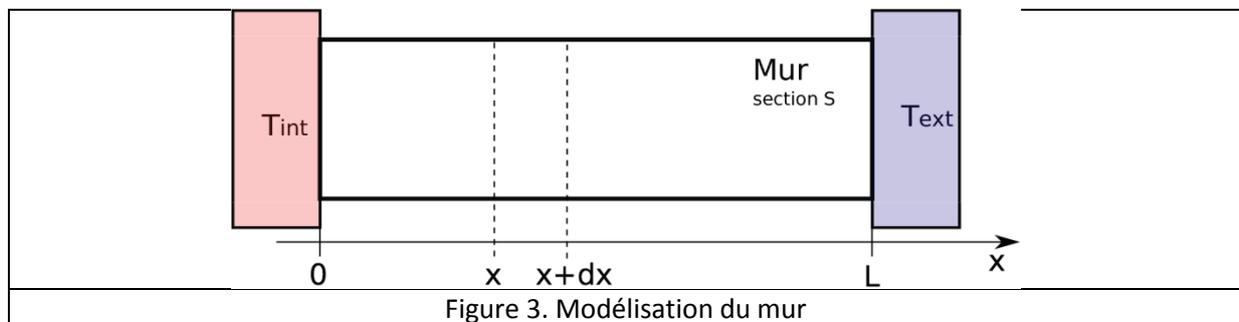


Figure 3. Modélisation du mur

Généralités

18) Rappeler la loi de Fourier. Interpréter son signe. Donner une signification physique de $j(x,t)$ et préciser son unité. Quelle est la dimension de la conductivité thermique ? En déduire son unité dans le système international.

19) A l'aide d'un bilan d'énergie thermique sur la tranche comprise entre les abscisses x et $x+dx$ du mur, établir l'équation de diffusion thermique c'est-à-dire l'équation différentielle régissant l'évolution de la température $T(x,t)$ à l'intérieur du mur en fonction de ρ , c , et λ .

Etude du régime stationnaire

20) Rappeler la signification de « régime stationnaire ». Les températures de surface seront prises égales à celles des thermostats. Résoudre l'équation de la diffusion thermique et déterminer alors $T(x)$ la température à l'intérieur du mur à l'abscisse x . Tracer $T(x)$.

21) Définir et exprimer la température moyenne du mur notée T_{moy} . Indiquer la position particulière x_p où la température est égale à la température moyenne.

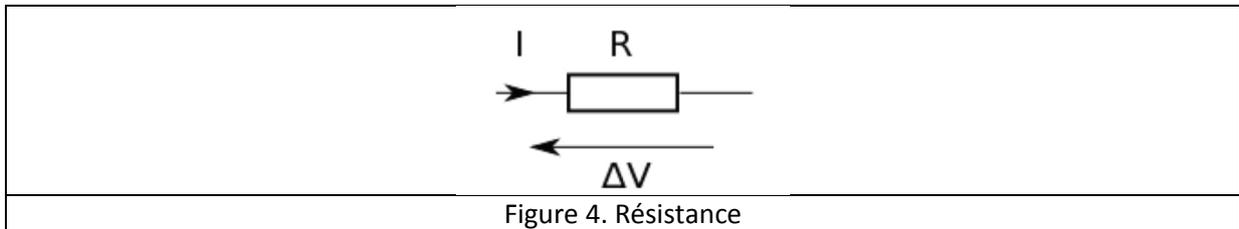
22) Exprimer la densité de flux $j(x)$ qui traverse le mur. Que remarquez-vous ?

23) Calculer la puissance P que le radiateur doit fournir afin de maintenir la température intérieure à 20°C pour une température extérieure de 10°C. Commenter ce résultat par rapport au radiateur installé.

Résistance thermique

On définit en électricité la résistance d'un conducteur ohmique en convention récepteur par

$R = \frac{\Delta V}{I}$ où ΔV est la différence de potentiels aux bornes de la résistance et I l'intensité du courant électrique qui traverse le conducteur (figure 4).



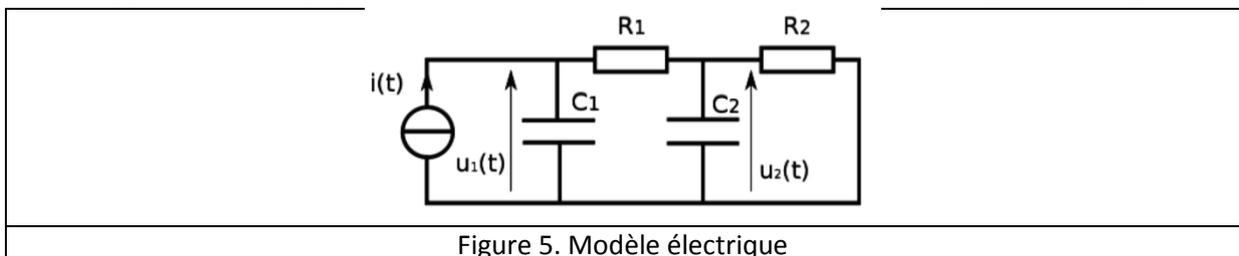
24) En faisant une analogie, indiquer à quelles grandeurs thermodynamiques sont analogues la conductivité électrique, la densité de courant électrique, le potentiel électrique et l'intensité du courant. Donner cette réponse sous la forme d'un tableau récapitulatif. Donner l'expression de la résistance thermique R_{mur} du mur étudié. Préciser son unité et calculer sa valeur.

Modélisation électrique

Dans cette partie, on travaillera avec la température moyenne du mur. On modélise l'ensemble du système, composé de la pièce, du mur et du radiateur, par un réseau électrique. Le but est d'étudier le comportement dynamique de ce système via sa fonction de transfert.

Circuit électrique

Dans l'approche électrique, la modélisation du système conduit au circuit électrique donné figure 5.



25) Justifier cette modélisation électrique par rapport à notre étude thermique de la première partie. Expliciter les valeurs de I , R_1 , R_2 , C_1 , C_2 , $u_1(t)$ et $u_2(t)$, en fonction des grandeurs P , R_{mur} , C , C_{mur} , la température de la pièce $T(t)$, la température moyenne du mur $T_{moy}(t)$ et la température extérieure T_{ext} .

26) Que devient ce circuit électrique en régime permanent continu ? Exprimer alors la tension $u_1(t \rightarrow \infty)$. Quelle valeur attribueriez-vous à R_1 et à R_2 en fonction de R_{mur} ?

Régime sinusoïdal permanent

Afin d'étudier le comportement du circuit en régime variable, on se place en régime sinusoïdal forcé $x(t)$ de pulsation ω dont la grandeur complexe associée est notée $\underline{x}(t)$ et l'amplitude complexe est \underline{X} avec :

$$\begin{aligned}x(t) &= X_0 \cos(\omega t + \phi) = \text{Re}(\underline{x}(t)) \\ \underline{x}(t) &= X_0 e^{j(\omega t + \phi)} = \underline{X} e^{j\omega t} \\ \underline{X} &= X_0 e^{j\phi}\end{aligned}$$

La référence de phase sera prise sur la grandeur $i(t)$ délivrée par le générateur de courant :

$$i(t) = I_0 \cos(\omega t)$$

27) Exprimer l'impédance \underline{Z}_2 relative à l'association de la résistance R_2 avec le condensateur de capacité C_2 .

28) Exprimer l'impédance \underline{Z}_1 relative à l'association de la résistance R_1 avec l'impédance \underline{Z}_2 .

29) Exprimer le lien entre $\underline{i}(t)$, $\underline{u}_1(t)$, \underline{Z}_1 , C_1 et ω .

30) En déduire que la relation reliant $\underline{U}_1(j\omega)$ à I_0 est donnée par :

$$\underline{U}_1(j\omega) = \frac{1 + j \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C_2 \omega}{1 + j((R_1 + R_2)C_1 + R_2 C_2)\omega - R_1 R_2 C_1 C_2 \omega^2} (R_1 + R_2) I_0 \quad (3)$$

31) Exprimer en fonction des données, \underline{U}_{10} , la valeur de $\underline{U}_1(j\omega)$ pour $\omega=0$. Quelle grandeur retrouve-t-on en faisant l'analogie avec la thermique ?

32) On appelle fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{U}_1(j\omega)}{\underline{U}_{10}}$. Quelle est la nature du filtre ?

33) Exprimer la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ dans le cas où $R_1 = R_2 = \frac{R}{2}$, $C_2 = \alpha C_1 = \alpha C$.

Diagramme de Bode

34) Etablir les expressions des asymptotes de $G_{dB} = 20 \log(|\underline{H}(j\omega)|)$ en basse fréquence et haute fréquence. Tracer le diagramme de Bode asymptotique en précisant bien le point d'intersection. En pratique, pour $\alpha = 200$, on obtient le diagramme de Bode de la figure 6.

35) Définir la pulsation de coupure du filtre et donner sa valeur. Estimer la durée τ du régime transitoire.

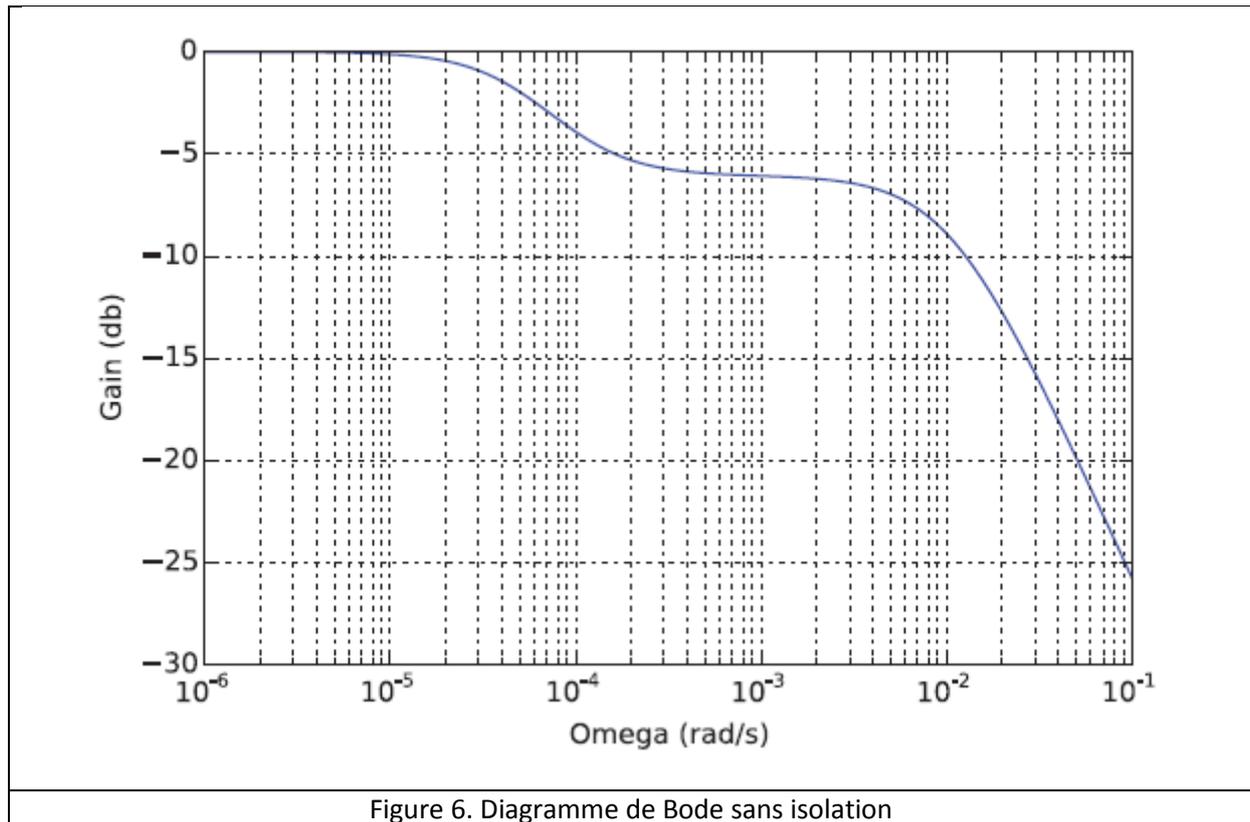


Figure 6. Diagramme de Bode sans isolation

Isolation

Afin de limiter sa consommation énergétique, le propriétaire décide d'isoler la pièce.

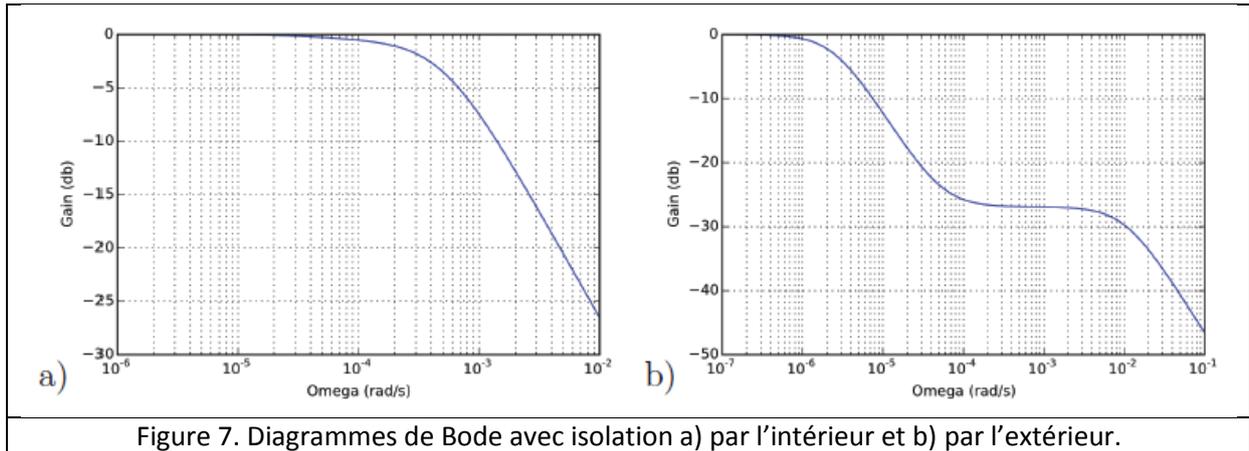
Le propriétaire peut disposer l'isolant à l'intérieur ou à l'extérieur du mur (figure 2). Pour cela, il recouvre les murs d'un isolant de faible capacité thermique, de conductance thermique $\lambda_i = 0,05SI$ et d'épaisseur $e = 5cm$.

36) Calculer la résistance thermique R_i relative à l'isolation de la pièce. Comparer cette valeur à R_{mur} . Par la suite, on prendra $R_i = \beta R_{mur}$ avec $\beta = 10$.

37) Déterminer la puissance nécessaire P_{min} afin de maintenir une température dans la pièce de 20°C pour une température extérieure de 10°C.

38) Modifier le schéma électrique de la figure 5 et proposer les deux montages correspondants.

39) On obtient, comme diagrammes de Bode, les figures 7a) et 7b) du document réponse. Relever la pulsation de coupure pour les deux diagrammes et en déduire le temps de réponse τ_i du système en fonction de l'isolation choisie. Commenter ce résultat par rapport au cas sans isolation et analyser le placement de l'isolant.



Prise en compte des échanges à la surface

On prend en considération les échanges thermiques à la surface en contact avec l'air extérieur par la loi de Newton. Le flux thermique sortant de l'habitation s'exprime sous la forme :

$$\Phi = hS_p (T(L) - T_{ext})$$

On prendra pour le coefficient de transfert thermique de surface $h = 10SI$.

40) Quelle est l'unité du coefficient h ?

41) Modéliser l'échange thermique en $x=L$ par une résistance thermique notée R_e . Comparer numériquement R_e à R_{mur} et à R_i . Quelle est la conséquence principale de R_e sur l'installation ? Calculer la nouvelle puissance à délivrer afin de maintenir la température intérieure à $20^\circ C$ pour une température extérieure de $10^\circ C$.

42) Comment modéliser la prise en considération du sol de la pièce ? Comment traduire l'influence de la présence d'une fenêtre dans la pièce ? Elaborer un modèle électrique plus complet de la pièce.

43) En revenant sur les photographies de la figure 1, quel phénomène avons-nous négligé ?

Commande du chauffage

En observant le comportement du filtre précédent en hautes fréquences, on peut s'apercevoir que :

$$\underline{U}_1(\omega \rightarrow \infty) \rightarrow 0 \Rightarrow T_{int} = T_{ext}$$

En effet, si le chauffage chauffe et refroidit de manière trop rapide, la température de la pièce n'a pas le temps de chauffer. Il est donc préférable de piloter le chauffage en imposant deux seuils de température. On installe donc un capteur de température qui pilotera le chauffage. Si la température est inférieure à une valeur T_- , le chauffage se met en route. Si la température est supérieure à une valeur T_+ , le chauffage s'éteint. On prendra : $T_+ - T_- = 4^\circ C$

La comparaison est réalisée à l'aide d'un comparateur à hystérésis.

44) Expliquer le fonctionnement d'un comparateur à hystérésis. Pourquoi ne pas utiliser un comparateur simple ?

Le comparateur à hystérésis choisi est représenté en figure 8. La sonde délivre une tension proportionnelle à la température telle que : $e(t) = 0,1T(t)$. E est une tension de référence, à régler en fonction des seuils de température voulus.

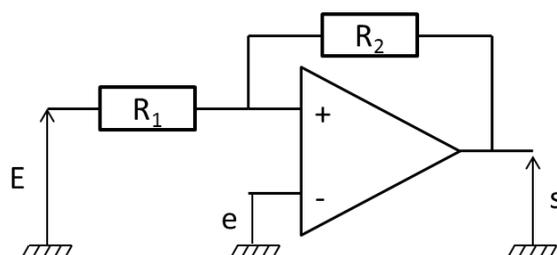


Figure 8. Comparateur à hystérésis.

45) Tracer la caractéristique entrée-sortie d'un ALI (amplificateur linéaire intégré) regroupant les différents régimes de fonctionnement que l'on commentera. Dans quel régime l'ALI de la figure 8 fonctionne-t-il ?

46) On suppose l'ALI idéal. Exprimer les tensions de seuil E_+ et E_- en fonction de E , R_1 et R_2 , tensions pour lesquelles le signal de sortie bascule de $+V_{sat}$ à $-V_{sat}$ et inversement. Tracer la caractéristique entrée-sortie $s = f(e)$ du comparateur donné en figure 8. On fera apparaître les tensions de seuil. Les tensions de saturations sont égales à $\pm 15V$.

47) On pose : $R_1 = 1k\Omega$. En déduire la valeur de R_2 et E .

48) En pratique, le capteur situé dans la sonde ne délivre qu'une tension très faible, qu'il convient d'amplifier. Le facteur d'amplification recherché est de 100. Proposer un montage à base d'ALI capable de réaliser une telle fonction (schéma, fonction de transfert, valeur des composants).

Troisième partie : Sors, sors, sors !

Cette partie demande un temps de réflexion et de rédaction plus important que les autres parties. Cela sera pris en compte dans la notation.

Un candidat de Fort Boyard arrive devant la clepsydre suivante :

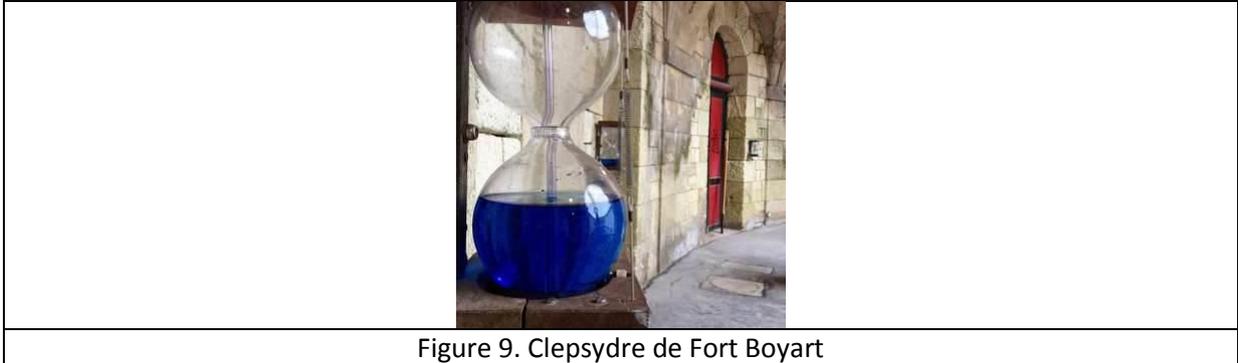


Figure 9. Clepsydre de Fort Boyard

Le candidat souhaite connaître le temps dont il va disposer pour l'épreuve.

On a les dimensions suivantes : rayon de la clepsydre $R = 7,5cm$, section permettant l'écoulement de l'eau avec $r = 1,5mm$.

49) Aidez le candidat !