

9 Exercices type écrit (à rendre en DM pour le 19/12/2018)

Partie II – Transformateur torique

On étudie à présent un modèle simplifié de transformateur schématisé en **figure 1**. Il est constitué d'un matériau magnétique torique d'axe (Oz) à section carrée de côté a et de rayon intérieur R . On suppose que le milieu magnétique est parfait. L'espace est rapporté à la base cylindrique $(\vec{e}_r; \vec{e}_\theta; \vec{e}_z)$ illustrée pour un point M quelconque sur le schéma.

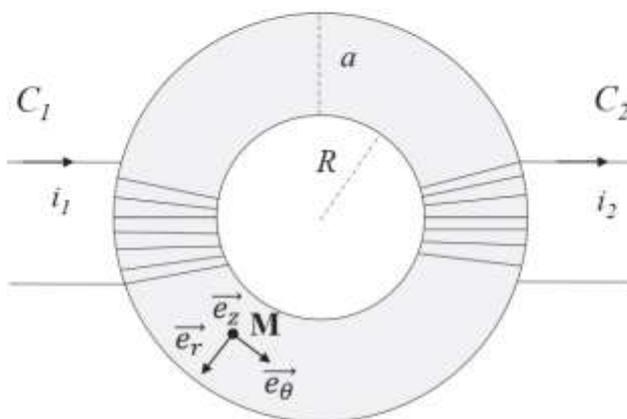


Figure 1 – Vue de dessus du transformateur

Le bobinage dit « primaire » noté C_1 est enroulé en N_1 spires autour de ce tore. Il est parcouru par un courant d'intensité i_1 . Le bobinage dit « secondaire » noté C_2 est, de la même manière, enroulé en N_2 spires autour de ce tore et est parcouru par un courant d'intensité i_2 . On notera μ_0 la perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{H} \cdot \text{m}^{-1}$.

Q10. Justifier soigneusement que le champ magnétique \vec{B}_1 créé à l'intérieur du tore par le courant circulant dans C_1 est de la forme :

$$\vec{B}_1(r, \theta, z) = B_1(r) \vec{e}_\theta. \quad (1)$$

Q11. En appliquant le théorème d'Ampère à un contour Γ soigneusement précisé, démontrer que le champ magnétique \vec{B}_1 créé par le circuit C_1 en tout point à l'intérieur du tore est donné par :

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 N_1 i_1}{2\pi r} \vec{e}_\theta. \quad (2)$$

Q12. Établir l'expression du flux magnétique ϕ du champ magnétique \vec{B}_1 à travers une spire du circuit C_1 .

Q13. En déduire le flux total ϕ au travers des N_1 spires du circuit C_1 .

Q14. Rappeler la définition de l'inductance propre L (ou coefficient d'auto-inductance).

Q15. En déduire que l'inductance propre L_1 du circuit C_1 est donnée par :

$$L_1 = N_1^2 \frac{a\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{R+a}{R}\right). \quad (3)$$

Q16. Quelle est alors l'expression de l'inductance propre L_2 du circuit C_2 ?

Q17. Rappeler la définition du coefficient de mutuelle inductance M .

Q18. Démontrer que ce coefficient M est donné par :

$$M = N_1 N_2 \frac{a\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{R+a}{R}\right). \quad (4)$$

Q19. La résistance des bobinages étant négligée, exprimer la tension u_1 aux bornes du primaire en fonction des dérivées par rapport au temps de i_1 et i_2 et des coefficients L_1 et M .

Q20. Faire de même pour la tension u_2 aux bornes du secondaire en fonction des dérivées par rapport au temps de i_1 et i_2 et des coefficients L_2 et M .

Q21. En déduire que l'on a la relation suivante :

$$u_1 = \frac{L_1}{M} u_2 + \frac{M^2 - L_1 L_2}{M} \frac{di_2}{dt}. \quad (5)$$

Q22. Prouver que cette relation se simplifie pour faire apparaître ce que l'on appelle le rapport de transformation, défini comme le rapport des tensions du secondaire et du primaire :

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad (6)$$

Q23. Expliquer alors comment les transformateurs constituent des éléments centraux de la chaîne de transport de l'électricité.

Q24. Que peut-on dire du rendement en puissance entre primaire et secondaire ?

Q25. Le fonctionnement d'un transformateur est-il possible pour des signaux continus ? Justifier votre réponse.

Q26. Quel peut être l'intérêt d'utiliser un transformateur si les circuits primaire et secondaire comportent le même nombre de spires ?

Q27. Technologiquement, les matériaux magnétiques des transformateurs sont réalisés en accolant des feuillets en acier. Quel type de pertes cherche-t-on ainsi à éviter ?