Devoir maison 3

Etude de l'atmosphère

On s'intéresse dans cette partie aux propriétés thermodynamiques de l'atmosphère. Dans toute cette partie, on se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On oriente l'axe des z selon la verticale ascendante.

Equilibre isotherme de l'atmosphère

On suppose d'abord dans cette partie que la température de l'atmosphère est uniforme et vaut T_0 pour tout z. On note $\rho(z)$ la masse volumique de l'air à l'altitude z. Dans la basse atmosphère (troposphère) où se développent les orages, l'air peut être assimilé à un gaz parfait.

1) Montrer que la masse volumique $\rho(z)$ de l'air à une altitude z peut s'écrire sous la forme :

$$\rho(z) = \frac{M_{air} P(z)}{RT(z)}$$

2) Déterminer l'expression de la pression $P(z)$ de l'air en fonction de l'altitude z.

On suppose que l'ascension d'une parcelle d'air depuis la surface de la Terre à la pression P_0 et à la température T_0, jusqu'à une altitude z à la pression $P(z)$, peut être assimilée à une détente isotherme.

3) Enoncer la première loi de Joule. Que peut-on dire de la variation d'énergie interne au cours de la détente ?

4) Enoncer le premier principe de la thermodynamique pour une transformation différentielle en précisant chacun des termes entrant dans sa composition.

5) Enoncer le deuxième principe de la thermodynamique pour une transformation différentielle en précisant chacun des termes entrant dans sa composition.

6) Enoncer et démontrer la première identité thermodynamique.

7) Comment varie l'entropie de la parcelle au cours de la détente ?

Profil de température au sein d'une colonne d'air

8) D'après la figure 1, le modèle simplifié de la troposphère adopté dans les questions précédentes vous paraît-il justifié ? Dans le cas contraire, quel autre modèle relatif à la température pourrait-on employer ? Justifier.

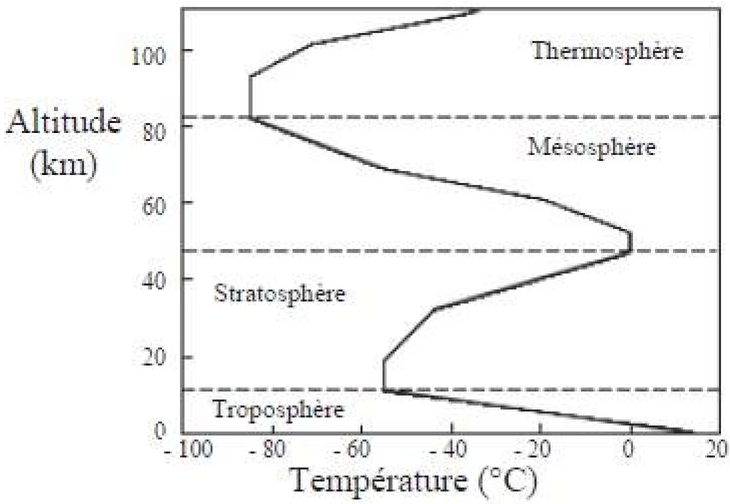

Figure 1 : Profil de température de l'atmosphère terrestre

On suppose maintenant que l'ascension d'une parcelle d'air depuis la surface de la Terre à la pression P_0 et à la température T_0, jusqu'à une altitude z à la pression $P(z)$, peut être assimilée à une détente adiabatique et mécaniquement réversible.

9) Montrer qu'une transformation adiabatique réversible est aussi isentropique.

10) Enoncer et démontrer la loi de Laplace en fonction de la température T, de la pression P et de γ tout en précisant ses hypothèses d'application.

11) En déduire la relation suivante : $\frac{dP}{P} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\frac{dT}{T}$

12) En combinant les équations obtenues précédemment, montrer qu'on obtient l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dT}{dz} = -\alpha \quad avec \quad \alpha = \frac{\gamma - 1}{\gamma}\frac{M_{air}g}{R}$$

Calculer α et préciser son unité.

13) On appelle T_0 la température de l'air à l'altitude $z = 0m$. Exprimer $T(z)$ en fonction de T_0, Γ et z.

14) Montrer alors que l'on peut écrire $P(z) = P_0\left(1 - \frac{\alpha}{T_0}z\right)^{\beta}$ où l'on donnera l'expression de β en fonction de H, T_0 et α. Calculer β.

<u>Données</u> :

- Pression atmosphérique au niveau du sol : $P_0 = 1000hPa$
- Valeur du champ de pesanteur terrestre : $g = 10N.kg^{-1}$
- Masse molaire de l'air : $M_{air} \approx 30g.mol^{-1}$
- Température de l'atmosphère au niveau du sol : $T_0 = 300K$
- Constante des gaz parfaits : $R \approx 10J.K^{-1}.mol^{-1}$
- Coefficient isentropique : $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1,4$