

9 Exercices type écrit (à rendre en DM pour le 21/11/2018)

9.1 Etude thermique d'un bâtiment (type CCP)

Avec les nouvelles normes environnementales et les diagnostics de performance énergétique des bâtiments, la cartographie thermique permet de localiser les zones de déperdition thermique les plus importantes. On peut ensuite cibler les travaux d'isolation à effectuer en toute connaissance de cause. L'isolation peut s'effectuer par l'intérieur ou l'extérieur avec des matériaux adéquats.

On pourra alors vérifier, à réception des travaux, l'efficacité de ces derniers.

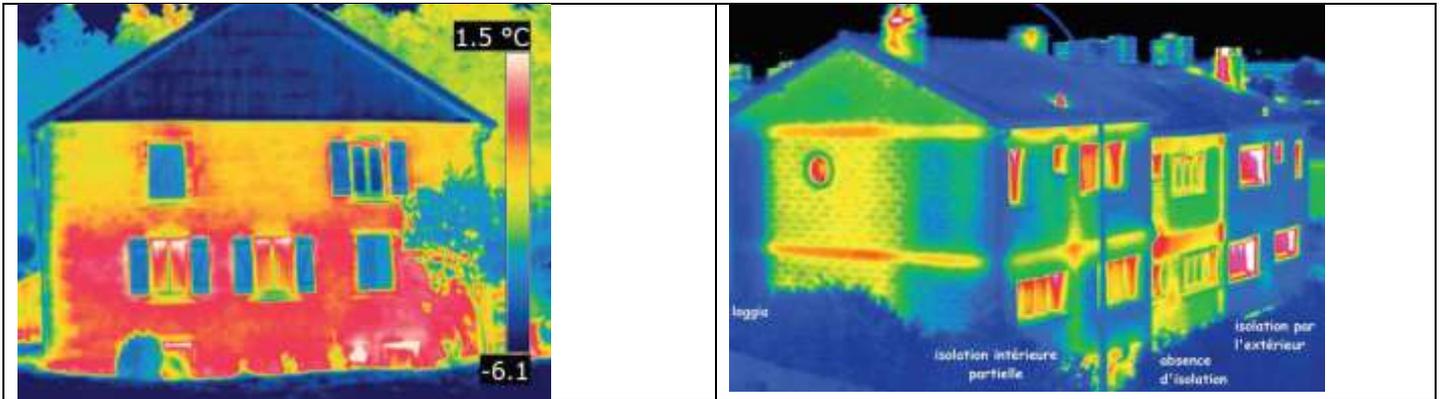


Figure 1. Thermographie infrarouge

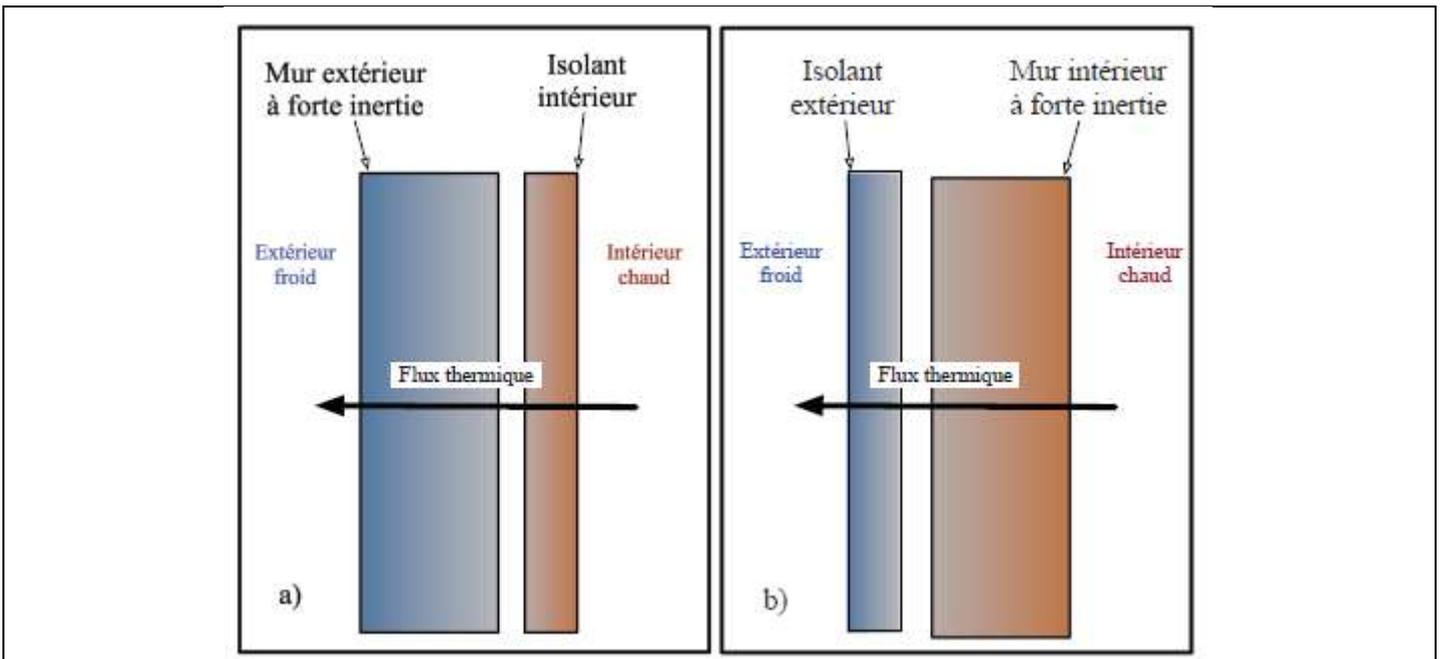


Figure 2. Isolation a) par l'intérieur ou b) par l'extérieur

9.1.1 Préambule

9.1.1.1 Modélisation de la pièce

On étudie une pièce parallépipédique de longueur $a = 8m$, de largeur $b = 5m$, de hauteur $h = 2,5m$ et possédant un radiateur électrique de puissance maximale $P = 2kW$. Dans l'ensemble du problème, la pièce sera supposée parfaitement isolée au niveau du sol et du plafond. La capacité thermique volumique de l'air est $C_v = 1,25 \cdot 10^3 SI$. On suppose ici que la pièce est parfaitement calorifugée.

1) Quelle est l'unité de la capacité thermique volumique ? Quelle est la valeur de la capacité thermique C de la pièce ? A l'aide d'un bilan d'énergie thermique appliqué à la pièce, établir l'équation différentielle régissant l'évolution de la température $T(t)$ dans la pièce en fonction de C et de P .

- 2) Résoudre l'équation sachant que la température initiale de la pièce est $T_0 = 10^\circ C$. Tracer $T(t)$. Déterminer la durée nécessaire pour atteindre la température finale $T_f = 20^\circ C$.
- 3) Proposer un modèle électrique simple conduisant à une équation différentielle du même type. Préciser quelles sont les grandeurs électriques associées aux grandeurs thermodynamiques que sont $T(t)$, C et P . Dessiner le montage électrique analogue.

9.1.1.2 Influence des murs

La pièce est constituée d'une enceinte en béton d'épaisseur $L = 15\text{cm}$ et de masse volumique $\rho = 2,2 \cdot 10^3 \text{kg.m}^{-3}$. On note $c = 1,0 \cdot 10^3 \text{J.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ sa capacité thermique massique et λ sa conductivité thermique ($\lambda = 1,5 \text{SI}$).

- 4) Exprimer l'aire S_p de la surface en contact avec la pièce en fonction de a , b et h , en négligeant l'épaisseur des murs. Exprimer le volume de béton V_b et la capacité thermique C_{mur} de l'enceinte en béton en fonction de S_p , L , ρ et c . Comparer numériquement C_{mur} à la capacité thermique de la pièce C . Par rapport à ces premiers résultats, quels commentaires pouvez-vous faire sur la durée de montée en température de la pièce en prenant en considération l'influence de la capacité thermique du mur ?

9.1.2 Equation de la chaleur

On étudie la conduction thermique dans le mur modélisé par une barre de section S , de longueur L en contact avec deux thermostats de températures T_{int} et T_{ext} (voir figure 3).

On note : $\vec{j} = j(x,t)\vec{u}_x$ le vecteur densité de flux thermique.

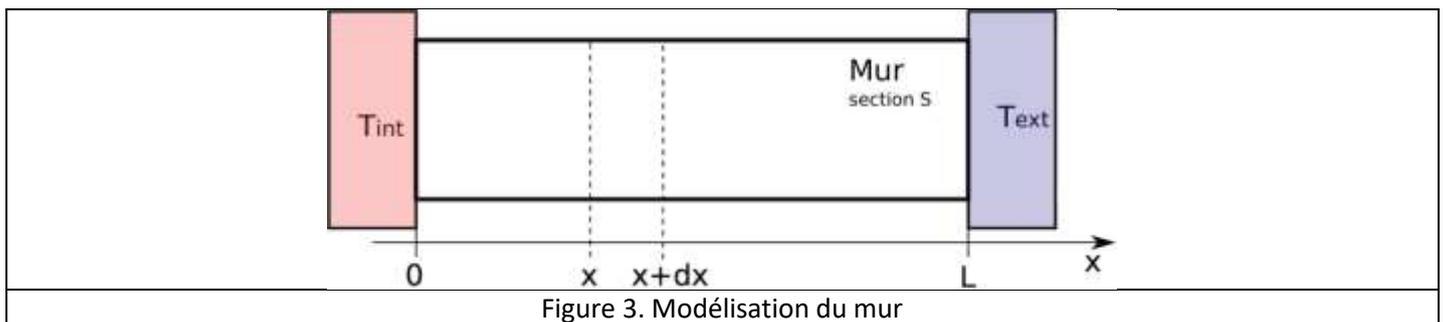


Figure 3. Modélisation du mur

9.1.2.1 Généralités

- 5) Rappeler la loi de Fourier. Interpréter son signe. Donner une signification physique de $j(x,t)$ et préciser son unité. Quelle est la dimension de la conductivité thermique ? En déduire son unité dans le système international.
- 6) A l'aide d'un bilan d'énergie thermique sur la tranche comprise entre les abscisses x et $x+dx$ du mur, établir l'équation de diffusion thermique c'est-à-dire l'équation différentielle régissant l'évolution de la température $T(x,t)$ à l'intérieur du mur en fonction de ρ , c , et λ .

9.1.2.2 Etude du régime stationnaire

- 7) Rappeler la signification de « régime stationnaire ». Les températures de surface seront prises égales à celles des thermostats. Résoudre l'équation de la diffusion thermique et déterminer alors $T(x)$ la température à l'intérieur du mur à l'abscisse x . Tracer $T(x)$.
- 8) Définir et exprimer la température moyenne du mur notée T_{moy} . Indiquer la position particulière x_p où la température est égale à la température moyenne.
- 9) Exprimer la densité de flux $j(x)$ qui traverse le mur. Que remarquez-vous ?
- 10) Calculer la puissance P que le radiateur doit fournir afin de maintenir la température intérieure à $20^\circ C$ pour une température extérieure de $10^\circ C$. Commenter ce résultat par rapport au radiateur installé.

9.1.2.3 Résistance thermique

On définit en électricité la résistance d'un conducteur ohmique en convention récepteur par $R = \frac{\Delta V}{I}$ où ΔV est la différence de potentiels aux bornes de la résistance et I l'intensité du courant électrique qui traverse le conducteur (figure 4).

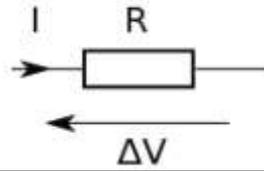


Figure 4. Résistance

11) En faisant une analogie, indiquer à quelles grandeurs thermodynamiques sont analogues la conductivité électrique, la densité de courant électrique, le potentiel électrique et l'intensité du courant. Donner cette réponse sous la forme d'un tableau récapitulatif. Donner l'expression de la résistance thermique R_{mur} du mur étudié. Préciser son unité et calculer sa valeur.

9.2 Centrale TSI 2016

On étudie maintenant le phénomène de diffusion thermique dans l'eau des seaux. On modélise le serpentin par un conducteur de cuivre compris entre les cylindres de hauteur H et de rayons R' et $R > R'$ (figure 7). L'intérieur ($r < R'$) est rempli d'eau de conductivité thermique λ_e , de capacité thermique massique c_e et masse volumique ρ_e grandeurs supposées constantes. On suppose que la température dans le conducteur de cuivre est constante égale à T_c . L'eau est initialement à la température T_0 . On suppose que le champ de température dans l'eau est fonction de la distance r à l'axe Oz et du temps t . La conductivité thermique de la glace est $\lambda_g = 2,2 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ et celle de l'eau liquide $\lambda_e = 0,60 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

On donne $R' = 4 \text{ cm}$, $R = 4,2 \text{ cm}$, $H = 15 \text{ cm}$, $c_e = 4,2 \times 10^3 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$ et $\rho_e = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

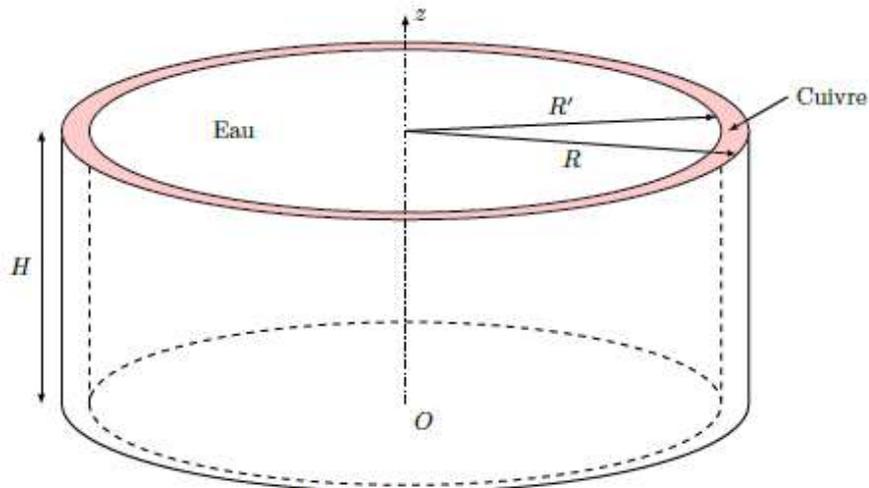


Figure 7 Diffusion thermique

I.B.5) Établir l'équation de diffusion thermique vérifiée par la température $T(r, t)$ dans l'eau à partir d'un bilan enthalpique sur un système élémentaire que l'on précisera et de la loi de Fourier que l'on commentera. On ne prendra en compte ici que le phénomène de diffusion thermique.

I.B.6) En évaluant une durée caractéristique, justifier la nécessité de remuer l'eau.