

# Devoir Surveillé 4

---

**L'emploi des calculatrices est interdit.**

## **Instructions générales**

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction. La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les **résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte.**

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points. Le candidat prendra soin de **bien numéroter les questions.**

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les différentes parties de ce sujet sont indépendantes. Le candidat devra les **rédigé sur des feuilles séparées et traiter les questions dans l'ordre.**

## Première partie : Propagation des ondes électromagnétiques dans l'atmosphère

Nous nous intéressons dans ce sujet à la propagation dans l'atmosphère et la réception d'ondes électromagnétiques.

Les grandes ondes sont des ondes électromagnétiques appelées AM. La fréquence de ces ondes varie de 150 kHz à 300 kHz. Par exemple, la station Europe 1 émet des ondes dont la fréquence caractéristique vaut 185kHz. Elles sont émises par quatre masts haubanés qui émettent au total une puissance moyenne  $P = 2000kW$ . Dans toute la suite, on supposera que ces antennes rayonnent une onde électromagnétique plane et monochromatique de fréquence  $f = 185kHz$ . On supposera, dans cette partie, que l'onde se propage dans l'air que l'on assimilera au vide.

### Propagation dans le vide

- 1) Calculer la longueur d'onde associée à ce rayonnement électromagnétique.
- 2) Rappeler l'expression des équations de Maxwell en précisant tous les termes entrant dans leur composition. Les simplifier dans un milieu non chargé, non conducteur et assimilable au vide.
- 3) Dédire des équations de Maxwell l'équation de propagation vérifiée dans un milieu non chargé, non conducteur et assimilable au vide par le champ magnétique  $\vec{B}$ . En déduire celle vérifiée par le champ électrique  $\vec{E}$ .
- 4) On suppose que le champ électrique est polarisé suivant  $Oy$ , et que l'onde se propage suivant les  $z$  croissants. En appelant l'amplitude du champ électrique  $E_0$  en  $O$ , donner une expression possible du champ électrique en notant  $k$  la norme du vecteur d'onde. Donner, sans démonstration, l'expression de  $k$  en fonction de  $\omega$  et  $c$ .
- 5) Donner le champ magnétique associé à cette onde.
- 6) Donner l'expression du vecteur de Poynting et en calculer sa valeur moyenne temporelle.
- 7) En supposant schématiquement que toute la puissance des antennes se retrouve sur une surface plane notée  $S = 100km^2$ , établir l'expression de  $E_0$  en fonction de  $P$  (puissance moyenne temporelle du rayonnement). Faire l'application numérique.
- 8) Le modèle de l'onde plane est-il correct à l'échelle des récepteurs radios couramment utilisés ? Justifier votre réponse.

### Propagation dans l'atmosphère et réflexion

L'onde émise par l'antenne se propage dans l'atmosphère terrestre que l'on modélise schématiquement en deux couches (voir figure 1).

Une première couche assimilable au vide partant du sol jusqu'à une altitude de  $h = 100km$  environ puis une deuxième couche appelée ionosphère, épaisse d'environ  $200km$ .

On désire étudier le comportement des grandes ondes lors de leur propagation entre l'ionosphère et le sol terrestre.

On suppose dans cette partie que l'ionosphère a le même comportement qu'un miroir métallique parfait : l'onde émise au sol et se propageant dans le vide est parfaitement réfléchi par l'ionosphère.

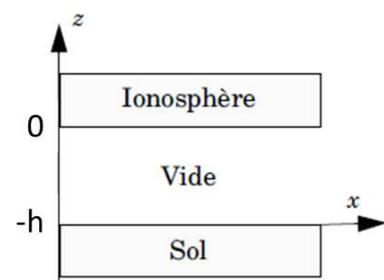


Figure 1

L'onde précédemment décrite arrive en  $z=0$  et donne naissance à une onde réfléchie se propageant dans la direction ( $Oz$ ) dans le sens des  $z$  décroissants :  $\vec{E}_r = \vec{E}_{0r} \cos\left(\omega\left(t + \frac{z}{c}\right)\right)$ .

9) Montrer que le champ électrique réfléchi est lui aussi polarisé suivant l'axe  $Oy$  et établir l'expression du vecteur  $\vec{E}_{0r}$  en fonction de  $E_0$  et d'un vecteur unitaire que l'on précisera. Pourquoi la pulsation de l'onde réfléchie est-elle inchangée ? On attend un argument physique.

10) Déterminer l'expression du champ magnétique réfléchi  $\vec{B}_r$ .

11) Déterminer le champ électrique  $\vec{E}_{total}$  et le champ magnétique  $\vec{B}_{total}$  du champ électromagnétique résultant de la superposition de l'onde incidente et de l'onde réfléchie dans le demi-espace  $z < 0$ . Caractériser l'onde résultante.

12) Déterminer les positions des ventres et des nœuds du champ électrique  $\vec{E}_{total}$  résultant de la superposition. Faire de même pour le champ magnétique  $\vec{B}_{total}$ . Représenter les variations des champs électriques  $\vec{E}_{total}$  et magnétiques  $\vec{B}_{total}$  résultants de la superposition en fonction de  $z$  sur un même graphe.

13) Déterminer l'expression du vecteur de Poynting  $\vec{\Pi}_{total}$  de l'onde résultante ainsi que sa valeur moyenne  $\langle \vec{\Pi}_{total} \rangle$ . Commenter.

### Onde stationnaire entre deux plans parallèles parfaitement conducteurs

On suppose ici que le sol a aussi le même comportement qu'un miroir métallique parfait. L'onde précédente se retrouve maintenant entre deux plans métalliques parfaitement, parallèles et d'équations respectives  $z=0$  et  $z=-h$ .

Le champ électrique précédent résultant de la superposition des ondes incidentes et réfléchies s'écrit maintenant sous la forme suivante :  $\vec{E} = 2E_0 \sin(\omega t) \sin(kz) \vec{u}_y$ .

14) En utilisant des conditions aux limites en  $z=0$  et  $z=-h$  que l'on précisera, montrer que seules certaines pulsations peuvent se propager entre les deux plans métalliques. On donnera pour chaque pulsation la longueur d'onde associée.

15) Représenter sur un même graphe les variations du champ électrique pour les trois plus basses pulsations.

16) Dans ces conditions, l'onde émise par la station Europe 1 peut-elle être reçue ? Critiquer le modèle précédent.

**Données**Constantes physiques :

Vitesse de la lumière dans le vide :  $c = 3.10^8 m.s^{-1}$

Perméabilité du vide :  $\mu_0 = 4\pi.10^{-7} H.m^{-1}$

Permittivité du vide :  $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi.10^9} F.m^{-1}$

Formules mathématiques :

$$\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}(\vec{a})) = \overrightarrow{grad}(\text{div}(\vec{a})) - \Delta(\vec{a})$$

$$\cos(p) - \cos(q) = -2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\cos(p) + \cos(q) = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

Relations de passage entre deux milieux :

Soit  $\sigma(M)$  la densité surfacique de charge au point  $M$ , la relation suivante résume la relation de passage du champ électrique à la traversée de la surface :

$$\vec{E}(M_2) - \vec{E}(M_1) = \frac{\sigma(M)}{\varepsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$$

Soit  $\vec{j}_s(M)$  la densité surfacique de courants ( $A.m^{-1}$ ) au point  $M$ , la relation suivante résume la relation de passage du champ magnétique à la traversée de la surface :

$$\vec{B}(M_2) - \vec{B}(M_1) = \mu_0 \vec{j}_s(M) \wedge \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$$

où l'on note  $\vec{n}_{1 \rightarrow 2}$  la normale en un point  $M$  de l'interface, orientée du milieu 1 vers le milieu 2,  $M_1$  et  $M_2$  deux points dans chaque demi-espace au voisinage du point  $M$ .

Aide aux calculs :

$\frac{3}{1,85} = 1,62$	$\frac{1,85}{3} = 0,62$	$\sqrt{4,8\pi} = 3,9$
-------------------------	-------------------------	-----------------------

**Deuxième partie : Orage et foudre**

Document 1. Préambule

L'électrosphère est une couche atmosphérique ionisée. L'électrosphère et la Terre, de rayon  $R = 6370\text{km}$ , forment un gigantesque condensateur terrestre (figure 2), où le champ électrique par beau temps est dirigé de l'électrosphère vers la Terre et atteint environ 100 à 120  $\text{V.m}^{-1}$ .

Figure 2. Direction du champ électrique par beau temps

Les armatures de ce condensateur sont l'électrosphère et le globe terrestre, entre lesquelles il y a la troposphère et la stratosphère qui constituent le diélectrique, dont l'épaisseur est d'environ 80 km. L'air comprend en permanence des charges électriques, positives et négatives, créées par les rayonnements cosmiques ou la radioactivité de la Terre. Par beau temps, il en résulte un courant atmosphérique de densité volumique  $\vec{j}$  tendant à décharger le condensateur.

Suite aux perturbations atmosphériques et sous certaines conditions, il se forme des nuages orageux en général du type cumulo-nimbus (figure 3) de couleur sombre. Ils constituent une gigantesque machine thermique dont la base et le sommet sont respectivement à environ 2 km et 15 km d'altitude. Sa constitution est rendue possible par l'élévation d'air chaud par des courants ascendants dont la vitesse est de quelques mètres par seconde. Lors de son ascension, cette masse d'air se charge en humidité jusqu'à devenir un nuage. La partie supérieure, où il fait froid, est occupée par les particules de glace, tandis que les gouttes d'eau s'établissent dans la partie inférieure.

Figure 3. Cumulo-nimbus

Figure 4. Dipôles électriques

Les violents courants ascendants provoquent des collisions entre les gouttes d'eau et les micro-particules de glace, ce qui produit la création de charges électriques par frottement. Ces micro-particules de glace, plus légères et chargées positivement, sont emportées vers le haut par le courant d'air ascendant et occupent ainsi la partie supérieure du nuage qui forme le pôle positif. Tandis que les gouttes d'eau chargées négativement s'établissent dans la partie inférieure et créent le pôle négatif. Cependant, une petite quantité de charges positives demeurent à la base du nuage.

Le nuage fait apparaître sur la Terre, par influence électrique, une charge de signe opposé et crée ainsi deux véritables dipôles électriques (figure 4) :

- Un dipôle interne généré entre les pôles positif et négatif du nuage. Si le champ électrique interne  $\vec{E}_{\text{int}}$  devient suffisamment grand, il provoque un claquage interne dans le nuage ;
- un dipôle externe, généré entre la base du nuage et la surface de la Terre. Si le champ électrique externe  $\vec{E}_{\text{ext}}$  atteint des conditions critiques de l'ordre de  $20 \text{ kV.m}^{-1}$ , il finit par provoquer une grande décharge entre le nuage et la Terre.

Document 2. Donnée issue de Météo France

Nombre moyen d'impact de foudre au sol par  $\text{km}^2$  et par an : en France intérieure, varie suivant les régions entre 1 et 2.

Document 3. La vie du rail – Hors série – Le TGV Nord Europe, 1993

Fiche technique du TGV Réseau

- Vitesse maximale en service commercial :  $300 \text{ km.h}^{-1}$
- Puissance aux arbres des moteurs de traction sous 25 kV : 8800 kW
- Puissance aux arbres des moteurs de traction sous 1,5 kV : 3680 kW
- Puissance unitaire des moteurs de traction : 1100 kW
- Nombre de moteurs de traction : 8

### Etude d'un condensateur sphérique

Un condensateur sphérique à air (figure 5), dont la permittivité diélectrique est assimilable à celle du vide  $\epsilon_0$ , est formé de deux armatures concentriques, de rayon  $R_1$  et  $R_2$ , avec  $R_1 < R_2$ .

L'armature intérieure de rayon  $R_1$  porte une charge totale  $Q$  uniformément répartie en surface.

L'armature extérieure porte la charge totale  $-Q$  uniformément répartie en surface.

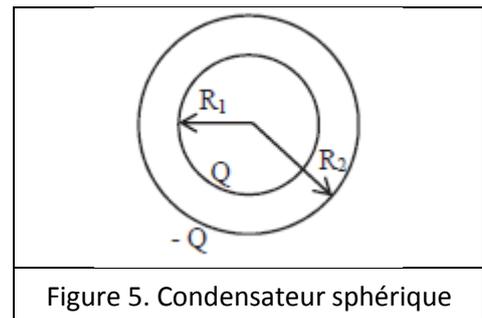


Figure 5. Condensateur sphérique

On travaillera ici dans la base classique des coordonnées sphériques  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$  et dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS).

**17)** Définir les conditions d'applications de l'ARQS.

**18)** Enoncer le théorème de Gauss. De quelle équation de Maxwell découle-t-il ?

**19)** Par des arguments clairs et précis d'invariance et de symétrie, justifier qu'entre les armatures, le champ électrique est de la forme :  $\vec{E} = E(r)\vec{e}_r$

**20)** Déterminer l'expression du champ électrique  $\vec{E}$  entre les armatures, en fonction de  $r$ ,  $Q$  et  $\epsilon_0$ .

**21)** En déduire la différence de potentiel  $V_1 - V_2$  entre les deux armatures en fonction de  $Q$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  et  $\epsilon_0$ .

**22)** En déduire l'expression de la capacité  $C$  de ce condensateur sphérique en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$  et  $\epsilon_0$ .

**23)** On souhaite calculer  $\Delta V = V_1 - V_2$  en utilisant une procédure informatique d'intégration dite "méthode des rectangles", présentée ci-contre (Figure 6). Donner les valeurs de  $a$  et  $b$  et l'expression de la fonction  $f$  utilisées dans la procédure ci-dessus.

```

fonction S=rectangles(a,b,n,f)
//méthode d'approximation dites des 'rectangles'
S=0
for i=0:n-1
    x1=a+i*(b-a)/n ;
    x2= a+(i+1)*(b-a)/n ;
    S=S+f((x1+x2)/2)*(x2-x1) ;
end
endfonction

```

Figure 6 : intégration par la méthode des rectangles

**24)** Le diélectrique n'est pas parfait. Il possède une résistivité électrique certes grande mais finie. Il circule alors un courant de densité volumique  $\vec{j}_V$  dans tout l'espace inter-conducteur. Faire un dessin montrant l'allure et le sens des lignes de courant dans le cas où  $Q > 0$ .

### Analyse du préambule

**25)** Combien de temps pourrait-on faire avancer un TGV en récupérant durant un an toute l'énergie issue des éclairs frappant une grande ville française ? Dans le cadre des énergies renouvelables, vous paraît-il judicieux de vouloir récupérer cette énergie ou non ?

*Cette résolution de problème devra présenter de manière claire une démarche scientifique détaillée et basée, d'une part sur les documents fournis, et d'autre part sur les connaissances du candidat. Toute tentative de réponse pertinente, même incomplète, sera prise en compte lors de la notation.*

### Protection contre la foudre et prise de terre

Il convient de dévier le courant de foudre vers la Terre de façon à ne pas laisser se propager des ondes de tension qui pourraient endommager les appareils électriques des usagers.

Une prise de terre (figure 7) est constituée d'une coque hémisphérique métallique de centre O, de rayon intérieur  $R_a$ , et de rayon extérieur  $R_b$ . On note  $\gamma_{\text{mét}}$ , la conductivité électrique du métal qui la constitue. Cette prise est enfoncée dans le sol, assimilé au demi-espace  $z < 0$  et de conductivité électrique  $\gamma_{\text{sol}}$ .

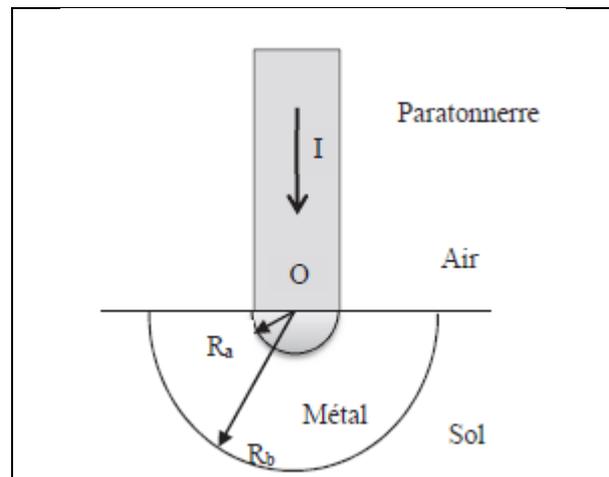


Figure 7. Modèle simplifié d'une prise de terre

La prise de terre se décompose ainsi en deux résistances hémisphériques  $R_{\text{métal}}$  et  $R_{\text{sol}}$ , l'une en métal de rayon intérieur  $R_a$  et de rayon extérieur  $R_b$ , l'autre associée au sol de rayon intérieur  $R_b$  et de rayon extérieur infini.

Elle est destinée à recevoir un courant  $I$  provenant d'un paratonnerre. Il sera supposé indépendant du temps et descendant.

On suppose que le courant, qui traverse la prise de terre, est radial. Sa densité est de la forme  $\vec{j} = j(r)\vec{e}_r$  en coordonnées sphériques.

**26)** Rappeler l'unité de la grandeur  $j(r)$ .

**27)** Donner l'expression de la densité de courant  $j(r)$  en fonction de  $I$  et de  $r$ .

**28)** Exprimer alors le champ électrique  $E(r)$  régnant dans le sol.

**29)** En déduire en fonction de  $I$ ,  $r$  et  $\gamma_{sol}$ , l'expression du potentiel électrique  $V(r)$  régnant dans le sol. On supposera que  $V=0$  loin du point  $O$ .

**30)** Cette répartition non uniforme du potentiel à la surface de la Terre explique le foudroiement indirect des hommes ou des animaux.

On appelle  $R_h$ , la résistance du corps humain mesurée entre ses deux pieds supposés distants de  $a$ .

Pour ne pas être électrocuté (c'est-à-dire pour que son corps ne soit pas traversé par un courant supérieur à une valeur seuil notée :  $I_{max}$ ), un homme doit rester éloigné d'une distance au moins égale à  $D$  de la prise de terre.

Trouver une relation entre  $D$ ,  $a$ ,  $R_h$ ,  $I$ ,  $I_{max}$  et  $\gamma_{sol}$ .

**31)** En supposant  $D \gg a$ , exprimer  $D$  en fonction de  $a$ ,  $R_h$ ,  $I$ ,  $I_{max}$  et  $\gamma_{sol}$ .

**32)** Application numérique : évaluer  $D$  pour  $I = 5,0 \cdot 10^4 A$ .

**33)** Ce phénomène d'électrocution à distance touche-t-il plutôt les grands animaux (vaches, chevaux, ...) ou les petits animaux (lapins, renards, ...) ?

On considère une coque hémisphérique homogène de conductivité électrique  $\gamma$ , comprise entre les rayons  $R_{int}$  et  $R_{ext}$  et parcourue par un courant radial.

On la décompose en une infinité de coques hémisphériques élémentaires comprises entre les rayons  $r$  et  $r + dr$ .

**34)** Exprimer en fonction de  $\gamma$ ,  $r$  et  $dr$ , la résistance élémentaire  $dR_C$  d'une coque hémisphérique élémentaire.

**35)** En déduire en fonction de  $\gamma$ ,  $R_{int}$  et  $R_{ext}$ , la résistance totale  $R_C$  de la coque hémisphérique.

**36)** Donner l'expression de la résistance globale, notée  $R_{glob}$  de la prise de terre en fonction de  $\gamma_{met}$ ,  $\gamma_{sol}$ ,  $R_a$  et  $R_b$ .

**37)** Application numérique : évaluer  $R_{glob}$  pour  $R_a = 1,0cm$ ,  $R_b = 35cm$ ,  $\gamma_{met} = 6,0S.m^{-1}$ .

**38)** La législation en terme de sécurité électrique impose que  $R_{glob} < 25\Omega$ , est-ce respecté dans le cas de cette prise ? Sinon, que préconisez-vous pour remédier à ce problème ?

### Données

Constantes physiques :

Permittivité diélectrique du vide :  $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi 10^9} F.m^{-1}$

Conductivité électrique du sol :  $\gamma_{sol} = 1,0 \cdot 10^{-2} S.m^{-1}$

Résistance électrique entre deux pieds d'un homme :  $R_h = 2,5 k\Omega$

Longueur d'un pas humain :  $a = 1,0m$

Courant d'électrocution d'un être humain :  $I_{max} = 25mA$

Surface d'une sphère de rayon  $r$  :  $S_{sphère} = 4\pi r^2$

Aide aux calculs :

$\sqrt{\frac{1}{25\pi}} = 0,113$	$\frac{1}{12\pi} = 0,027$	$\frac{1}{70\pi} = 0,0045$
----------------------------------	---------------------------	----------------------------

### Troisième partie : Contrôle non destructif (CND) par courants de Foucault

La structure des pièces métalliques employées pour protéger de la foudre est particulièrement importante.

Le but des essais non destructifs est de détecter dans une pièce métallique, et en respectant son intégrité, toute particularité de sa structure. On souhaite ici contrôler la qualité d'une plaque d'aluminium de conductivité  $\gamma_0$ , de faible épaisseur par rapport à ses autres dimensions, en utilisant une technique de contrôle non destructif par courants de Foucault.

Le dispositif utilisé comprend :

- une bobine de  $N$  spires, de longueur  $l_b = 12\text{cm}$  alimentée par un générateur de tension sinusoïdale de fréquence  $f = 50\text{Hz}$ . Cette bobine est déplacée à la surface de la plaque à tester, sans contact électrique ;
- un système de mesure d'impédance par détection synchrone afin de mesurer en direct l'impédance de la bobine. En effet, la bobine joue à la fois le rôle d'émetteur et de récepteur : lorsque l'opérateur passe la bobine au-dessus d'un défaut interne à la plaque, son impédance interne est légèrement modifiée.

La figure 8 présente le système de détection, le dispositif de mesure d'impédance n'est pas représenté.

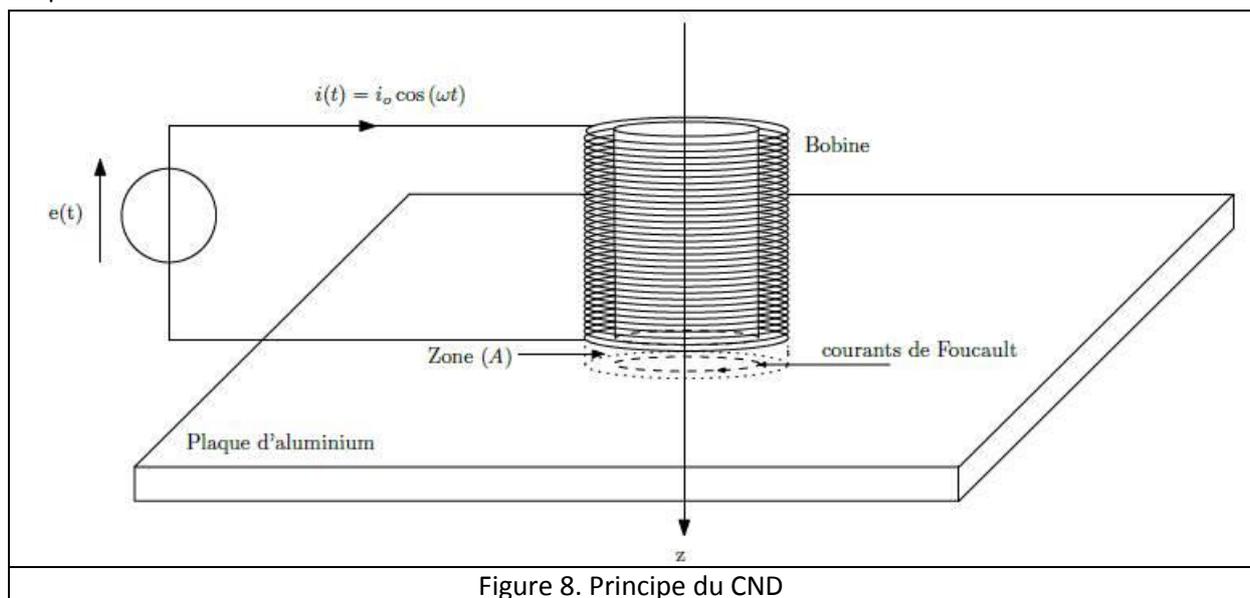


Figure 8. Principe du CND

#### Expression approchée du champ magnétique $\vec{B}$ créé par la bobine excitatrice dans la plaque

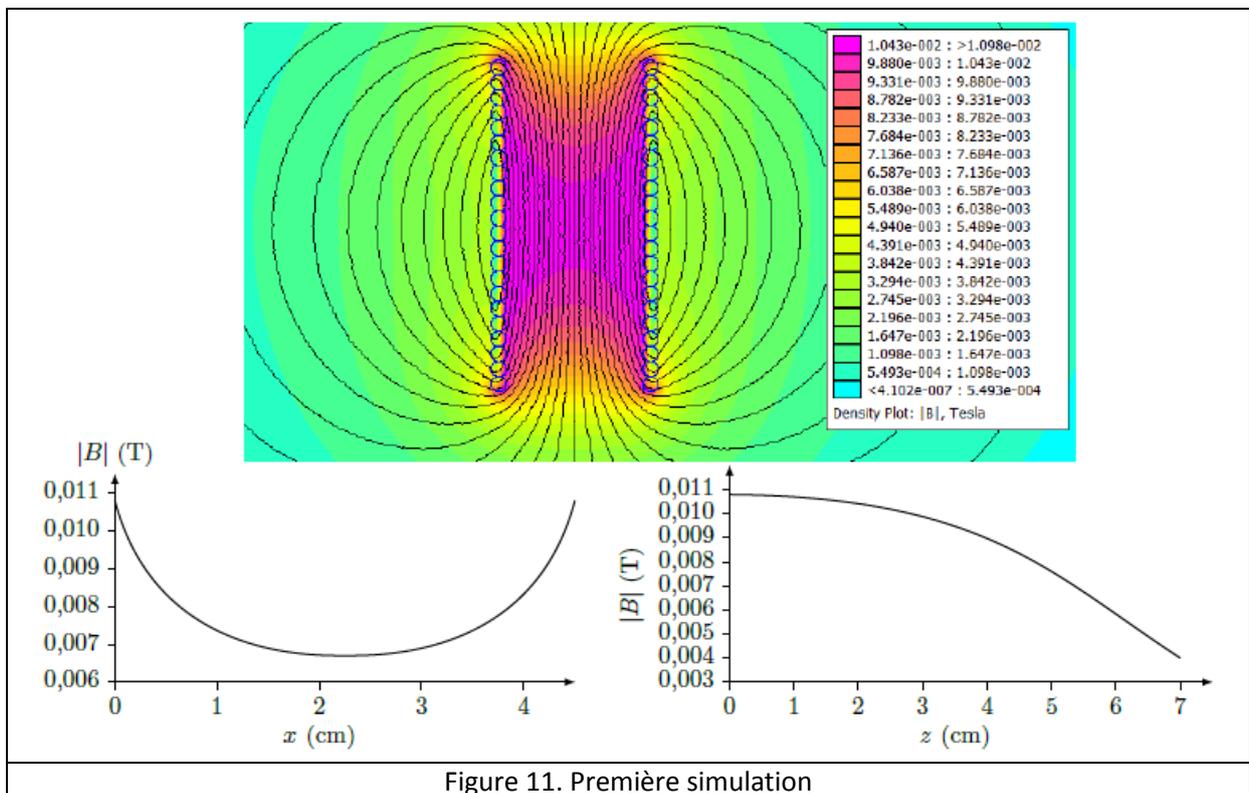
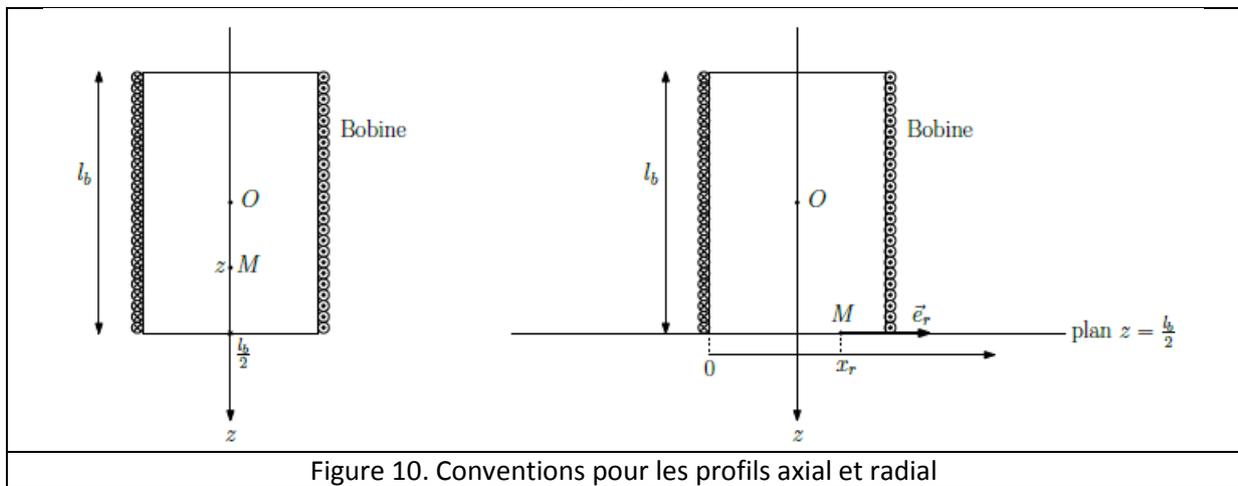
À l'aide d'un logiciel de simulation, on visualise les cartes du champ magnétique  $\vec{B}$  créé par la bobine dans différentes situations et ce afin d'établir son expression approchée.

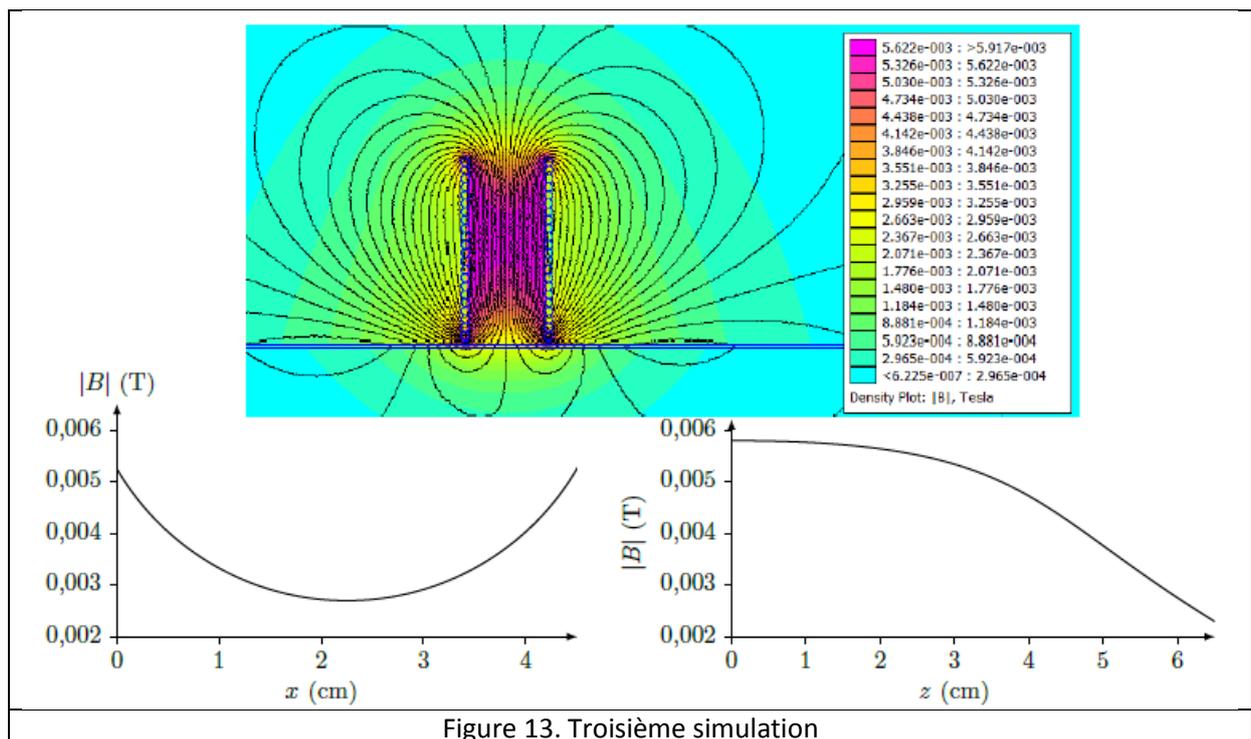
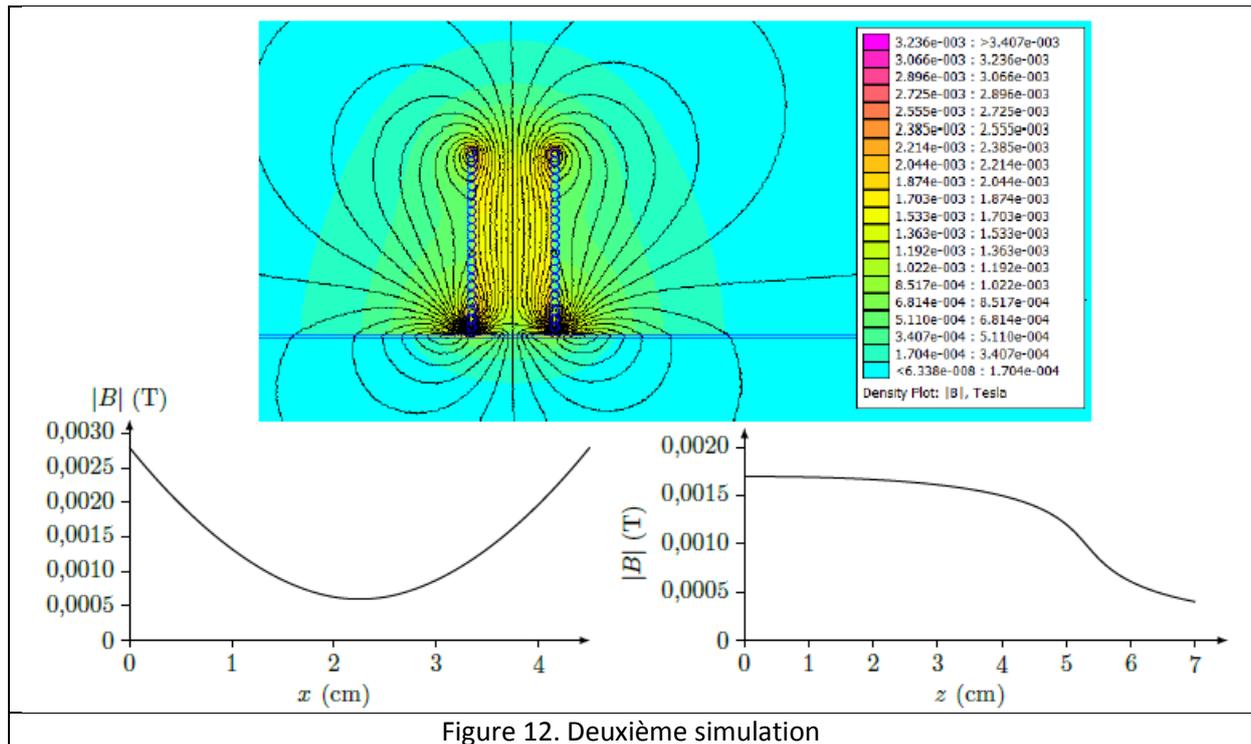
Les figures 10, 11 et 12 représentent les cartes du champ créé par la bobine ainsi que les profils axiaux et radiaux de ce champ dans trois cas, avec une même amplitude de courant  $i_0$  :

- la bobine seule pour  $f = 50\text{Hz}$  (carte 1) ;
- la bobine en présence de la plaque pour  $f = 50\text{Hz}$  (carte 2) ;
- la bobine en présence de la plaque pour  $f = 200\text{Hz}$  (carte 3).

Le profil axial représente l'amplitude du champ magnétique  $\vec{B}$  en un point  $M$  appartenant à l'axe ( $Oz$ ) en fonction de sa coordonnée  $z$ , l'origine de cet axe étant choisie au centre de la bobine (voir

figure 10). Le profil radial représente l'amplitude du champ magnétique  $\vec{B}$  en un point  $M$  appartenant au plan  $z=l_b/2$  en fonction de son abscisse  $x_r$  sur l'axe  $(M, \vec{e}_r)$ , l'origine de cet axe étant choisie sur un des côtés de la bobine (voir figure 10).





39) Justifier que le champ créé en un point  $M$  de l'espace est de la forme :

$$\vec{B}(M) = B_r(r, z, t)\vec{e}_r + B_z(r, z, t)\vec{e}_z$$

40) En supposant le champ magnétique nul à l'extérieur du solénoïde, calculer le champ magnétostatique en tout point intérieur d'un solénoïde infini.

41) Affecter chaque simulation à chaque carte.

On s'intéresse au champ magnétique créé dans la partie de la plaque directement au contact avec la

bobine (zone (A) sur la figure 8). Dans une première approximation, on suppose que le champ dans cette zone est de la forme  $\vec{B}(M) = B_0 \cos(\omega t) \vec{e}_z$  où  $B_0$  est l'amplitude du champ magnétique supposée uniforme.

**42)** En vous aidant des profils de la carte 2, proposer une valeur numérique pour  $B_0$ .

**43)** En considérant que le champ au centre  $O$  de la bobine peut être assimilé au champ créé par un solénoïde infini et en vous aidant de la carte 2, justifier que  $B_0$  peut s'écrire :  $B_0 = \alpha \frac{\mu_0 N i_0}{l_b}$  où  $\alpha$  est un coefficient dont on précisera la valeur numérique.

### Courants de Foucault

On se place toujours dans l'hypothèse où le champ magnétique dans la zone (A) est de la forme  $\vec{B}(M) = B_0 \cos(\omega t) \vec{e}_z$ . Ce champ magnétique étant variable, il apparaît dans la plaque, un champ électrique  $\vec{E}$  orthoradial, lui-même à l'origine de courants induits.

**44)** À l'aide de la forme intégrale de l'équation de Maxwell-Faraday, déterminer dans la zone (A) l'expression du champ électrique  $\vec{E}$  induit par les variations temporelles de  $\vec{B}$ . On pourra choisir un contour orienté de rayon  $r$ .

**45)** Établir que l'expression du vecteur densité volumique de courant  $\vec{j}$  est donnée par la relation  $\vec{j} = \frac{\gamma_0 \omega B_0}{2} r \sin(\omega t) \vec{e}_\theta$  où  $\vec{e}_\theta$  est le vecteur unitaire orthoradial des coordonnées cylindriques.

### Modification de l'impédance de la bobine excitatrice

L'impédance de la bobine en l'absence de la plaque est  $\underline{Z} = R + jL\omega$ . En présence de la plaque, cette impédance est modifiée. Le but de cette sous-partie est d'étudier cette nouvelle impédance.

On modélise les variations de l'impédance  $\underline{Z}$  de la bobine en présence de la plaque de la manière suivante :

$$\underline{Z} = (R + \delta R) + j\omega(L - \delta L) \quad \text{avec} \quad \delta R \langle i^2 \rangle = \langle P_j \rangle \quad \text{et} \quad \frac{1}{2} \delta L \langle i^2 \rangle = \langle E_m \rangle$$

avec : -  $P_j$  : la puissance dissipée par effet Joule par les courants de Foucault dans la plaque ;

-  $E_m$  : l'énergie magnétique stockée dans la plaque ;

-  $\langle X \rangle$  désignant la valeur moyenne temporelle de la grandeur  $X(t)$ .

**46)** Justifier à l'aide d'un argument énergétique simple, que la partie réelle de l'impédance de la bobine augmente.

**47)** Justifier, en utilisant les cartes données par les figures 11, 12 et 13, que la partie imaginaire de l'impédance de la bobine diminue.

### Données

Théorème de Stokes :

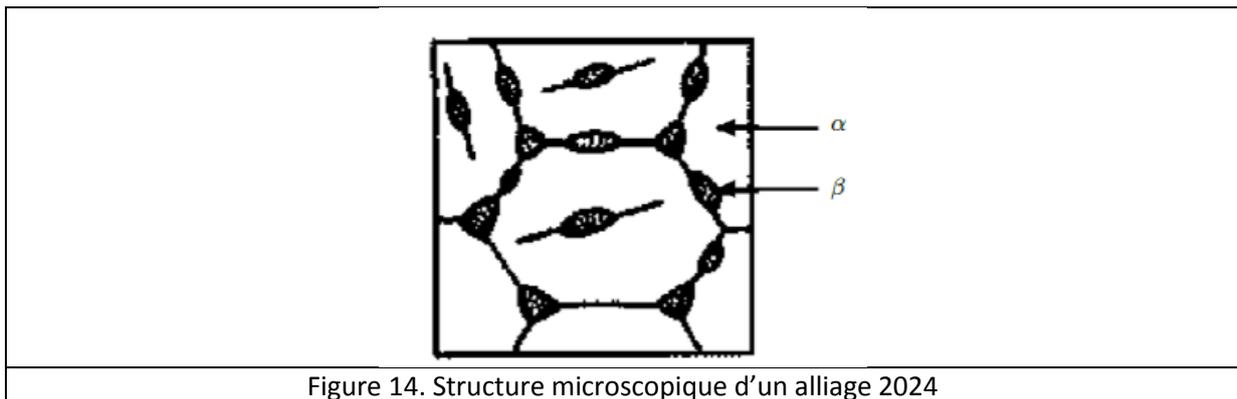
Soit une surface ouverte  $S$  s'appuyant sur un contour fermé  $C$  dans une région de l'espace  $V$  où

est défini un champ de vecteur  $\vec{a}$ , alors : 
$$\oint_C \vec{a} \cdot d\vec{l} = \iint_S \text{rot}(\vec{a}) \cdot d\vec{S}$$

## Partie 4. Etude de l'alliage 2024

L'aluminium tient une place de choix dans la fabrication des pièces métalliques des avions en particulier sous forme d'alliage. Dans les avions récents comme l'A380, les alliages d'aluminium représentent 75% de la masse de l'avion vide. L'alliage « 2024 » aluminium-cuivre est utilisé dans la fabrication des avions.

L'alliage 2024 contient essentiellement de l'aluminium et du cuivre à hauteur d'environ 4%. La structure microscopique d'un tel alliage n'est pas homogène. L'alliage présente une phase majoritaire dite  $\alpha$ , dans laquelle les atomes de cuivre sont dispersés au sein d'une matrice d'aluminium. Entre les grains de phase  $\alpha$ , on trouve une seconde phase dite  $\beta$  comme le montre la figure 14.



### Etude de la phase $\alpha$

48) À partir des documents suivants et des données numériques, préciser à quel type d'alliage appartient la phase  $\alpha$ . Les étapes du raisonnement ainsi que les calculs permettant d'aboutir à une conclusion seront clairement explicités.

#### Document 4. Extrait de Wikipédia

Un alliage est la combinaison d'un élément métallique avec un ou plusieurs autres éléments chimiques. Dans un alliage, l'élément métallique majoritaire, c'est-à-dire constituant la plus importante partie du mélange, est appelé « métal de base ». Les éléments ajoutés volontairement sont appelés « éléments d'alliage ».

L'aluminium est l'élément de base de l'alliage 2024. Le cuivre est l'élément d'alliage.

#### Document 5. Réseau cubique à faces centrées

L'aluminium pur cristallise selon un réseau compact cubique à faces centrées dont une vue éclatée est reproduite figure 25.

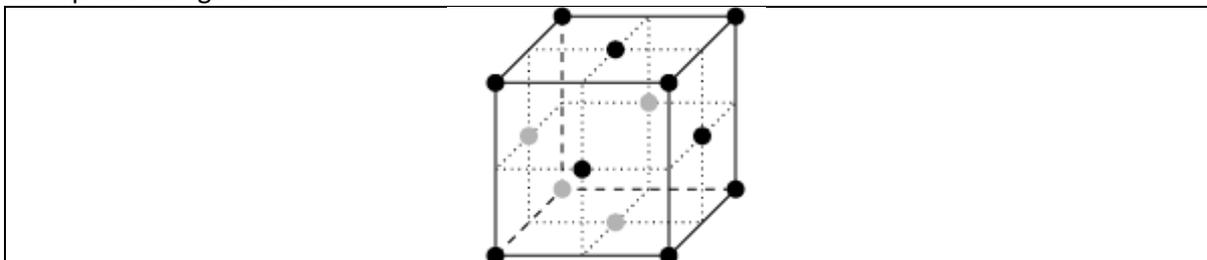
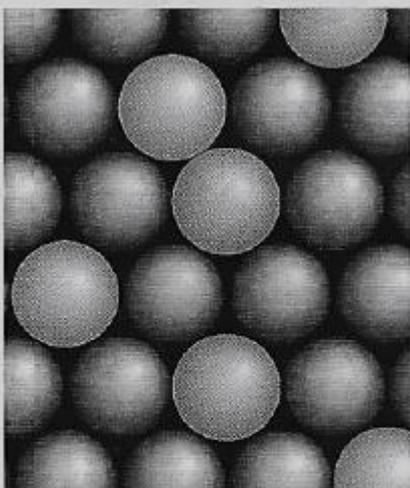
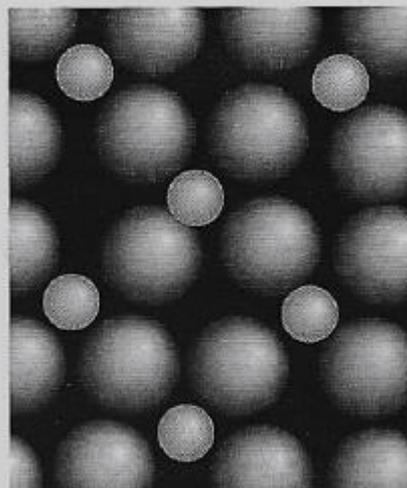


Figure 2. Vue éclatée d'un réseau cubique à faces centrées

## Document 6. Extrait de Principes de chimie, Atkins, Jones &amp; Laverman, Ed. De Boack, 2014



**FIGURE 7.5** Dans un alliage par substitution, les positions de certains des atomes de l'un des métaux sont prises par des atomes d'un autre métal. Les deux éléments doivent avoir des rayons similaires.



**FIGURE 7.6** Dans un alliage interstitiel, les atomes de l'un des métaux se placent dans les trous entre les atomes d'un autre métal. Les deux éléments doivent avoir des rayons très différents.

**Données**Paramètres chimiques :

Élément	Al	Cu
Rayon métallique (pm)	143	128

Aide aux calculs :

$\sqrt{2} = 1,41$	$\frac{128}{143} = 0,9$	
-------------------	-------------------------	--

Aide Question 25 :

**25)** En vous appuyant sur le texte fourni en préambule, répondre aux questions suivantes :

- a)** Expliquer le sens du champ électrique dans l'électrosphère.
- b)** Donner une valeur approchée de la capacité du condensateur délimité par l'électrosphère et le globe terrestre.
- c)** Quel est l'ordre de grandeur de l'énergie électrique stockée en permanence et par beau temps dans l'électrosphère ?
- d)** Le champ électrique qui règne à la surface de la Terre est-il, en général, dans le même sens ou en sens opposé suivant que le temps est clément ou orageux ?
- e)** Quel est l'ordre de grandeur de la différence de potentiel entre la Terre et le nuage juste avant l'arrivée de la foudre ?
- f)** Combien de temps pourrait-on faire avancer un TGV en récupérant durant un an toute l'énergie issue des éclairs frappant une grande ville française ? Dans le cadre des énergies renouvelables, vous paraît-il judicieux de vouloir récupérer cette énergie ou non ?