Énergétique des fluides en écoulement laminaire stationnaire dans une conduite

Extrait du programme

Dans la partie **5**, on effectue des bilans énergétiques dans une conduite. On se place dans un premier temps dans le cadre de la dynamique des fluides parfaits. Toute utilisation de l'équation d'Euler ou de Navier-Stokes est exclue. On établit la relation de Bernoulli, puis on prend en compte les pertes de charge dans les conduites. On initie à ce sujet les étudiants à la lecture d'abaques. Dans un second temps, on tient compte des transferts thermiques pour exprimer les principes de la thermodynamique pour un système en écoulement.

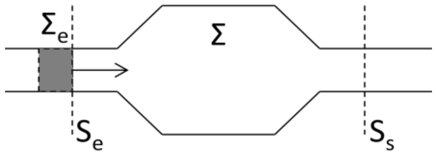
Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Énergétique des fluides en écoulement laminaire stationnaire dans une conduite.	
Bilan de grandeurs énergétiques extensives.	Définir un volume et une surface de contrôle stationnaire. Énoncer et mettre en oeuvre la conservation de l'énergie mécanique pour des systèmes ouverts et fermés.
Bilan d'énergie pour un fluide parfait, relation de Bernoulli.	Établir un bilan de puissance pour un circuit hydraulique ou pneumatique avec ou sans pompe. Exploiter la relation de Bernoulli pour un fluide incompressible. **Approche documentaire :** Analyser des méthodes et des dispositifs de mesure des grandeurs caractéristiques d'un écoulement.
Perte de charge singulière et régulière.	Modifier la relation de Bernoulli afin de tenir compte de la dissipation d'énergie mécanique par frottement. **Mettre en évidence la perte de charge.**
Travail indiqué w_i.	Définir le travail indiqué comme la somme des travaux autres que ceux des forces de pression d'admission et de refoulement. Relier la notion de travail indiqué à la présence de parties mobiles.
Premier et second principes pour un écoulement stationnaire unidimensionnel d'un système à une entrée et une sortie	Établir et utiliser ces principes sous la forme : • $\Delta h + \Delta e_c + \Delta(gz) = w_i + q_e$ • $\Delta s = s_{éch} + s_{créée}$. Associer l'entropie massique créée aux causes d'irréversibilité de fonctionnement de la machine. Repérer les termes usuellement négligés.

Sommaire

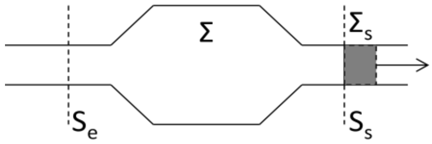
6 Questions de cours

1) Qu'appelle-t-on surface de contrôle, volume de contrôle ? Qu'est-ce qu'un système ouvert ?

2) En utilisant le système suivant, faire un bilan d'énergie entre les instants t et t + dt.



Instant t
Système Σ ouvert
+ masse δm dans Σ_e de fluide pénétrant dans Σ pendant dt



Instant t + dt
Système Σ ouvert
+ masse δm dans Σ_s de fluide sortant de Σ pendant dt

3) En réalisant un bilan d'énergie sur un système fermé que l'on précisera, aboutir à la relation de Bernoulli.

4) Donner la relation de Bernoulli en précisant toutes les hypothèses nécessaires.

5) Comment modifie-t-on la relation de Bernoulli afin de tenir compte de la dissipation d'énergie par frottement ?

6) Qu'appelle-t-on perte de charge ?

7) Qu'appelle-t-on travail indiqué ?

8) Démontrer l'expression du premier principe pour un système ouvert.

9) Quels termes peuvent être usuellement négligés ? Pourquoi ?

10) Démontrer l'expression du second principe pour un système ouvert.

7 Exercices

7.1 Vase de Mariotte

Le vase de Mariotte est un dispositif très utile pour mettre en évidence le théorème de Torricelli.

Ce vase est composé d'un récipient cylindrique recevant le liquide étudié, ici de l'eau, d'un tube de sortie équipé d'une pince de Mohr, d'un tube vertical entouré d'un bouchon en caoutchouc (Figure 1).

1) On considère tout d'abord le vase de Mariotte sans le tube vertical (figure 2). Quelle est la pression au point B ? Ecrire la relation de Bernoulli entre A et B. Que peut-on dire de la hauteur z_A ? Comment évoluera alors la vitesse du point B au cours du temps ?

2) On considère maintenant le vase de Mariotte représenté sur la figure 3. Le tube vertical ne contient pas de liquide. On prendra $z_A > z_C$. Quelle est la pression au point C ? Ecrire la relation de Bernoulli entre C et B. Que peut-on dire de la hauteur z_C ? de la vitesse en C ? Comment évoluera alors la vitesse du point B au cours du temps ? Quelle est alors l'influence de la hauteur z_C sur le débit volumique ?

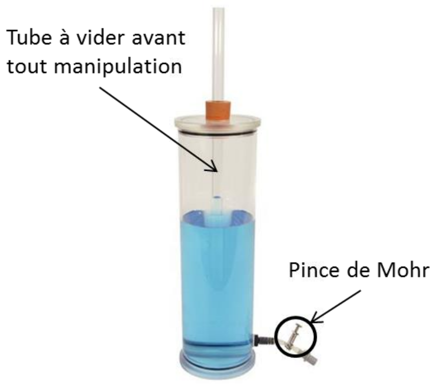


Figure 1

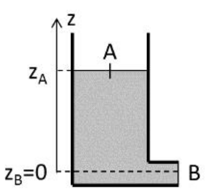


Figure 2

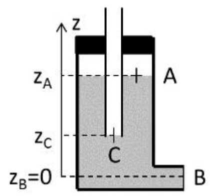
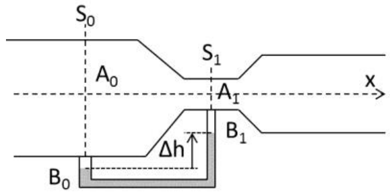


Figure 3

7.2 Mesure de débit

1) Un capteur destiné à mesurer le débit d'un fluide est constitué d'un étranglement. On note S_0 et S_1 les sections au niveau des points A_0 et A_1 situés sur une ligne de courant moyenne.



Un tube coudé vient se brancher latéralement sur la conduite, il contient une certaine quantité de mercure (masse volumique $\mu_{Hg} = 1{,}36.10^4 kg.m^{-3}$), qui se déplace lorsque le capteur est parcouru par un fluide.
En régime stationnaire, le dénivelé entre les points B_0 et B_1 situés sur les deux surface de mercure est Δh. Le fluide qui traverse le capteur est supposé incompressible, de masse volumique $\mu \ll \mu_{Hg}$, on le considère parfait. Appliquer la formule de Bernoulli entre les points A_0 et A_1 et relier les vitesses v_0 et v_1 à la différence des pressions P_0 et P_1 entre ces points.

2) On admet que la formule utilisable dans le cadre de la statique des fluides s'applique entre les points A_0 et B_0, ainsi qu'entre A_1 et B_1 (trajet perpendiculaires à un écoulement laminaire). En déduire une relation entre P_0 , P_1 et Δh.

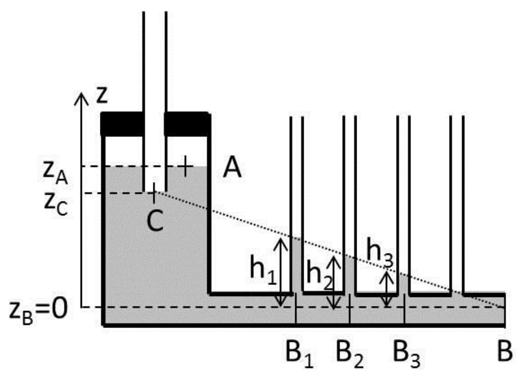
3) Que peut-on dire de la répartition des vitesses sur chacune des sections S_0 et S_1 ? En déduire une relation entre le débit volumique et le dénivelé Δh.

4) En pratique, cette loi n'est pas très bien suivie, pour quelles raisons ?

5) On retient néanmoins la proportionnalité du débit à Δh^{α} . Quelle valeur de l'exposant α suggère l'étude idéale ? Comment obtenir en pratique un capteur exploitable ?

7.3 Mise en évidence d'une perte de charge régulière

En sortie du vase de Mariotte présenté dans l'exercice 8.1, il est possible de relier un dispositif permettant de mettre en évidence les pertes de charges dans une conduite cylindrique. Ce dispositif est composé un tube horizontal de diamètre D surmonté de tubes verticaux, appelés piézométriques, de diamètres $d \ll D$. Deux tubes verticaux consécutifs sont espacés d'une longueur L Alors que le fluide s'écoule dans le tube horizontal, on peut le supposer fixe dans les tubes verticaux. Lors de l'écoulement, on s'aperçoit que le fluide ne monte pas de la même hauteur dans chacun des tubes verticaux.

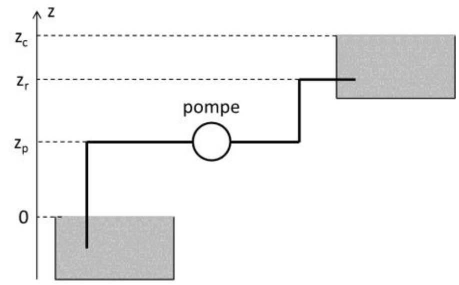


1) Expliquer pourquoi les tubes verticaux sont appelés prise latérale de pression.

2) Pourquoi n'a-t-on pas la même hauteur dans chacun des tubes verticaux ? Exprimer la différence de pression entre B_1 et B_3.

3) En déduire la valeur de la perte de charge par unité de longueur. Comment appelle-t-on cette perte de charge ?

7.4 Adduction d'un village



On s'intéresse au réseau d'alimentation en eau potable d'un village. Une pompe aspire de l'eau dans un bassin, dont l'altitude de la surface libre sert d'origine à l'axe (Oz) vertical ascendant. La conduite d'aspiration reliant le bassin à la pompe est de longueur $L_a = 20m$ et de diamètre $D_a = 0,20m$. Elle comporte un coude pour lequel la perte de charge singulière a pour coefficient $\alpha_a = 4,5$. La pompe est à une altitude $z_p = 3,0m$.

La conduite de refoulement qui emmène l'eau de la pompe au château d'eau est de longueur $L_r = 3,2km$ et de diamètre $D_r = 0,20m$. Elle comporte deux coudes pour lesquels la perte de charge singulière totale a pour coefficient $\alpha_r = 2,25$. L'arrivée de cette conduite est à une altitude $z_r = 240m$. Dans le château d'eau, la surface libre de l'eau est à une altitude $z_c = 250m$. Ces deux conduites sont réalisées avec le même matériau et présentent une rugosité $k = 0,80mm$. La pompe fonctionne jour et nuit, avec un débit $Q_v = 115\ m^3.h^{-1}$.

Le coefficient de perte de charge singulière est défini par : $\alpha = \dfrac{2\Delta P_{sing}}{\mu v^2}$

où ΔP_{sing} représente les pertes de charge singulière, v la vitesse de l'écoulement

Le coefficient de perte de charge régulière est défini par : $\lambda = \dfrac{2D\Delta P_{reg}}{\mu L v^2}$

où ΔP_{reg} représente les pertes de charge régulières, v la vitesse de l'écoulement, D le diamètre de la conduite et L la longueur de la conduite.

La valeur du nombre de Reynolds permet de savoir si le fluide s'écoule en régime laminaire ou turbulent. Il est défini par : $Re = \dfrac{\mu v D}{\eta}$

Données : - masse volumique de l'eau : $\mu = 10^3 kg.m^{-3}$

- viscosité de l'eau : $\eta = 10^{-3} Pl$
- accélération de la pesanteur : $g = 9,8m.s^{-1}$

1) Déterminer la vitesse v_a dans la conduite menant du bassin à la pompe. Quel est la valeur du nombre de Reynolds de l'écoulement dans la conduire ? Que peut-on en conclure ?

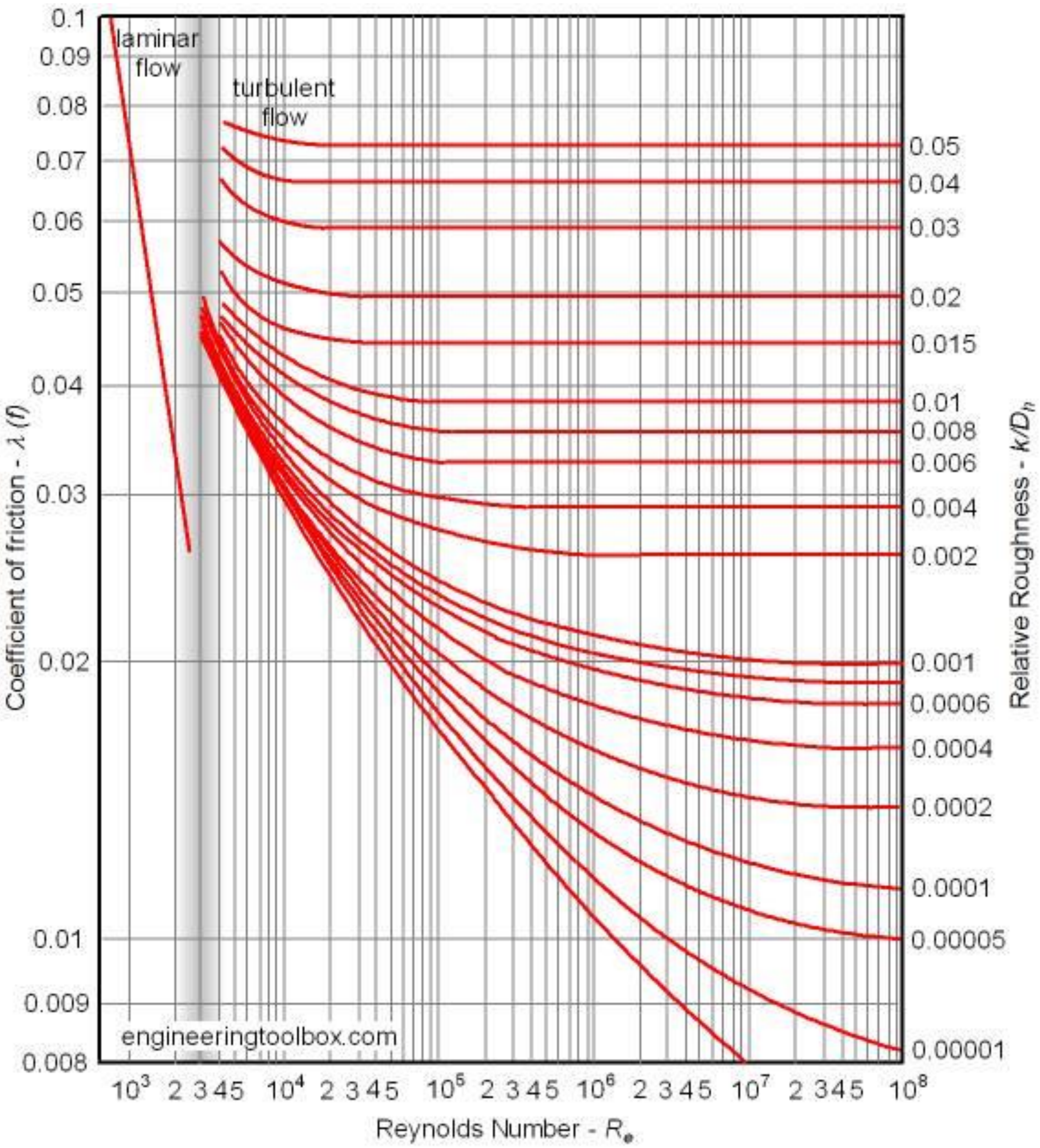
2) A l'aide de l'abaque ci-dessous, déterminer la valeur du coefficient de perte de charges régulière λ pour ces conduites. Que valent alors les pertes de charges régulières dans la conduite menant du bassin à la pompe ? et dans la conduite menant de la pompe au château d'eau ?

3) Que valent les pertes de charges singulières dans la conduite menant du bassin à la pompe ? et dans la conduite menant de la pompe au château d'eau ?

4) Quelle est la différence de pression ΔP_1 entre le bassin et l'entrée de la pompe ?

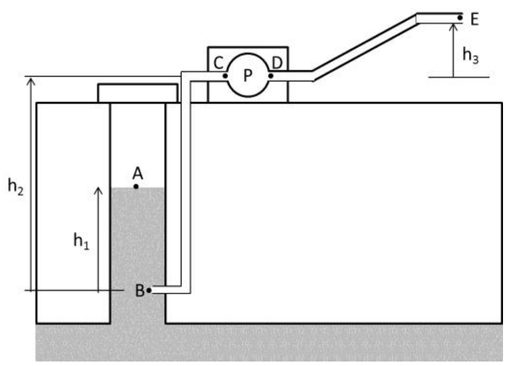
5) Quelle est la différence de pression ΔP_2 entre la sortie de la pompe et le château d'eau ?

6) Déterminer la puissance mécanique que doit fournir la pompe nécessaire au fonctionnement de cette installation.



7.5 Bilan de puissance dans une installation domestique

Un dispositif de captage d'eau fonctionne autour d'une pompe P connectée à un circuit d'aspiration (tronçon $B-C$) et un circuit de refoulement (tronçon $D-E$). L'exercice vise à déterminer la puissance qu'il est nécessaire de prévoir pour alimenter la pompe.



Le circuit d'aspiration assure la prise d'eau au point B situé au fond d'un puits consistant en une réserve d'eau renouvelée par un accès à une nappe phréatique. La surface (point A) sera supposée immobile et à la pression $P_A = P_0 = 1bar$. Les hauteurs $h_1 = 1,5\,\text{m}$ et $h_2 = 6m$ correspondent aux dénivellations entre :

- la surface de la réserve d'eau et le point B d'une part ;
- la surface du sol où est située la pompe et le point B d'autre part.

Le diamètre de la canalisation envisagé par le concepteur dans le circuit d'aspiration est soit $d_1 = 40mm$, soit $d'_1 = 50mm$.

Le circuit de refoulement en sortie de pompe permet de conduire le fluide jusqu'à un point d'utilisation E , où la pression requise est $P_E = P_0 + P_u$ où $P_u = 2{,}5bar$ (surpression utile). La dénivellation entre la pompe et le point E est définie par $h_3 = 3{,}5m$. Le diamètre de canalisation dans le circuit de refoulement est $d_2 = 32mm$.

Le débit volumique retenu pour l'étude est $D_V = 6m^3.h^{-1}$ et on se place en régime stationnaire. On adoptera $g = 9{,}8m.s^{-2}$.

1) Etude idéalisée (sans pertes)

a) Rappeler quelles hypothèses permettent d'utiliser la relation de Bernoulli. On se place dans ce cadre idéalisé.

b) Calculer la vitesse moyenne v_2 de l'écoulement dans le circuit de refoulement et en déduire l'énergie cinétique massique du fluide dans ce tronçon.

Comparer cette grandeur à la variation d'énergie potentielle massique de pesanteur pour une dénivellation de quelques mètres.

On pourra procéder désormais aux simplifications qui en découlent.

c) En appliquant la relation de Bernoulli à divers tronçons, estimer le travail massique que doit délivrer la pompe à l'écoulement.

d) En déduire la puissance d'alimentation.

2) Prise en compte des pertes de charge régulières

a) Pour cet écoulement, on propose la relation suivante, pour calculer la perte de charge régulière dans une conduite de longueur l et diamètre d_2 : $\Delta z_c = \frac{1}{6} \frac{1}{\sqrt[4]{\frac{v_2 d_2 \mu}{\eta}}} \frac{v_2^2}{d_2 g} l$ avec $\mu = 10^3 kg.m^{-3}$ et $\eta = 10^{-3} Pl$.

En déduire la perte de charge régulière, exprimée dans le circuit de refoulement dont la longueur de canalisation est $l_2 = 6m$. Préciser sa dimension.

b) Comment ce terme doit-il être pris en compte dans le bilan de puissance précédent ?

c) Pour le circuit d'aspiration, non visible, on peut choisir une plus grande section de conduite. Quel en est l'intérêt vis-à-vis du bilan de puissance ?

d) Déterminer la perte de charge régulière dans la partie aspiration, pour les deux diamètres envisagés sachant que la longueur de conduite est $l_1 = 6{,}5m$.

3) Estimation des pertes de charge singulières

On accepte la relation $\Delta P_c = K\mu \frac{v^2}{2}$ pour traduire les pertes de charge singulières cumulées dans chaque circuit. Pour l'aspiration $K_1 = 0{,}9$ et pour le refoulement $K_2 = 1{,}2$ (nombres sans dimension).

a) En déduire le cumul de pertes de charge singulières dans les deux circuits (on adopte désormais $d_1 = 40mm$ pour l'aspiration).

b) Rectifier le bilan de puissance de la pompe en tenant compte de toutes les pertes de charge.

4) Pertes au niveau de la pompe

On prend finalement en compte un rendement de 0,7 pour la pompe, déterminer la puissance d'alimentation requise.

7.6 Ordre de grandeur d'une puissance indiquée

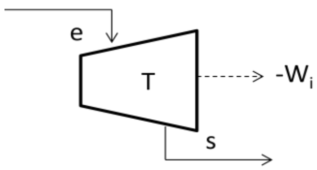
Une pompe immergée 10 mètres sous terre doit permettre de remonter de l'eau dans une installation située à la surface. La pression du liquide au niveau du captage est voisine de la pression atmosphérique et on désire disposer d'un débit égal à $D_V = 7m^3.h^{-1}$ avec, dans l'installation, une pression supérieure à la pression atmosphérique de 2,5 bar. Les sections des conduites sont identiques et on se place en régime stationnaire. On se livre ici à une estimation grossière, visant à dégager un ordre de grandeur de la puissance indiquée Ψ_i : toutes les causes de perte sont donc ignorées.

1) Estimer le travail indiqué massique nécessaire.
2) En déduire une estimation de la puissance indiquée.
3) Comparer à la puissance de fonctionnement d'un ustensile ménager courant. Peut-on conclure sur l'importance de la consommation électrique d'un tel élément ?

7.7 Détente d'un gaz dans une turbine

Un fluide vaporisé peut mettre en mouvement les pales d'une turbine. L'axe mis en rotation peut alors entrainer une autre machine, on récupère de l'énergie mécanique.

Dans une centrale nucléaire ou thermique, la turbine est l'élément dans lequel le fluide, qui a reçu l'énergie thermique issue de la réaction nucléaire ou de la combustion, se détend. La turbine entraine un alternateur, qui est un convertisseur électromécanique : recevant de la puissance mécanique de la part de la turbine, il la transforme en puissance électrique, celle qui sera délivrée par la centrale.



La conception d'une turbine est totalement orientée vers la récupération maximale d'énergie utile, au détriment de l'énergie cinétique du fluide, on peut donc la négliger. On pourra de plus négliger l'énergie potentielle de pesanteur du fluide. Le régime est supposé stationnaire.

On considère donc une turbine dans laquelle un gaz parfait (de capacité thermique massique $c_p = 10^3 J.kg^{-1}.K^{-1}$) subit une détente adiabatique (parois calorifugées). L'état du gaz est défini en entrée par sa pression $P_e = 10^6 Pa$ et sa température $T_e = 973K$, seule la pression de sortie $P_s = 10^5 Pa$ est fixée. La détente du fluide permet la récupération d'un travail massique.

1) Ecrire le premier principe pour cet écoulement.
2) Quelle condition relative à la nature de la détente permet de rendre maximum le travail massique récolté ? Est-ce réalisable ?
3) Quelle puissance utile maximale $P_T = -P_i$ peut-on récupérer, si le débit massique est $D_m = 1{,}5 kg.s^{-1}$?
4) En réalité, du fait de la présence de frottement, la température de sortie est $T'_s = 553K$, quelle puissance P'_T est obtenue ? Que représente le rapport $\eta = \dfrac{P'_T}{P_T}$?

7.8 Détente d'un gaz parfait dans une tuyère

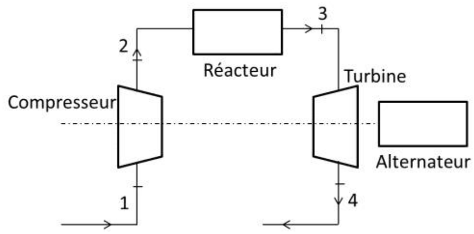
Dans une tuyère, le gaz subit une détente spontanée dans une conduite de forme bien choisie. Au cours de cette évolution, l'énergie cinétique du fluide s'accroit. Il est donc raisonnable de négliger

l'énergie cinétique massique d'entrée, mais pas celle de sortie. On peut par contre toujours négliger les énergies potentielles de pesanteur.
Dans le cadre d'essais, un gaz parfait diatomique traverse une tuyère calorifugée, dans laquelle il acquiert une vitesse d'écoulement v_s sans apport de travail utile : la forme des parois de la tuyère permet l'acquisition de cette vitesse macroscopique lors de la détente. L'état du gaz en entrée est défini par $T_e = 900K$ et $P_e = 1,5bar$. La pression de sortie est égale à $P_s = 1bar$.
1) Déterminer la température de sortie si la détente est réversible.
2) En appliquant le premier principe à l'écoulement d'une unité de masse de fluide à travers la tuyère, relier la vitesse v_s à la variation d'une fonction d'état pertinente.
3) Déterminer la vitesse d'éjection. On donne : $c_P = 10^3 J.kg^{-1}.K^{-1}$
4) On précise que la vitesse du son dans un gaz parfait s'écrit : $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ $où\ M = 29g.mol^{-1}$.
L'écoulement est-il subsonique (nombre de Mach $M_a = \frac{v_s}{c} < 1$) ?

7.9 Bilans dans une centrale hydroélectrique

Un lac de retenue d'eau est connecté à une centrale hydroélectrique par l'intermédiaire d'une galerie souterraine. On note H le dénivelé entre le captage d'eau et la station où se trouve la turbine entrainée par la chute d'eau. On souhaite établir, en régime stationnaire, un bilan enthalpique et un bilan entropique pour l'unité de masse d'eau :
- d'une part entre le point de captage C et l'entrée de la turbine E
- d'autre part entre C et la sortie S de la turbine.
On note c la capacité thermique massique de l'eau, que l'on suppose constante vis-à-vis de la température.
1) Qu'indique le bilan de masse en régime stationnaire ?
2) Entre les points C et E , quelles sont les caractéristiques de la transformation ? Quels termes peut-on négliger dans le bilan enthalpique ? Si l'on suppose que l'état thermodynamique de l'eau ne varie pas durant cette évolution, quelle loi obtient-on ?
3) On raisonne pour l'ensemble de l'installation, entre les points C et S . Les différentes phases de l'évolution (chute, traversée de la turbine) sont supposées suffisamment rapides pour que l'on puise négliger l'échange thermique avec les parois. Ecrire et commenter le bilan enthalpique en faisant les approximations qui paraissent justifiées.
4) Traduire le bilan entropique par une relation entre les températures entre C et S . En déduire une inégalité faisant apparaitre le travail massique électrique produit par la centrale, le dénivelé H et des constantes du problème.
5) Exprimer le nombre maximal de kilowatts par mètre de dénivelé que l'on peut obtenir avec un débit de $1m^3.s^{-1}$.

7.10 Prise en compte des irréversibilités dans une installation de production d'électricité



On étudie une installation complexe mettant en jeu de l'air, assimilé à un gaz parfait de capacité thermique massique $c_p = 1kJ.kg^{-1}.K^{-1}$ et de coefficient $\gamma = 1,40$. Admis à la pression $P_1 = 1bar$ et à la température $T_1 = 293K$, l'air est comprimé dans le compresseur (C) jusqu'à la pression $P_2 = 8,3bar$; puis la conduite qui transporte le fluide traverse un réacteur où se déroule une réaction de combustion.

L'air subit alors une transformation isobare au cours de laquelle il reçoit un transfert thermique portant sa température à la valeur $T_3 = 1260K$; une détente dans une turbine calorifugée ramène finalement la pression du gaz à la valeur $P_4 = 1bar$. Le travail récupéré dans la turbine sert à entrainer le compresseur ainsi que l'alternateur, ces trois machines étant montées sur le même arbre de transmission.

Dans tout l'exercice, on suppose parfaite la liaison mécanique entre le compresseur, la turbine et l'alternateur. La conversion électromécanique dans l'alternateur s'effectue avec un rendement $\eta_a = 0,95$. Le rendement de l'installation est défini comme le rapport de la puissance électrique fournie par l'alternateur à la puissance thermique apportée au fluide au niveau du réacteur.

1) Modélisation idéalisée

Dans le compresseur et la turbine, les évolutions sont supposées adiabatiques et réversibles.

a) Déterminer la température dans les états (2) et (4) en exploitant les propriétés de l'air.

b) En déduire les travaux et transferts thermiques massiques dans le compresseur, le réacteur et la turbine.

c) Quel est le rendement de l'installation dans cette modélisation négligeant les irréversibilités ?

Dans l'installation réelle, on a mesuré la température aux différents points : $T'_2 = 576K$ et $T'_4 = 760K$.

2) Discussion de la réversibilité

a) Compte tenu de ces valeurs, les évolutions dans le compresseur et la turbine sont-elles adiabatiques et réversibles ?

b) Déterminer numériquement la variation d'entropie massique au cours de ces deux transformations. Commenter les résultats.

3) Dans la suite de l'exercice, on retient un modèle de compression et de détente réelles adiabatiques, mais pouvant présenter des irréversibilités. Les valeurs de température sont celles mesurées dans l'installation réelle.

a) Déterminer le travail massique de compression.

b) Faire de même pour la détente.

c) Calculer le transfert thermique massique reçu par le fluide dans le réacteur.

d) En déduire le rendement de l'installation.

4) Comparer les rendements obtenus dans les deux modélisations à celui d'un cycle de Carnot fonctionnant entre les mêmes températures extrêmes T_1 et T_3.