

Superposition d'ondes lumineuses

Extrait du programme de TSI2

Les calculs théoriques d'intensité lumineuse sont effectués dans la partie 2.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Superposition d'ondes lumineuses	
Superposition d'ondes incohérentes entre elles.	Exploiter l'additivité des intensités
Superposition de deux ondes quasimonochromatiques cohérentes entre elles : formule de Fresnel : $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi$	Vérifier que les principales conditions pour que le phénomène d'interférences apparaisse (égalité des pulsations et déphasage constant dans le temps) sont réunies. Établir et exploiter la formule de Fresnel. Associer un bon contraste à des intensités I_1 et I_2 voisines.
Superposition de N ondes quasimonochromatiques cohérentes entre elles, de même amplitude et dont les phases sont en progression arithmétique. Réseau par transmission.	Établir l'expression de la différence de marche entre deux motifs consécutifs. Établir la relation fondamentale des réseaux liant la condition d'interférences constructives à la valeur de la différence de marche entre deux motifs consécutifs. Réaliser expérimentalement un spectroscopie à l'aide d'un réseau optique.

Dans la partie 3, l'utilisation des trous d'Young permettent de confronter théorie et expérience. Les fentes d'Young sont abordées de manière exclusivement expérimentale. Aucune connaissance sur un autre diviseur de front d'onde n'est exigible.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Exemple de dispositif interférentiel par division du front d'onde	
Trous d'Young ponctuels dans un milieu non dispersif : source à distance finie et observation à grande distance finie et à l'infinie. Ordre d'interférences p .	Exprimer et utiliser l'ordre d'interférences. Décrire et mettre en oeuvre une expérience simple d'interférences : trous d'Young ou fentes d'Young. Montrer la non localisation des franges d'interférences.
Variations de l'ordre d'interférences p avec la position du point d'observation ; franges d'interférences. Interfrange.	Interpréter la forme des franges observées.
Comparaison entre deux dispositifs expérimentaux : trous d'Young et fentes d'Young.	Comparer les deux dispositifs en mettant en évidence analogies et différences.

Formation expérimentale

L'approche expérimentale sera centrée sur la mise en œuvre des trous d'Young et de dispositifs d'interférences à N ondes.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
3. Optique	
Analyser une lumière.	Mesurer une longueur d'onde à l'aide d'un goniomètre équipé d'un réseau.

Sommaire

1 Superposition de deux ondes lumineuses

- 1.1 Superposition de deux ondes monochromatiques**
- 1.2 Formule de Fresnel**
- 1.3 Ondes incohérentes**
- 1.4 Cohérence des sources**

2 Superposition de deux ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles

- 2.1 Description du champ d'interférences**
- 2.2 Contraste d'une figure d'interférence**
- 2.3 Allure des franges d'interférences**

3 Exemple de dispositif interférentiel par division du front d'onde : trous d'Young

Afin de réaliser des interférences lumineuses, il faut faire appel à un dispositif qui permette de créer deux ou plusieurs ondes cohérentes entre elles : l'interféromètre. Dans le cas d'un dispositif à division du front d'onde, les deux ondes qui interfèrent sont issues d'une division géométrique de l'onde incidente issue de la source. Exemple : les fentes d'Young.

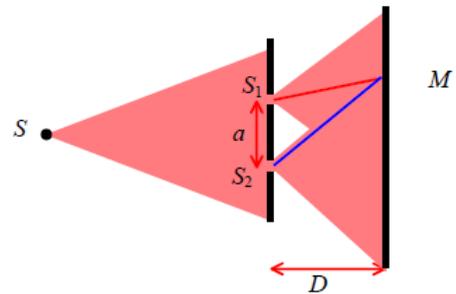
3.1 Description du dispositif

Deux trous S_1 et S_2 identiques et de très petite dimension (rayon de l'ordre du dixième de millimètre, ou moins), sont percés dans un écran opaque et distants de a (de l'ordre de quelques millimètres).

La lumière incidente est diffractée par chacun d'eux et les ondes réémises se superposent dans toute une partie de l'espace.

Eclairés par une source ponctuelle S monochromatique de longueur d'onde λ , ils se comportent donc comme deux sources secondaires cohérentes.

La source S est placée à la même distance de chacun d'entre eux. L'observation se fait sur un écran parallèle à S_1S_2 placé à une distance D .



Définition :

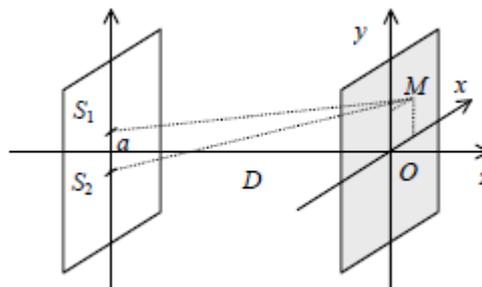
On parle dans ce cas **d'interférences non localisées**, car elles existent dans tout le domaine de l'espace où les ondes issues de S_1 et S_2 se superposent

3.2 Description du champ d'interférences

3.2.1 Source à distance finie et observation à grande distance finie

Soit a la distance séparant les deux fentes, D la distance à l'écran et λ la longueur d'onde de la source ponctuelle. On pose : $D \gg a, |x|, |y| \gg \lambda$

1) En s'appuyant sur le schéma ci-contre, exprimer la différence de marche δ entre les deux rayons.



2) Donner l'expression de l'ordre d'interférence p .

3) En supposant que les deux ondes interférant ont la même intensité lumineuse I_0 , en déduire l'expression de l'intensité lumineuse au point M .

4) Quelle est la forme de la figure d'interférence observée sur l'écran ?

5) A quel ordre correspond la frange centrale ?

6) On remarque que la répartition d'intensité lumineuse sur le plan d'observation est périodique. La période de la fonction est appelée l'interfrange et notée i . Donner son expression.

7) Pouvaient-on prévoir ces résultats ?

8) Que se passe-t-il si on remplace les trous par des fentes étroites, de même largeur, et de longueur b et placées parallèlement aux franges observées précédemment ?

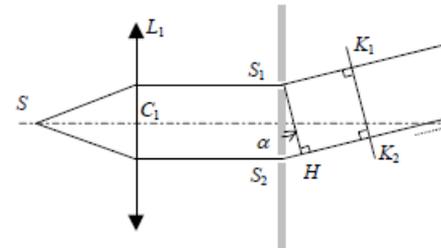
9) Que se passe-t-il si on remplace la source S ponctuelle et monochromatique par une fente source toujours monochromatique ?

10) On suppose que la source S , placée à une distance D des fentes, se déplace en S' avec $y' = SS'$. Comment est modifiée la différence de marche ? En déduire l'expression de l'intensité lumineuse. Que se passe-t-il sur l'écran ?

3.2.2 Source à distance finie et observation à l'infini

On ajoute une première lentille convergente L_1 au dispositif telle que la source S se trouve en son foyer objet. Alors les trous sont éclairés en lumière parallèle et les rayons émergeant des trous sont aussi parallèles. On parle d'observation à l'infini.

Pour pouvoir se ramener à une distance finie, on place une seconde lentille convergente L_2 telle que l'écran se trouve en son plan focal image.



11) Faire un schéma et prolonger les rayons jusqu'au point M se trouvant sur l'écran.

12) Quel est l'intérêt d'un tel montage ?

13) Exprimer la différence de marche δ entre les deux rayons.

14) Donner l'expression de l'ordre d'interférence p .

15) En supposant que les deux ondes interférant ont la même intensité lumineuse I_0 , en déduire l'expression de l'intensité lumineuse au point M .

16) Comparer à l'expression obtenue précédemment à distance finie.

17) Donner l'expression de l'interfrange.

4 Superposition de N ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles

4.1 Réseau de diffraction

4.1.1 Définition

Un **réseau** est constitué par la répétition périodique d'un motif diffractant, comme par exemple une fente. La période spatiale est appelée **pas du réseau**.

4.1.2 Deux grands types de réseaux

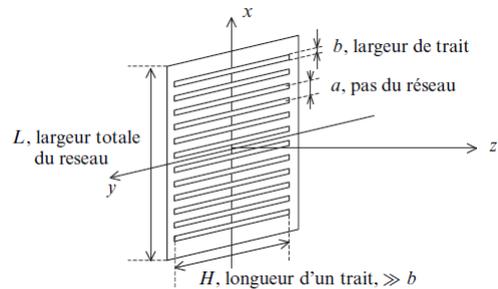
4.1.2.1 Réseaux par transmission

On observe la lumière transmise à travers le réseau.

Le réseau par transmission le plus simple est un plan opaque percé de N fentes fines et longues, appelées **traits du réseau**, parallèles entre elles et équidistantes de a , le pas du réseau.

Le pas du réseau est souvent donné en nombre de traits par millimètre : $n = 1/a$.

Ex : $n = 100 \text{ traits/mm}$; on a alors $a = 10 \mu\text{m}$



4.1.2.2 Réseaux par réflexion

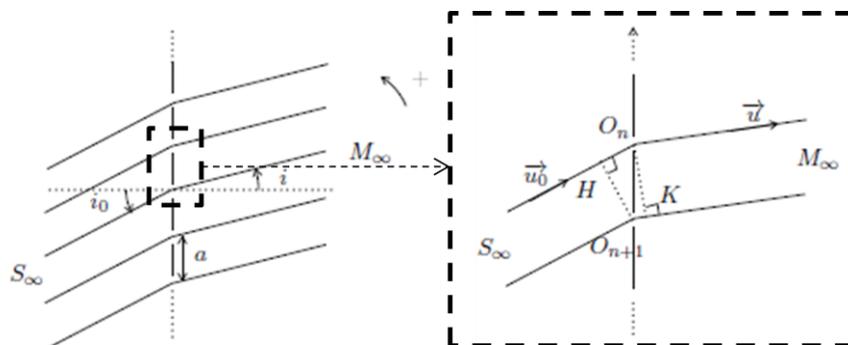
On observe la lumière réfléchiée par le réseau.

Un réseau par réflexion est souvent constitué de traits parallèles rectilignes équidistants tracés sur une plaque réfléchissante.

4.2 Formule des réseaux par transmission

On suppose le réseau éclairé par une source monochromatique, de longueur d'onde λ . Les rayons éclairent le réseau sont issus d'une même source et sont donc cohérents entre eux. Ainsi, l'amplitude diffractée par le réseau à l'infini résulte des interférences entre les rayons issus de tous les motifs éclairés : on parle **d'interférences à N ondes**.

On considère une source ponctuelle à l'infini, on note i_0 l'angle d'incidence qui repère la direction de la source. On observe à l'infini, on repère par i la direction du point d'observation M . On se place dans un milieu d'indice n .



- 1) Calculer la différence de marche entre deux rayons successifs.
- 2) Pour que la lumière diffractée dans une direction i soit observable, il faut que les interférences entre les ondes issues de deux motifs successifs soient constructives. Quelles sont alors les valeurs possibles pour l'ordre d'interférences ?

On obtient donc la **formule des réseaux**, qui nous donne la valeur de l'angle d'émergence, i_p , du réseau pour une frange brillante en fonction de l'angle d'incidence, i_0 , et de l'ordre d'interférence p entier :

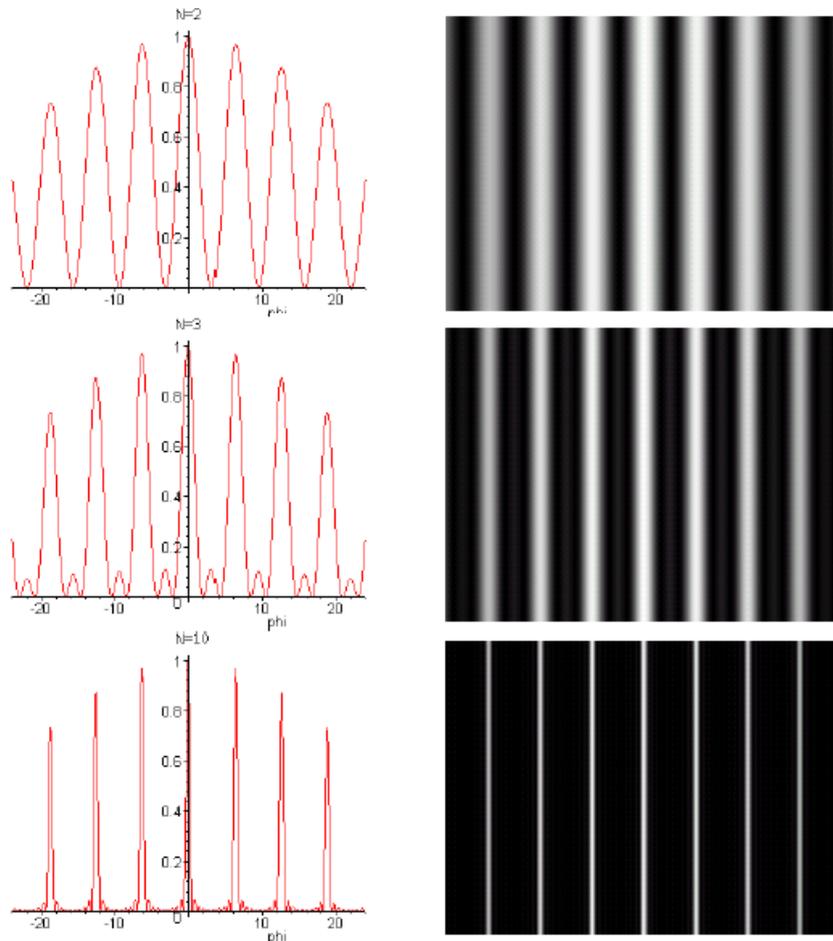
$$a(\sin i_p - \sin i_0) = p\lambda_0 \quad p \in \mathbb{Z} \quad (1)$$

La répartition d'intensité est tracée en fonction de cette différence de marche. On remarque que la position des maxima est indépendante de N , ils correspondent à p entier.

De plus, on peut montrer que :

- Les maxima sont d'autant plus fins que N est grand,
- Entre deux maxima "principaux" d'intensité lumineuse, il existe des maxima "secondaires" mais dont l'importance devient négligeable quand N devient grand.

Voici différents tracés de l'éclairement en fonction de N .



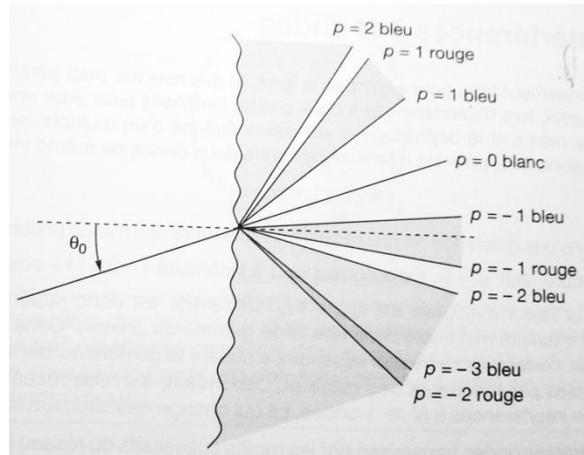
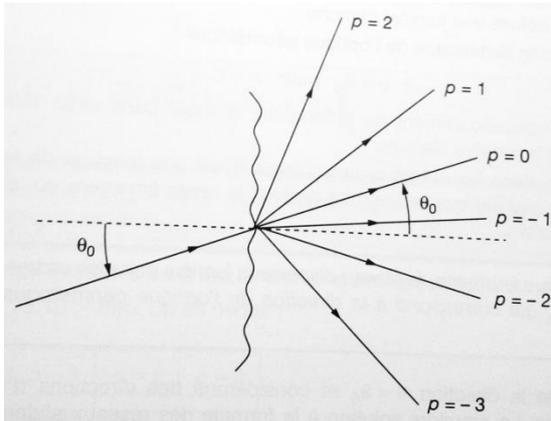
4.3 Dispersion d'un réseau

4.3.1 Ordre 0

3) Quelle est la direction (angle $i_{p=0}$) correspondant à un ordre d'interférence nul ? Peut-on y distinguer les différentes longueurs d'onde composant notre source ?

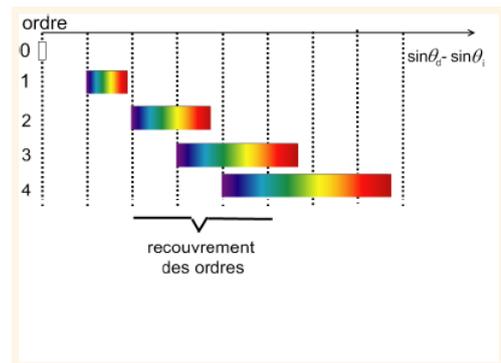
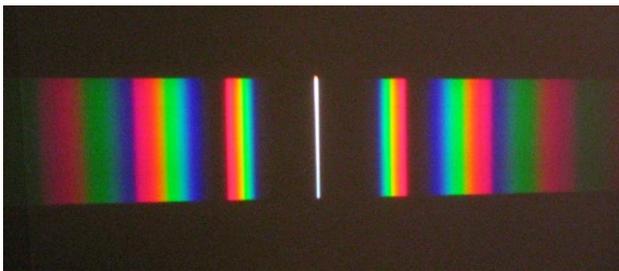
4.3.2 Ordre p

Les autres solutions dépendent de la longueur d'onde. Le réseau est dispersif. On va ainsi parler de "la raie d'ordre p " afin de distinguer les différentes raies observées correspondant aux différentes valeurs de p . Ce sont les plus grandes longueurs d'onde qui sont le plus déviées.



4.3.3 Cas de la lumière blanche

Pour l'ordre 0, on obtiendra une raie blanche, puis à partir de l'ordre 1, la lumière blanche sera dispersée avec dans l'ordre du bleu (longueur d'onde plus faible) au rouge (longueur d'onde plus élevée). Il peut arriver que les différents ordres se recouvrent, c'est-à-dire qu'un ordre commence alors que le précédent n'est pas achevé.



Un réseau peut donc être utilisé en tant que spectromètre ou spectroscopie, c'est-à-dire pour mesurer les longueurs d'onde composant un rayonnement.

5 Questions de cours

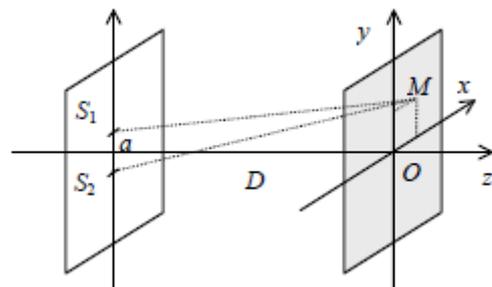
- 1) Soit deux sources secondaires S_1 et S_2 issues d'une même source S qui émettent des ondes planes monochromatiques de pulsations respectives ω_1 et ω_2 . On appelle $s_1(t)$ l'amplitude scalaire émise par S_1 et I_1 son intensité et $s_2(t)$ celle émise par S_2 d'intensité I_2 . Donner l'expression de $s_1(M,t)$ et $s_2(M,t)$. En déduire l'expression de l'intensité lumineuse résultant de la superposition de ces deux ondes.
- 2) Sous quelles conditions les deux sources précédentes sont-elles dites cohérentes ? Comment s'écrit alors la formule de Fresnel ?
- 3) Qualitativement dans quels cas obtient-on des franges d'interférences rectilignes ? circulaires ? Qu'appelle-t-on interférences non localisées ?
- 4) Faire un schéma expliquant l'interféromètre des trous d'Young. Quelles observations pouvez-vous faire ?
- 5) Démontrer l'expression de la différence de marche entre deux rayons passant par chacune des sources secondaires et se recouvrant en un point M de l'écran. On pose : $D \gg a, |x|, |y| \gg \lambda$. En supposant que les deux ondes interférant ont la même intensité lumineuse I_0 , en déduire l'expression de l'intensité lumineuse au point M .
- 6) Qu'appelle-t-on interfrange ? Retrouver son expression.

6 Exercices

6.1 Interférences entre deux ondes monochromatiques

Soit deux sources secondaires S_1 et S_2 issues d'une même source S . Elles produisent donc la même intensité lumineuse I_0 , ont la même phase à l'origine et la même pulsation ω . On appelle $s_1(t)$ l'amplitude scalaire émise par S_1 et $s_2(t)$ celle émise par S_2 .

- 1) Donner l'expression de $s_1(M,t)$ et $s_2(M,t)$.
- 2) En déduire l'expression de l'intensité lumineuse $I(M)$ résultant de la superposition de ces deux ondes.
- 3) Les sources sont placées dans un plan parallèle à l'écran où l'on cherche à observer les interférences. (Voir figure ci-contre)
On pose : $D \gg a, |x|, |y| \gg \lambda$
 - a) Exprimer la différence de marche δ entre les deux rayons.
 - b) En déduire l'expression de l'intensité lumineuse au point $M(x, y, 0)$.
 - c) Quelle est la forme de la figure d'interférence observée sur l'écran ?
 - d) Donner l'expression de l'ordre d'interférence p .
 - e) On appelle interfrange, i , la distance entre deux franges consécutives. Donner son expression.
- 4) Déterminer l'ordre d'interférence et l'intensité lumineuse en un point $M(x, y, 0)$ de l'écran, ainsi que l'interfrange dans les cas suivants :
 - a) La source S est sur la médiatrice de S_1S_2 ;
 - b) La source S est déplacée dans un plan parallèle à l'écran, d'une quantité x_s , parallèlement à Ox ;

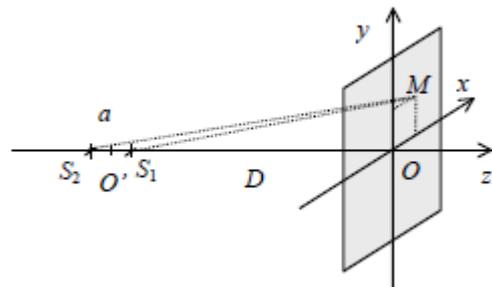


- c) La source S est déplacée dans un plan parallèle à l'écran, d'une quantité y_s , parallèlement à Oy .
- 5) La source S est replacée sur la médiatrice de S_1S_2 ; on place devant le trou S_1 une lame de verre à faces parallèles, d'indice n et d'épaisseur.
- a) Déterminer le nouvel ordre d'interférence en M et la position de la frange centrale.
- b) On maintient la lame devant S_1 et on place devant S_2 une autre lame à faces parallèles en verre d'indice n' et d'épaisseur e' . Calculer e' pour que la frange centrale revienne en O ; on donne : $e = 420\mu\text{m}$; $n = 1,50$; $n' = 1,70$.

6) Les sources sont placées dans un plan perpendiculaire à l'écran où l'on cherche à observer les interférences. (Voir figure ci-contre)

On pose : $D \gg a, |x|, |y| \gg \lambda$

- a) Exprimer la différence de marche δ entre les deux rayons.
- b) En déduire l'expression de l'intensité lumineuse au point $M(x, y, 0)$.
- c) Quelle est la forme de la figure d'interférence observée sur l'écran ?
- d) Donner l'expression de l'ordre d'interférence p .
- e) Etablir l'expression du rayon r_p de l'anneau correspondant à l'ordre d'interférence p .

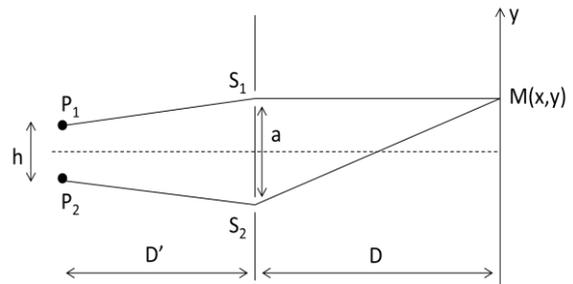


6.2 Etude du contraste : source constituée de deux points

On considère une source monochromatique constituée de deux points P_1 et P_2 , séparés d'une distance h et qui éclaire deux trous d'Young.

Les deux points sources P_1 et P_2 sont incohérents.

- 1) Comment obtenir l'intensité lumineuse totale au point M ?
- 2) Donner son expression sous la forme : $I = 4I_0(1 + \cos\alpha \cos\beta)$. On précisera la valeur de α et β .



- 3) L'un des deux cosinus précédent ne dépend pas de la position du point M . On appelle ce terme contraste de la figure d'interférence. Expliquer pourquoi.
- 4) Lorsque le contraste de la figure est nul, on dit qu'il y a anti-coïncidence. Pourquoi ?
- 5) Lorsque le contraste de la figure est maximal, on dit qu'il y a coïncidence. Pourquoi ?
- 6) A partir de cet exemple, expliquer pourquoi dans le cas d'une simple fente source, celle-ci doit être suffisamment fine pour obtenir une figure d'interférence contrastée. On dit que la source doit être plus fine que la longueur de cohérence spatiale.

6.3 Etude du contraste : source constituée de deux longueurs d'onde

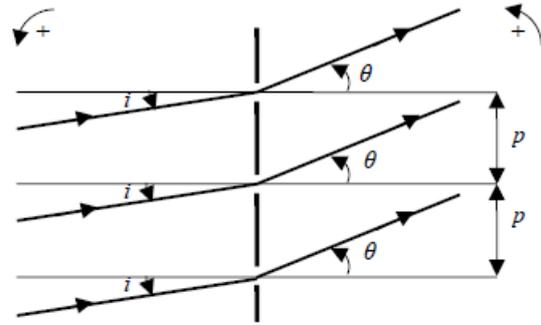
On considère une source ponctuelle délivrant deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 très proches telles que $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \ll (\lambda_1, \lambda_2)$ qui éclaire deux trous d'Young. On utilise, par exemple, une lampe à vapeur de sodium.

- 1) Comment obtenir l'intensité lumineuse totale au point M ?
- 2) Donner son expression sous la forme : $I = 4I_0(1 + \cos\alpha \cos\beta)$. On précisera la valeur de α et β .

- 3) Dans l'un des deux cosinus on retrouve une périodicité égale à l'interfrange. Le second cosinus est appelé contraste. Expliquer pourquoi.
- 4) Pour quelle valeur de $\Delta\lambda$ observe-t-on un brouillage de la figure d'interférence ?
- 5) Expliquez le phénomène en revenant sur la notion de cohérence temporelle.

6.4 Réseau par transmission (MP CCP 2006)

Considérons un réseau plan constitué de N fentes identiques, fines et parallèles. On pose p le pas de ce réseau utilisé par transmission.



1) Le réseau est éclairé par un faisceau parallèle, monochromatique, de longueur d'onde λ , sous une incidence i . Le faisceau est diffracté à l'infini dans la direction θ . Les angles i et θ mentionnés sont positifs.

a) Exprimer la différence de marche δ entre deux rayons homologues séparés d'une distance p dans le plan du réseau.

b) Déterminer les directions θ_k des maximums principaux d'ordre k .

2) On suppose que le spectre de raies des radiations du mercure est limité par les radiations violette ($\lambda_v = 400nm$) et rouge ($\lambda_r = 700nm$).

a) Déterminer les ordres observables, sous une incidence de 30° , pour ces deux radiations et avec un réseau de pas $p = 2\mu m$.

b) A partir de quel ordre se produit le recouvrement des spectres ? Justifier votre réponse.

6.5 Recouvrement des ordres

Un réseau comportant $n_0 = 800$ motifs par millimètre est éclairé par une lampe à vapeur atomique en incidence normale. Les longueurs d'onde sont comprises entre $\lambda_{\min} = 404,7nm$ et $\lambda_{\max} = 579,1nm$. Les spectres se recouvrent-ils et, si oui, à partir de quel ordre ?