Description d'un fluide en écoulement stationnaire dans une conduite

Extrait du programme

La partie **4** introduit le point de vue eulérien pour l'étude des écoulements. Il s'agit de décrire simplement un écoulement en identifiant des tubes de courant sur lesquels des bilans pourront ensuite être effectués. On pourra faire le lien avec la signification physique des opérateurs rotationnel et divergence introduits dans le cours d'électromagnétisme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Description d'un fluide en écoulement stationnaire dans une conduite.	
Grandeurs eulériennes. Régime stationnaire.	Décrire localement les propriétés thermodynamiques et mécaniques d'un fluide à l'aide des grandeurs intensives pertinentes.
Lignes et tubes de courant.	Déduire le caractère divergent ou rotationnel d'un écoulement à l'aide d'une carte de champ de vitesse fournie.
Débit massique.	Exprimer le débit massique en fonction de la vitesse d'écoulement. Exploiter la conservation du débit massique.
Débit volumique.	Justifier l'intérêt d'utiliser le débit volumique pour l'étude d'un fluide incompressible en écoulement.
Fluides parfaits. Fluides newtoniens : notion de viscosité.	Caractériser un fluide parfait par un profil de vitesse uniforme dans une même section droite. Citer des ordres de grandeur de viscosité de gaz et de liquides (dans le cadre des machines hydrauliques et thermiques, des lubrifiants, …). Relier l'expression de la force surfacique de cisaillement au profil de vitesse. Exploiter les conditions aux limites du champ de vitesse d'un fluide dans une conduite. Lier qualitativement l'irréversibilité d'un écoulement à la viscosité.

Sommaire

5 Questions de cours

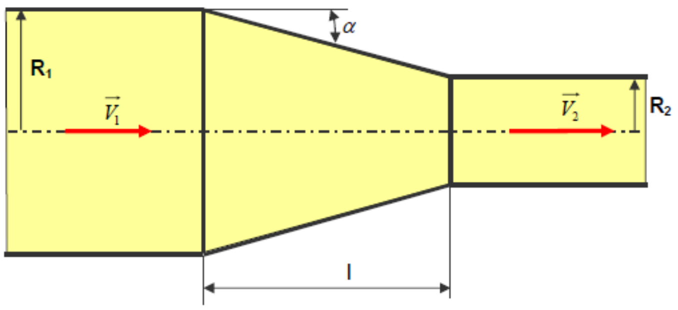
1) Expliquer ce que représente la description eulérienne d'un fluide.
2) Définir la notion de ligne de courant et de tube de courant.
3) Qu'appelle-t-on écoulement uniforme, divergent, rotationnel ? Donner des exemples .
4) Définir les débits massiques et volumiques. Donner leurs expressions en fonction de la vitesse d'écoulement du fluide pour un écoulement unidimensionnel ou un écoulement quelconque. Comment peut-on relier ces deux débits ?
5) Démontrer qu'il y a conservation du débit massique en régime stationnaire. Que se passe-t-il si le fluide est de plus incompressible ?
6) Qu'est-ce qu'un fluide parfait ? un fluide Newtonien ?
7) Donner la définition de la force de cisaillement intervenant dans un fluide visqueux. On n'oubliera pas de préciser les conventions choisies. Donner les unités des termes entrant dans l'équation.
8) Que vaut la viscosité dans un fluide parfait ? D'un point de vue thermodynamique, à quoi peut-on associer la viscosité ?

6 Exercices

6.1 Conservation du débit

On veut accélérer la circulation d'un fluide incompressible en écoulement stationnaire dans une conduite de telle sorte que sa vitesse soit multipliée par 4. Pour cela, la conduite comporte un convergent caractérisé par l'angle α .

1) Calculer le rapport des rayons $\left(R_1/R_2\right)$.
2) Calculer $\left(R_1 - R_2\right)$ en fonction de l et α . En déduire la longueur l .
Données : $R_1 = 50mm$ et $\alpha = 15°$



6.2 Ecoulement sanguin

A la sortie du cœur, l'aorte peut être considérée comme une conduite cylindrique de rayon $a_0 = 1cm$. Le débit volumique est $D_V = 6L.min^{-1}$ et on suppose que l'écoulement peut être considéré comme stationnaire. Sa masse volumique vaut $\mu = 1,0.10^3 kg.m^{-3}$.

1) Quelle est la vitesse v du sang dans l'aorte ? On supposera que le champ des vitesses est uniforme sur une section droite.

Le sang est évacué du cœur d'abord au niveau de l'aorte, qui se divise en N_a artères de rayon a_a , puis en N'_a artérioles de rayon $a'_a = 20\mu m$. Le débit volumique au travers d'une artère est $D_{V,a} = 2.10^{-6} m^3.s^{-1}$.

2) Calculer le nombre N_a d'artères.

3) Faire de même avec N'_a sachant que la vitesse du sang dans une artériole est $v'_a = 5mm.s^{-1}$.

6.3 Modélisation d'un tourbillon de vidange

On modélise, en coordonnées cylindriques d'axe (Oz), le tourbillon de vidange d'un lavabo par un cœur cylindrique de rayon a et d'axe (Oz) dans lequel la vitesse est donnée par $\vec{v} = r\omega\overrightarrow{u_\theta}$ où ω est la vitesse angulaire du fluide. Dans la zone périphérique qui entoure le cœur, le champ des vitesse est de la forme $\vec{v} = \frac{C}{r}\overrightarrow{u_\theta}$, où C est une constante.

En coordonnes cylindriques : $\overrightarrow{rot}\vec{v} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial v_z}{\partial\theta} - \frac{\partial v_\theta}{\partial z}\right)\overrightarrow{u_r} + \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r}\right)\overrightarrow{u_\theta} + \left(\frac{1}{r}\frac{\partial r v_\theta}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial v_r}{\partial\theta}\right)\overrightarrow{u_z}$

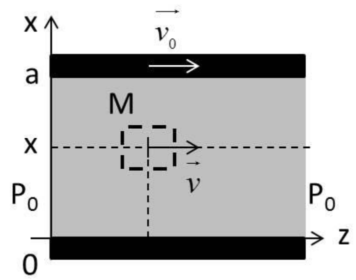
1) Tracer l'allure de v en fonction de r. En déduire l'expression de la constante C.

2) Montrer que l'écoulement n'est rotationnel que dans une région que l'on précisera.

3) On se place dans la zone périphérique du tourbillon. Donner l'allure des lignes de courants dans un plan orthogonal à (Oz). Décrire brièvement le mouvement d'un bouchon placé à la surface de l'eau dans cette zone. Le bouchon tourne-t-il sur lui-même ? Tourne-t-il autour de l'axe du tourbillon ?

6.4 Ecoulement de Couette plan

Un fluide incompressible de masse volumique μ et de viscosité dynamique η est en écoulement stationnaire dans une conduite de longueur L selon (Oz), entre deux plaques l'une en $x = 0$ fixe et l'autre en $x = a$ animée d'une vitesse $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{u_z}$. Le champ des vitesses s'écrit donc : $\vec{v} = v_z(x)\overrightarrow{u_z}$. La pression est supposée être la même en entrée et en sortie de la conduite égale à P_0. Soit une particule de fluide de volume dV appartenant à cet écoulement, centrée sur le point $M(x, y, z)$ et assimilée à un point matériel.



1) Faire un bilan des forces sur la particule de fluide.

2) Donner l'expression de la vitesse de cette particule de fluide.

6.5 Modélisation d'une lubrification

Un fluide newtonien est réparti sur une hauteur e entre deux plaques horizontales très longues. La plaque du dessous est immobile et celle de dessus possède la vitesse constante v_0.

1) Quelles sont les conditions aux limites vérifiées par la vitesse de l'écoulement ?

2) Proposer la forme la plus simple possible de champ des vitesses vérifiant ces conditions.

3) Quelle est la composante horizontale de la force exercée par le fluide, par unité de surface, sur la plaque supérieure ?

Un bloc parallélépipédique, de surface carrée de côté $a = 10cm$ et de masse $m = 1kg$, est posé sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 45°$ par rapport à l'horizontale. Le plan incliné est lubrifié, c'est-à-dire enduit d'une huile de viscosité dynamique η. La plaque se met alors en mouvement. On suppose que l'écoulement de l'huile peut être modélisé de la même manière qu'au début de cet exercice, avec une épaisseur $e = 1mm$ d'huile. Le champ de pesanteur est noté $g \simeq 9{,}8 m.s^{-2}$.

4) En déduire l'équation du mouvement du bloc.

5) Après un certain temps, la vitesse du bloc se stabilise à la valeur $v_f = 0{,}5 m.s^{-1}$. En déduire la viscosité η de l'huile.

6) Quelle est la durée du régime transitoire ?