

Energie du champ électromagnétique

Extrait du programme

Dans la partie 4, on s'intéresse à l'aspect énergétique de l'électromagnétisme. Aucun modèle relatif à la loi d'Ohm locale n'est exigible ; l'accent est mis sur les échanges d'énergie entre la matière et le champ électromagnétique, sur l'utilisation du flux du vecteur de Poynting pour évaluer une puissance rayonnée à travers une surface et sur les bilans d'énergie et de puissance.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Énergie du champ électromagnétique	
Densité volumique de force électromagnétique. Puissance volumique cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charge.	Établir et utiliser l'expression de la puissance volumique cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charge.
Loi d'Ohm locale ; densité volumique de puissance Joule.	Analyser les aspects énergétiques dans le cas particulier d'un milieu ohmique.
Densité volumique d'énergie électromagnétique et vecteur de Poynting : bilan d'énergie.	Utiliser le flux du vecteur de Poynting à travers une surface orientée pour évaluer la puissance rayonnée. Effectuer un bilan d'énergie sous forme globale.

Sommaire

1 Bilan d'énergie électromagnétique

- 1.1 Densité volumique d'énergie électromagnétique
- 1.2 Puissance volumique cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charge
- 1.3 Puissance rayonnée
- 1.4 Equation de conservation de l'énergie électromagnétique

2 Bilan énergétique dans un conducteur ohmique

- 2.1 Loi d'Ohm locale
- 2.2 Forme intégrale de la loi d'Ohm
- 2.3 Densité volumique de puissance cédée par effet Joule

3 Questions de cours

- 1) Donner l'expression de la densité volumique de puissance cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charge.
- 2) Donner la loi d'Ohm locale. Dans quel cas peut-on l'utiliser ? Quelle relation retrouve-t-on si on l'intègre ? Comment exprimer la résistance d'un conducteur cylindrique ?
- 3) Sous quelle forme peut-on réécrire la densité volumique de puissance cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charge dans un conducteur ohmique ? En l'intégrant sur le volume d'un conducteur ohmique cylindrique, quelle expression retrouve-t-on ? Comment peut-on aussi nommer cette puissance ?
- 4) Démontrer l'équation locale de conservation de l'énergie électromagnétique. On expliquera bien la signification de chacun des termes.
- 5) Donner l'expression de la densité volumique d'énergie électromagnétique, du vecteur de Poynting et de la puissance rayonnée.

4 Exercices

4.1 Cas particulier du condensateur plan

On considère un condensateur plan dont les armatures de charges opposées ($Q, -Q$) ont une surface S et sont distantes de d . Le champ électrostatique créé entre ses deux armatures est uniforme de norme E_0 . La tension à ses bornes est notée U .

- 1) Donner l'expression de l'énergie stockée dans un condensateur en fonction de la valeur de sa capacité C et de U .
- 2) Déterminer l'expression du champ électrostatique entre ses armatures (que l'on pourra supposées infinies dans ce cas). On donnera alors l'expression de E_0 en fonction de Q , S et ε_0 .
- 3) Déterminer alors l'expression de la tension U entre ses bornes en fonction de E_0 et d .
- 4) Retrouver alors l'expression de la capacité d'un condensateur plan en fonction de ses dimensions S et d et de ε_0 .
- 5) En déduire une nouvelle expression de l'énergie stockée dans le condensateur en fonction de E_0 et de ses dimensions.
- 6) En déduire la densité volumique d'énergie électrique.

4.2 Cas particulier du solénoïde infini

On considère un solénoïde de longueur l contenant N spires de section S parcouru par un courant i .

- 1) Donner l'expression de l'énergie emmagasinée dans une bobine en fonction de la valeur de son inductance L et de i .
- 2) Déterminer l'expression du champ magnétostatique à l'intérieur du solénoïde (que l'on considèrera infini dans ce cas) en le supposant nul à l'extérieur. On notera B_0 sa norme que l'on exprimera en fonction de μ_0 , N , l et i .
- 3) Déterminer le flux propre ϕ_{propre} du solénoïde.
- 4) Retrouver l'expression de l'inductance du solénoïde en fonction de ses dimensions S et l et de N et μ_0 .

- 5) En déduire une nouvelle expression de l'énergie emmagasinée dans la bobine en fonction de B_0 et de ses dimensions.
- 6) En déduire la densité volumique d'énergie magnétique.

4.3 Bilan d'énergie dans un conducteur ohmique

On considère un conducteur cylindrique parcouru par une intensité I uniformément répartie et de conductivité γ uniforme. Il est de section S , de rayon a , de longueur L et dirigé selon Oz .

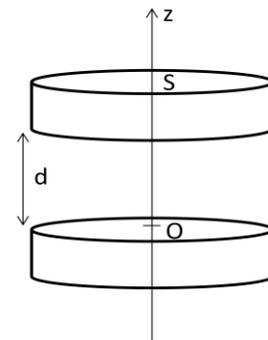
- 1) Donner la loi d'Ohm locale.
- 2) En déduire la puissance cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charges.
- 3) Donner l'expression du champ magnétique créé par le cylindre pour $r > a$. On supposera le cylindre infini.
- 4) Donner l'expression du vecteur de Poynting.
- 5) En déduire la valeur de la puissance entrant par rayonnement dans le dipôle. Conclure.
- 6) Le raisonnement tenu ci-dessus est en partie généralisable à tout dipôle électrique auquel un circuit extérieur impose une différence de potentiel stationnaire U et qui est traversé par un courant d'intensité I . Exprimer le champ électrique en fonction de U et L . Remplacer dans l'expression du vecteur de Poynting en utilisant l'expression du champ magnétique trouvée à la question 3. Quelle est alors l'expression de la puissance rayonnée en fonction de U et I . Commenter.

4.4 Charge d'un condensateur

On effectue le bilan énergétique d'un condensateur lors de sa charge très lente (ARQS). On raisonne sur un modèle de condensateur plan, de section circulaire S , rayon R , d'axe Oz et de distance inter-armatures d .

Dans le cadre de l'ARQS : $R\omega \ll c$.

On note $q(t) = q_0 \cos(\omega t)$ la charge de l'armature du condensateur située en $z = d$.



- 1) Quelle est l'expression du champ électrique entre les deux armatures ? La variation du champ électrique est à l'origine de l'existence d'un courant de déplacement. Quelle est son expression ?
- 2) Quelle est la valeur de la densité de courant volumique \vec{j} entre les deux armatures ? Quelle est l'expression du champ magnétique entre les deux armatures ? (Utiliser le théorème d'Ampère)
- 3) Comparer les ordres de grandeur des termes électrique et magnétique de la densité volumique d'énergie. Donner alors l'expression de l'énergie électromagnétique, U , stockée dans le condensateur. Où est-elle localisée ? Donner aussi l'expression de la dérivée de U par rapport au temps.
- 4) Quelle est l'expression du vecteur de Poynting ? Exprimer alors la puissance rayonnée à travers la surface latérale du condensateur.
- 5) Faire un bilan d'énergie. Conclure.

4.5 Bilan énergétique associé à un solénoïde dans l'ARQS

Un solénoïde infini, de section circulaire de rayon a , comprend n spires par unité de longueur, chacune étant parcourue par un courant d'intensité $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$. On suppose le courant suffisamment lentement variable pour se placer dans l'ARQS et que les lois de la magnétostatique sont applicables : $a\omega \ll c$.

- 1) Donner l'expression du champ magnétique qui existe à l'intérieur du solénoïde.
- 2) En déduire l'expression du champ électrique en tout point M à l'intérieur du solénoïde.
- 3) Comparer les ordres de grandeur des termes électrique et magnétique de la densité volumique d'énergie. Donner alors l'expression de l'énergie électromagnétique, U , stockée dans une portion de longueur d du solénoïde. Où est-elle localisée ? Donner aussi l'expression de la dérivée de U .
- 4) Calculer l'expression du vecteur de Poynting, puis sa puissance rayonnée à travers la paroi du solénoïde (cylindre d'axe (Oz) de rayon a et de hauteur d).
- 5) Interpréter les résultats précédents.

En coordonnées cylindriques : $\vec{\text{rot}} \vec{a} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial a_z}{\partial \theta} - \frac{\partial a_\theta}{\partial z} \right) \vec{u}_r + \left(\frac{\partial a_r}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial r} \right) \vec{u}_\theta + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r a_\theta}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial a_r}{\partial \theta} \right) \vec{u}_z$