

11 Exercices type écrit (à rendre en DM pour le 12/12/2018)

11.1 Etude d'un condensateur plan (type CCP)

Dans tout le problème, la permittivité électrique de l'air est égale à celle du vide, notée ε_0 et égale à $8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$.

On se propose de calculer le champ électrique créé par un plan infini uniformément chargé avec une densité surfacique σ . Ce plan correspond au plan (Oxy) d'un système de coordonnées cartésiennes classique muni d'une base orthonormée $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$. La position d'un point M est repérée par ses coordonnées cartésiennes (x, y, z) .

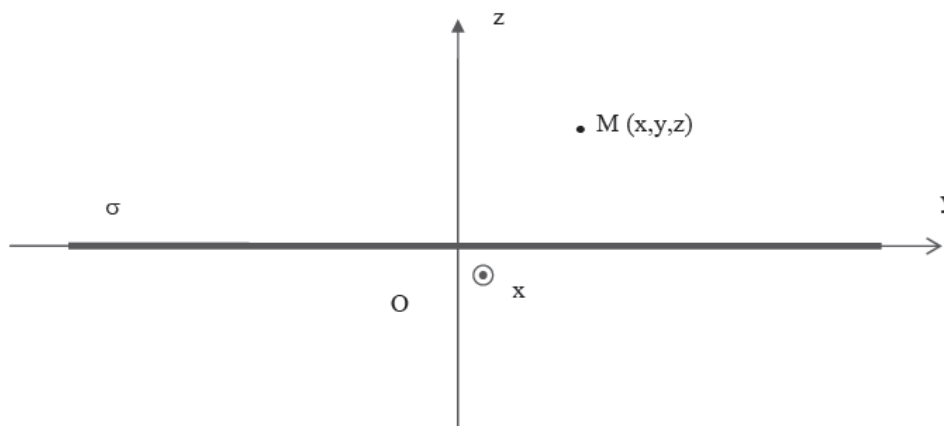


Figure 1

1) Montrer, par des considérations de symétrie, que le champ électrique $\vec{E}(M)$ créé en M par le plan uniformément chargé est perpendiculaire au plan en tout point de l'espace. On écrira donc $\vec{E}(M) = E(x, y, z)\vec{u}_z$. Justifier le fait que le champ électrique $\vec{E}(M)$ ne peut pas dépendre des coordonnées x et y du point M , soit $\vec{E}(M) = E(z)\vec{u}_z$. Montrer par des considérations de symétrie que la fonction $E(z)$ est impaire.

2) Montrer, en utilisant l'équation de Maxwell-Gauss, que le champ est uniforme au-dessus et en-dessous du plan.

3) Énoncer le théorème de Gauss relatif au flux sortant d'un champ électrostatique $\vec{E}$ à travers une surface fermée S contenant la charge électrique Q_{int} .

4) En appliquant le théorème de Gauss sur une surface qu'on précisera clairement en faisant un schéma, déterminer la valeur du champ électrique en fonction de σ , ε_0 (constante diélectrique du vide) et d'un vecteur unitaire judicieusement choisi qu'on précisera (on distinguera les deux cas : $z > 0$ et $z < 0$). Une démonstration très précise est attendue.

5) Toujours par des considérations de symétrie, déterminer la valeur $E(0)$ du champ électrique dans le plan uniformément chargé.

6) Déterminer le potentiel électrique $V(z)$ en tout point de l'espace en fonction de σ , ε_0 et z (on prendra le potentiel nul en $z = 0$). On distinguera toujours les deux cas : $z > 0$ et $z < 0$.

On supposera la continuité du potentiel en $z = 0$.

7) Tracer l'allure des courbes $E(z)$ et $V(z)$ en précisant les valeurs aux points remarquables.

On considère maintenant un condensateur plan infini formé par deux plans infinis et parallèles entre eux, distants de e . Le plan supérieur est situé dans le plan $z = +\frac{e}{2}$ et le plan inférieur dans le plan $z = -\frac{e}{2}$. Le plan supérieur est chargé avec une densité surfacique σ positive et le plan inférieur est chargé avec une densité surfacique opposée (donc négative) $-\sigma$.

8) Déterminer le champ électrique total créé par l'ensemble des deux plans en tout point de l'espace en fonction de σ , ε_0 et d'un vecteur unitaire qu'on précisera (on distinguera les trois zones délimitées par les deux plans). Porter sur un schéma le sens du champ électrique.

9) Calculer l'expression du potentiel électrostatique $V(z)$ pour $z \in \left[-\frac{e}{2}, \frac{e}{2}\right]$ en fonction de σ , z et ε_0 . On prendra toujours le potentiel nul en $z = 0$. Calculer la différence de potentiel U entre les deux plans infinis en fonction de σ , e et ε_0 . Exprimer la norme du champ électrique total en fonction de U et e .

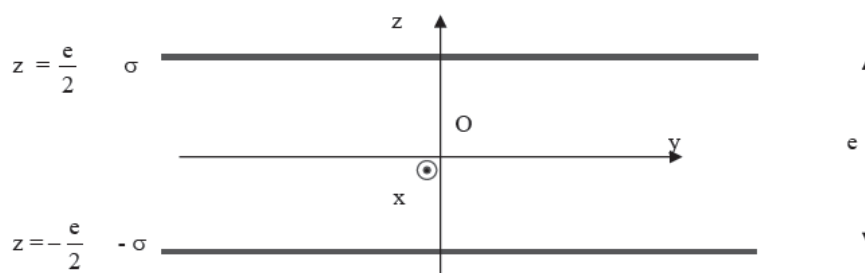


Figure 2

Dans un condensateur réel, les deux armatures ne peuvent pas être des plans infinis mais ont des surfaces finies identiques S . On supposera que les résultats trouvés pour le champ électrique et le potentiel ne diffèrent pas des résultats trouvés dans les questions précédentes, pourvu qu'on ne se place pas trop près des bords des armatures. L'armature supérieure porte alors la charge totale $+Q$ et l'armature inférieure la charge totale $-Q$.

10) Après avoir exprimé σ en fonction de Q et S , en déduire la différence de potentiel U entre les deux armatures en fonction de Q , ϵ_0 , e et S . Définir et exprimer la capacité C du condensateur formé en fonction de ϵ_0 , e et S . Donner l'ordre de grandeur de la capacité d'un condensateur pour lequel on prendra : $S \approx 1\text{cm}^2$ et $e \approx 10^{-5}\text{m}$.

11.2 Centrale 2017

III.A – Étude d'une diode au silicium

Une diode au silicium est en fait constituée d'une jonction de deux semi-conducteurs dopés, l'un de type « P » et l'autre de type « N ».

Dans ces deux zones, on ajoute, en quantité limitée, des impuretés dans le silicium de telle façon que la zone « N » contient une majorité d'électrons et une minorité de trous « + » (d'où sa charge négative) alors que la zone « P » contient une majorité de trous « + » et une minorité d'électrons (d'où sa charge positive) comme illustré figure 6 où seuls les porteurs majoritaires ont été représentés.

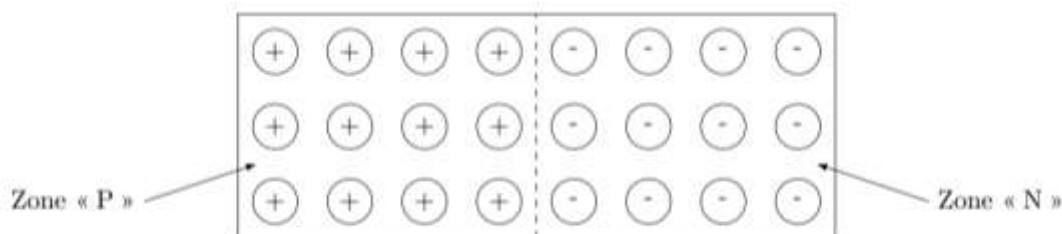


Figure 6

La proximité de ces deux zones va entraîner une migration des trous vers la zone « N » ainsi que des électrons vers la zone « P ».

Lorsqu'un électron migre vers la zone « P », il va se recombiner avec un trou et cela entraîne l'apparition d'un trou dans la zone « N » ; un raisonnement analogue peut être tenu en ce qui concerne la migration d'un trou « P » vers la zone « N ».

Tout ceci entraîne une zone appelée zone de charge d'espace, notée ZCE, dans laquelle la zone « N » se trouve localement chargée positivement et la zone « P » chargée négativement comme illustré figure 7.

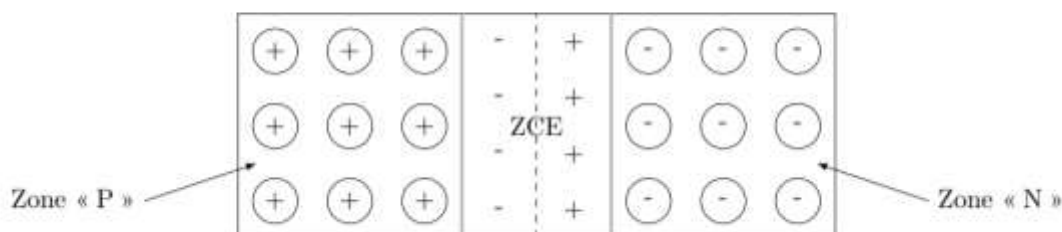


Figure 7

III.A.1) Préciser pourquoi la ZCE est nécessairement limitée dans l'espace.

III.A.2) On se propose d'étudier le vecteur champ électrostatique dans la ZCE.

La zone de charge d'espace est modélisée par deux distributions uniformes, l'une de densité volumique $\rho_1 > 0$ entre les plans d'équations $x = 0$ et $x = a$, l'autre de densité volumique $\rho_2 < 0$ située entre les plans d'équations $x = -b$ et $x = 0$.

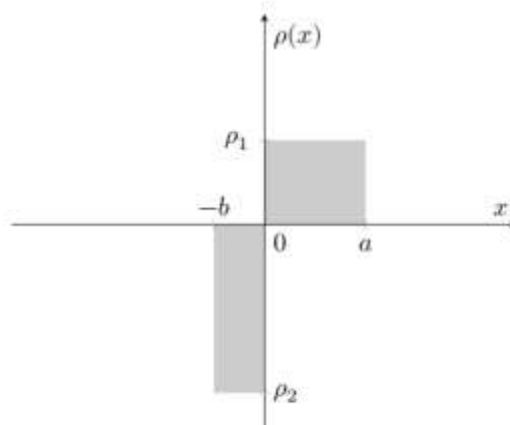


Figure 8

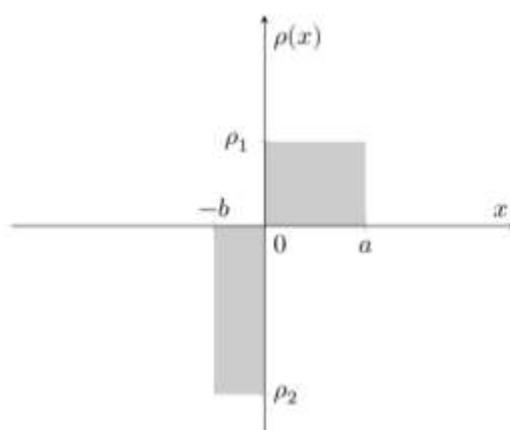


Figure 8

a) La ZCE étant globalement neutre, déterminer la relation entre a , b , ρ_1 et ρ_2 .

b) On considère le cas d'une distribution uniforme de densité volumique ρ_0 comprise entre les plans d'équations $x = -\frac{d}{2}$ et $x = +\frac{d}{2}$ où d est une largeur.

i. Démontrer soigneusement que le vecteur champ électrostatique créé par cette distribution en tout point M de l'espace est de la forme $\vec{E}(M) = E(x)\vec{u}_x$.

ii. À l'aide du théorème de Gauss, déterminer soigneusement l'expression de $E(x)$ en tout point de l'espace. On montrera en particulier que $E(x) = \frac{\rho_0 x}{\varepsilon_0}$ si $|x| < \frac{d}{2}$.

c) À l'aide du principe de superposition, déterminer le vecteur champ électrostatique en tout point M de la ZCE précédemment décrite. On exprimera $E(x)$ en fonction de x , ρ_1 , a et b .

d) Représenter les variations de $E(x)$ pour x variant de $-b$ à a .

e) À l'aide de l'étude précédente, indiquer la valeur minimale de la tension $U = V_F - V_N$ à appliquer afin qu'un courant circule dans la diode.